

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ

ЗА КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ (8 КЛАСС)

План мероприятия

Классы выставляют команды по 8 человек, остальные - болельщики.

Правила ведения боя

Команды по очереди вызывают друг друга на решение задач (задачи за две недели были вывешены в классе на стенде). Стоимость каждой задачи оценивается в «денежных единицах» - та лантах.

Ход боя. Например, первая команда вызывает вторую на решение какой-то задачи. На кон ставится стоимость этой задачи. В случае, если вторая команда дает правильное решение, она получает себе стоимость этой задачи и право следующего вызова. В случае, если она задачу не решает, она платит штраф в половину стоимости задачи. В этом случае решение может дать (по ее желанию) третья команда, тогда она получает весь выигрыш и право следующего вызова.

Если третья команда решения не дает, то решение обязана дать первая команда. За правильное решение она получает весь выигрыш и право следующего вызова, если же она решения не знает, то платит штраф в стоимость этой задачи.

Задачи, предлагавшиеся на математический бой

Уравнения второй степени умели решать еще в Древнем Вавилоне во II тысячелетии до н.э. Математики Древней Греции решали квадратные уравнения геометрически; например, Евклид - при помощи деления отрезка в среднем и крайнем отношениях.

Задачи, приводящие к квадратным уравнениям, рассматриваются во многих древних математических рукописях и трактатах. Вот задача из китайского трактата «Математика в девяти книгах» (приблизительно II век до н.э.).

Задача 1 (20 талантов)

Имеется город с границей в виде квадрата со стороной неизвестного размера, в центре каждой стороны находятся ворота. На расстоянии 20 бу (1 бу = 1,6 м) от северных ворот (вне города) стоит столб. Если пройти от южных ворот 14 бу прямо, затем повернуть на запад и пройти еще 1775 бу, то можно увидеть столб.

Спрашивается: какова сторона границы города?

Задача 2 (4 таланта)

Решить уравнение: $5x^3 - 8x = 3$

Ответ: $[-2 \text{ и } 4]$.

Задача 3 (6 талантов)

Найдите корни уравнения: $x^7 x^7 - 2 = x^{27} - x^2$.

Ответ: 0; 91428

Задача 4 (6 талантов)

Решить уравнение: $31 - 4y^2 + 42y^2 + y = 34y^2 + 4y + 1$

Ответ: $[\pm 1]$.

Задача 5 (4 таланта)

Составьте квадратное уравнение, зная его корни $x_1 = -9$; $x_2 = 7$.

Ответ: $[x^2 + 2x - 63 = 0]$.

Задача 6 (6 талантов)

Из пункта А в пункт В велосипедист проехал по дороге длиной 48 км, обратно он возвращался по другой дороге, которая короче первой на 8 км. Увеличив на обратном пути скорость на 4 км/ч, велосипедист затратил на 1 час меньше, чем на путь из А в В. С какой скоростью ехал велосипедист из пункта А в пункт В?

Ответ: $[16 \text{ км/ч}]$.

Задача 7 (8 талантов)

Найти сумму кубов корней уравнения:

$$2x^2 - 5x + 1 = 0$$

Ответ: 1178

Задача 8 (4 таланта)

Теплоход, собственная скорость которого 18 км/ч, прошел 50 км по течению реки и 8 км против течения, затратив на весь путь 3 часа. Какова скорость течения реки?

Ответ: [2 км/ч].

Задача 9 (8 таланта)

Слесарь может выполнить заказ за то же время, что и два ученика, работая вместе. За сколько часов может выполнить заказ слесарь и каждый из учеников, если слесарь может выполнить заказ на два часа скорее, чем один первый ученик, и на 8 часов скорее, чем один второй?

Ответ: [4 часа, 6 часов, 12 часов].

Задача 10 (6 талантов)

Решите графически уравнение: $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

Ответ: [$y = 2x^2$, $y = 3x + 2$].

Задача 11 (12 талантов)

Решите уравнение: $x^4 - 14x^2 + 45 = 0$.

Ответ: [± 3 ; ± 5].

Задача 12 (16 талантов)

Решите уравнение: $x^2 + 3x = 8x^2 + 3x - 2$

Ответ: [- 4; - 2; - 1; 1].

Задача 13 (16 талантов)

При испытании на экономичность двух двигателей одинаковой мощности было установлено, что один израсходовал 600 г бензи на, а другой, работавший на 2 часа меньше, израсходовал 384 г. Если бы первый двигатель расходовал в час столько бензина, сколько второй, а второй столько, сколько первый, то за то же время работы расход бензина в обоих двигателях был бы одинаковым. Сколько бензина в час расходовал каждый двига тель?

Ответ: I - 60 г, II - 48 г.

Задача 14 (8 талантов)

Не вычисляя корней уравнения $x^2 - 6x - 7 = 0$, найдите $1x_1 + 1x_2$, где x_1 и x_2 - корни данного уравнения.

Ответ: -67

Задача 15 (4 таланта)

А знаете ли вы, что Омар Хайям был известным ученым-математиком? В своем сочинении «О доказательствах алгебры и алму-кабулы» он рассмотрел решения линейных и квадратных уравне ний, а также геометрическое нахождение корней кубического урав нения.

Попробуйте решить уравнение Омара Хайяма, которое легко сводится к квадратному: $1x^2 + 21x = 114$.

Ответ: $[-0,4 \text{ и } 2]$.

Задача 16 (16 талантов)

Задача Эйлера. Две крестьянки понесли на рынок 100 яиц, одна больше, нежели другая. Обе выручили одинаковые суммы. Первая сказала второй: «Будь у меня твои яйца, я выручила бы 15 крейце ров». Вторая ответила: «А будь у меня твои яйца, я бы выручила за них 623 крейцера». Сколько яиц было у каждой?

Задача 1 (20 талантов)

Имеется город с границей в виде квадрата со стороной неизвестного размера, в центре каждой стороны находятся ворота. На расстоянии 20 бу (1 бу = 1,6 м) от северных ворот (вне города) стоит столб. Если пройти от южных ворот 14 бу прямо, затем повернуть на запад и пройти еще 1775 бу, то можно увидеть столб.

Спрашивается: какова сторона границы города?

Задача 2 (4 таланта)

Решить уравнение: $5x^3 - 3 - 8x = 3$

Задача 3 (6 талантов)

Найдите корни уравнения: $x^7 x^7 - 2 = x^{27} - x^2$.

Задача 4 (6 талантов)

Решить уравнение: $31 - 4y^2 + 42y^2 + y = 34y^2 + 4y + 1$

Задача 5 (4 таланта)

Составьте квадратное уравнение, зная его корни $x_1 = -9$; $x_2 = 7$.

Задача 6 (6 талантов)

Из пункта А в пункт В велосипедист проехал по дороге длиной 48 км, обратно он возвращался по другой дороге, которая короче первой на 8 км. Увеличив на обратном пути скорость на 4 км/ч, велосипедист затратил на 1 час меньше, чем на путь из А в В. С какой скоростью ехал велосипедист из пункта А в пункт В?

Задача 7 (8 талантов)

Найти сумму кубов корней уравнения:

$$2x^2 - 5x + 1 = 0$$

Задача 8 (4 таланта)

Теплоход, собственная скорость которого 18 км/ч, прошел 50 км по течению реки и 8 км против течения, затратив на весь путь 3 часа. Какова скорость течения реки?

Задача 9 (8 таланта)

Слесарь может выполнить заказ за то же время, что и два ученика, работая вместе. За сколько часов может выполнить заказ слесарь и каждый из учеников, если слесарь может выполнить заказ на два часа скорее, чем один первый ученик, и на 8 часов скорее, чем один второй?

Задача 10 (6 талантов)

Решите графически уравнение: $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

Задача 11 (12 талантов)

Решите уравнение: $x^4 - 14x^2 + 45 = 0$.

Задача 12 (16 талантов)

Решите уравнение: $x^2 + 3x = 8x^2 + 3x - 2$

Задача 13 (16 талантов)

При испытании на экономичность двух двигателей одинаковой мощности было установлено, что один израсходовал 600 г бензи на, а другой, работавший на 2 часа меньше, израсходовал 384 г. Если бы первый двигатель расходовал в час столько бензина, сколько второй, а второй столько, сколько первый, то за то же время работы расход бензина в обоих двигателях был бы одинаковым. Сколько бензина в час расходовал каждый двига тель?

Задача 14 (8 талантов)

Не вычисляя корней уравнения $x^2 - 6x - 7 = 0$, найдите $1x_1 + 1x_2$, где x_1 и x_2 - корни данного уравнения.

Задача 15 (4 таланта)

А знаете ли вы, что Омар Хайям был известным ученым-математиком? В своем сочинении «О доказательствах алгебры и алму-кабулы» он рассмотрел решения линейных и квадратных уравнений, а также геометрическое нахождение корней кубического уравнения.

Попробуйте решить уравнение Омара Хайяма, которое легко сводится к квадратному: $1x^2 + 21x = 114$.

Задача 16 (16 талантов)

Задача Эйлера. Две крестьянки понесли на рынок 100 яиц, одна больше, нежели другая. Обе выручили одинаковые суммы. Первая сказала второй: «Будь у меня твои яйца, я выручила бы 15 крейцеров». Вторая ответила: «А будь у меня твои яйца, я бы выручила за них 623 крейцера». Сколько яиц было у каждой?