

XXXI Olimpiada Matemática Thales (2015)

Provincial 1: El disco cifrado de Odón.

Lola y sus amigas quieren mandarse por WhatsApp mensajes cifrados para que si alguien los lee no se enteren de lo que se están contando.

Cada una de ellas tiene un disco cifrante como el que tenéis en la mesa. Ellas ya han acordado que cada día van a hacer corresponder a la letra A el número del día del mes en el que estén, si es mayor de 27 siguen contando. Así, a la letra A le corresponderá el número XIII los días 13, y el número III los días 3 y 30. Si quieren mandar el mensaje HOLA, el día 13 de enero, escribirían: XXIXXIVXIII



a) El día 5 de febrero Lola recibió de su amiga Paloma el siguiente mensaje:

XXVIIXXIII V XVIV XXXVIXIIIXVIIIXIXIIIVVIIIV, ¿III XXVXXVI?

Descifralo para saber que le decía Paloma en el mismo.

b) En la mañana de hoy, día de la Olimpiada Matemática Thales, Lola ha vuelto a recibir un mensaje de Paloma: VVIIIXVIIIVVIIIXVIII ¿Qué le dice Paloma en este nuevo mensaje?

c) Si quiere contestar al mensaje recibido con la palabra GRACIAS, ¿cómo sería el mensaje cifrado que tendría que mandarle Lola a Paloma?

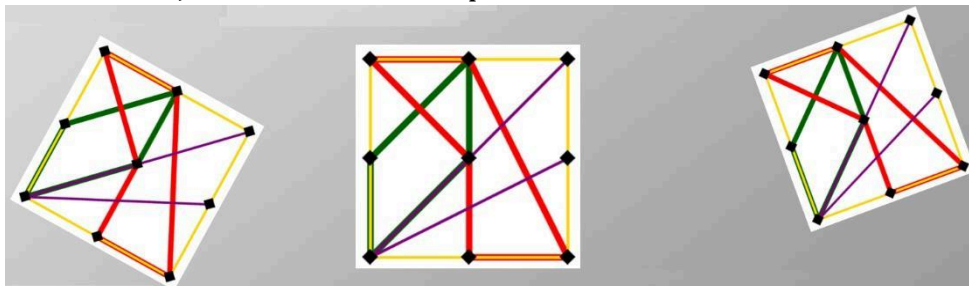
Provincial 2. Patrones geométricos.

Javier está muy preocupado con el patrón de desbloqueo de su móvil, el de los nueve puntos.

Se trata de unir los puntos que se deseen, acabando siempre en el primero que se elija.

Como es un enamorado de la Geometría, le propone a su amigo Jesús que encuentre todos los patrones que formen cuadrados. ¿Cuántos cuadrados distintos pueden formarse?

Jairo, un tercer amigo de Javi y Jesús, les dice que sólo con las dos primeras líneas de puntos se pueden formar más triángulos que cuadrados con todos los puntos. ¿Tiene razón Jairo? ¿Cuántos triángulos ha encontrado? Justifica todas tus respuestas.

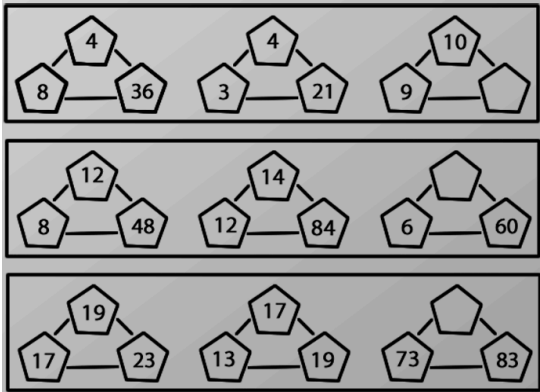


Provincial 3: La coqueta pitagorina.

Pitagorina es un poco coqueta y no quiere revelarnos su edad, ni la de su marido (mayor que ella), ni la de su hija Alejandra. Como hemos insistido mucho, ha aceptado darnos una pista:

“Si averiguáis los números que faltan en cada uno de los pentágonos del dibujo, sabréis nuestras edades”
¿Cuántos años tiene cada uno de los integrantes de la familia de Pitagorina?

Explica cómo has obtenido sus edades.

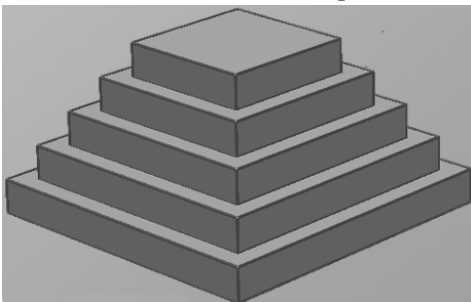


Provincial 4. La pirámide de Topolicán.

El famoso arqueólogo Indiana Barrow está estudiando la conocida pirámide de Topolicán, que está construida por distintos prismas de base cuadrada, con la superficie externa recubierta de oro. Indiana ha escrito en su cuaderno de notas los siguientes datos:

- La base del monumento es un prisma cuadrangular de 9,72 m de lado, el prisma situado en lo más alto es otro cuadrangular que tiene 4,28 m de lado y la altura total del monumento es de 5,25 m.
- Todos los prismas tienen la misma altura y los lados de sus caras cuadradas decrecen regularmente (o lo que es lo mismo, su diferencia entre dos caras consecutivas es constante).

Calcula, razonando la respuesta, la superficie de oro que tiene la pirámide de Topolicán.

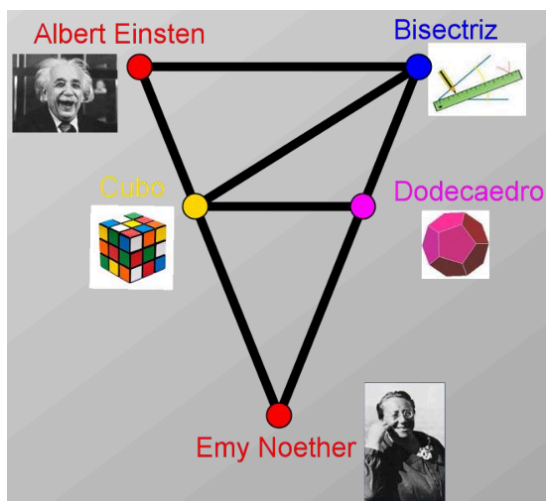


Provincial 5. Carril bici.

En Matelandia se ha puesto en marcha un carril bici con cinco paradas:

Albert Einstein, Bisectriz, Cubo, Dodecaedro y Emy Noether. Su trazado es el que puedes ver en la figura. Contesta razonando la respuesta ¿cuántos recorridos distintos pueden hacerse para ir de Albert Einstein a Emy Noether?

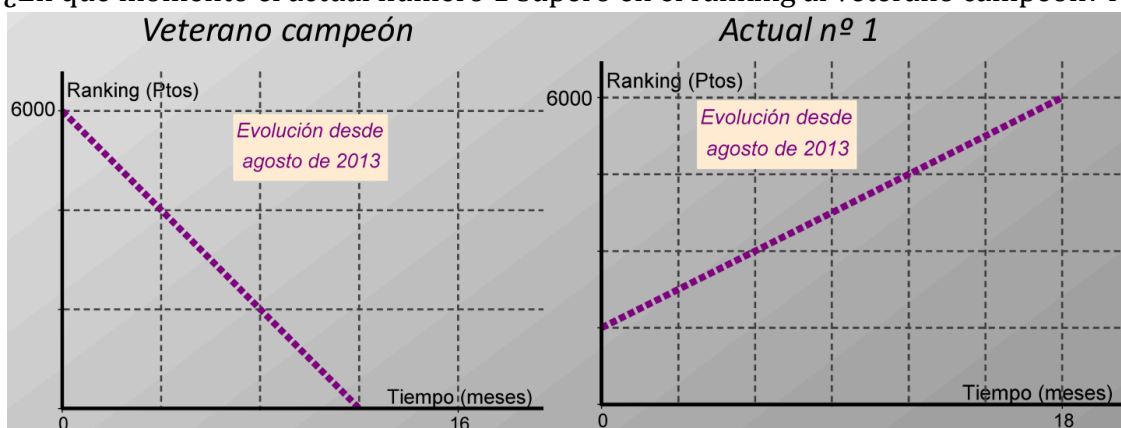
Has de tener en cuenta que la bici debe ir por los caminos marcados en el circuito y que no se puede recorrer ningún tramo dos veces.



Provincial 6: Evoluciones en el ranking.

El verano de 2013 fue una fecha importantísima en la evolución del ranking de los dos mejores deportistas españoles. Según se puede observar en estas informaciones gráficas encontradas en distintos medios de comunicación deportivos, la evolución sufrió un gran cambio.

¿En qué momento el actual número 1 superó en el ranking al veterano campeón? Razona la respuesta.



Regional 1: Números buenos y malos.

Don Odón Betanzos ha encargado a sus paisanas Isa y Rocío, entusiastas en el estudio de los números, que investiguen sobre los números buenos y malos.

Rocío después de leer en un famoso libro de matemáticas, le dice a Isa:

“¿Sabes que los números buenos son números enteros superiores o igual a 2 y que pueden escribirse como la suma de números naturales no nulos, distintos o no, dónde la suma de sus inversos es igual a 1 y los números malos son aquellos que no son buenos, es decir, que no cumplen la propiedad anterior?”

Por ejemplo: 18 es un número bueno, porque $18 = 3 + 3 + 6 + 6$ y $1/3 + 1/3 + 1/6 + 1/6 = 1$

Ya que Rocío ha explicado cuándo un número es bueno o malo, ayuda a Isa en su labor de investigación contestando de forma razonada a las siguientes cuestiones:

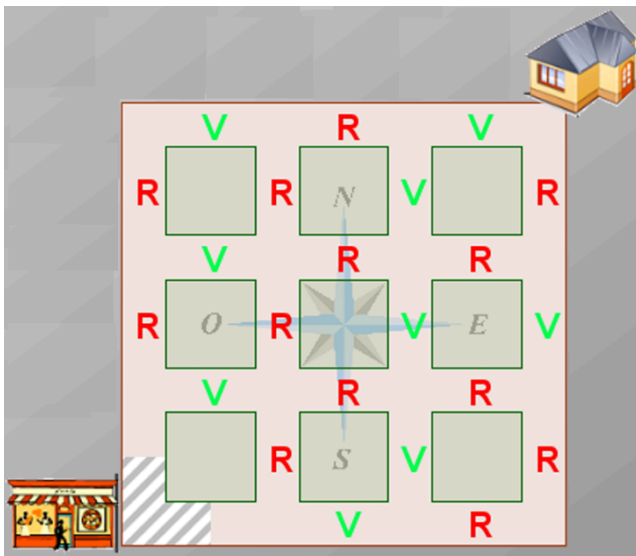
- ¿Cuáles son los números buenos que se encuentran del 2 al 10, ambos inclusive?
- Una vez que has calculado cuáles son los buenos, ¿puedes afirmar que sus cuadrados también lo son?
- Si un número natural cualquiera "n" es bueno, ¿se puede afirmar que su cuadrado, también lo es?

Regional 2: Reparto a todo tren.

Giuseppe Peanín, que es el repartidor de la pizzería matelandesa, tiene que entregar un pedido en una casa en el mínimo tiempo posible.

Armado de paciencia, ha estudiado minuciosamente los semáforos del barrio y ha descubierto algunas cosas. Los semáforos sólo tienen dos colores: rojo (no se puede pasar) y verde (sí se puede pasar) que se alternan cada dos minutos (dos minutos rojo, dos minutos verde, dos minutos rojo...).

Giuseppe tarda 2 minutos y 5 segundos en ir de un semáforo al siguiente. Si en el momento que sale de cualquiera de las dos salidas del aparcamiento, la disposición de los semáforos se acaba de cambiar a la que se indica en el dibujo, ¿cuál es la ruta más rápida para entregar la comida?

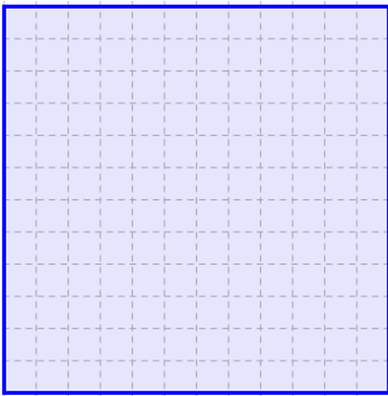


Explica razonadamente tu respuesta.

Regional 3. Fabricando papel.

En Matelandia se preocupan por el medio ambiente.

Para concienciar a su clase de qué se debe ahorrar papel, el profesor D. Rosendo muestra a sus alumnos un polígono de la misma forma que la provincia de Matelandia, que como todos saben es cuadrada y tiene 1296 km^2 de superficie. Como a D. Rosendo le interesan mucho las nuevas tecnologías ha pedido a sus alumnos que busquen información en internet.



Lucas ha encontrado los siguientes datos:

- o Superficie mínima que necesita para crecer un árbol del que se obtiene papel: 4 m^2 .
- o Cantidad de papel que se fabrica con un árbol: 40 kg.
- o Número de habitantes de Matelandia: 9 600 000 hab.
- o Cantidad de papel usado por habitante y año en Matelandia: 150 kg

D. Rosendo les pide que dibujen un cuadrado, sobre el mapa anterior, que represente las dimensiones de la superficie mínima que en Matelandia se destina cada año a la fabricación de papel. ¿Cuáles son las dimensiones de ese cuadrado? Razona las respuestas

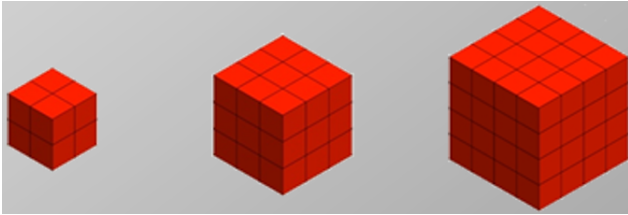
Regional 4. ¿Césped o piscina?

Sofía Germain es la presidenta de una comunidad de vecinos. Gracias a una subvención ha construido en la urbanización una zona con césped y dos piscinas (las dos partes más claras que se muestran en el dibujo). Esta nueva construcción, como puede apreciarse, está formada por círculos tangentes entre sí en un punto. El círculo más pequeño tiene de diámetro 6 metros y cada círculo tiene un metro de radio más que el anterior. ¿Qué hay más, agua o césped? Contesta razonando tu respuesta.



Regional 5. Pintando cubos.

Eva le dice a Beatriz: "Tengo un buen montón de cubitos de 1 cm de arista y con ellos he formado cubos mayores de 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... cm de arista. A continuación, he pintado las seis caras de estos cubos mayores. Adivina cuál es el cubo que tiene la misma cantidad de cubitos con una sola cara pintada, que sin ninguna." ¿Cuántos cubitos forman el cubo que tiene que adivinar Beatriz? Razona tu respuesta



Regional 6. π -ratas del caribe.

El pirata Malapata controla todo el Mar de los Números y los tesoros que se encuentran en sus doce islas. En las islas hay desde 1 tesoro hasta 12 tesoros, de forma que dos islas no pueden tener el mismo número de tesoros.

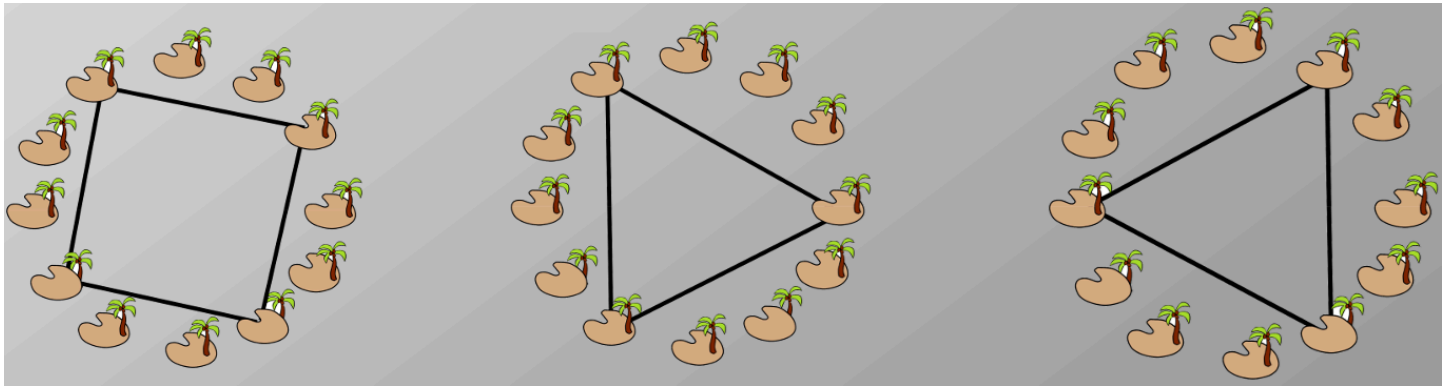


Cada semana, Malapata hace distintas expediciones cuadradas y expediciones triangulares para comprobar que sus tesoros no han sido robados (como se muestra en los dibujos A, B y C).

Malapata llama botín de una expedición al número total de tesoros que hay en una expedición.

Sabe que el botín de cualquier expedición cuadrada es siempre el mismo, y el botín de cualquier expedición triangular es el mismo botín de su expedición opuesta (véase el dibujo C). Además, sabe que existe una diferencia de 3 tesoros entre el botín de una expedición triangular y cualquiera que no sea su opuesta.

Ayuda a Malapata y completa el dibujo adjunto, donde se muestra el número de tesoros de cada isla.



Razona cómo lo has hecho.