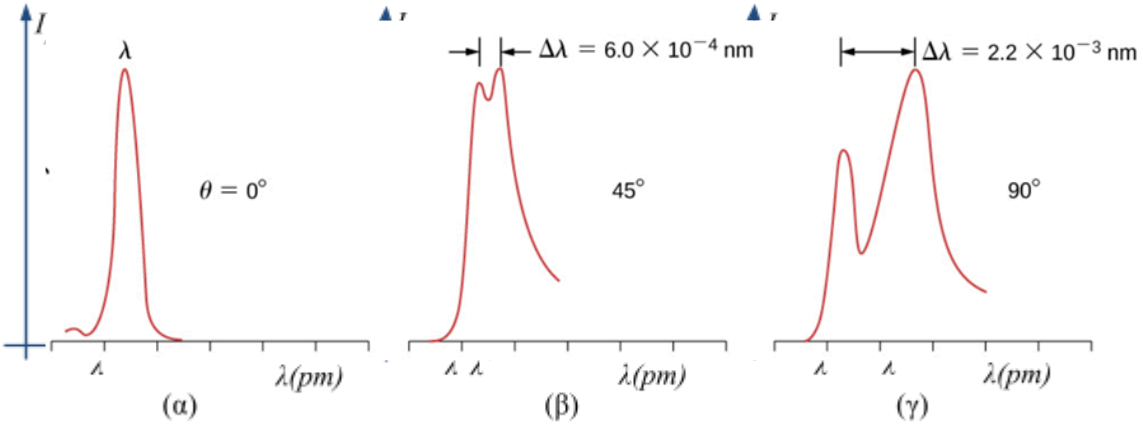
Το φάσμα της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας στο φαινόμενο Compton



Σε ένα πείραμα σκέδασης Compton, οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις (α), (β), (γ) δίνουν το φάσμα, δηλαδή την ένταση ανά μονάδα μήκους κύματος σε συνάρτηση με το μήκος κύματος, των σκεδαζόμενων ακτίνων Χ από λεπτό φύλλο γραφίτη.

i) Το φάσμα των σκεδαζόμενων ακτίνων Χ είναι συνεχές ή γραμμικό; Μπορείτε να δώσετε κάποια εξήγηση;

ii) Τι εκφράζει το εμβαδόν που περικλείουν οι παραπάνω γραφικές παραστάσεις;

iii) Η σκέδαση θεωρείται ελαστική ή ανελαστική;

iv) Σε όλα τα διαγράμματα παρατηρούμε μια κορυφή που αντιστοιχεί στο μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Πως εξηγείται το φαινόμενο;

v) Θα μπορούσαμε να προκαλέσουμε σκέδαση Compton με ορατό φως;

vi) Μπορείτε να επαληθεύσετε τη μετατόπιση Compton που φαίνεται στις δοθείσες γραφικές παραστάσεις; Δίνεται το μήκος κύματος Compton $\lambda_C = h/(m_e\, c) = 2{,}43pm$.

vii) Σε ποια από τις τρεις περιπτώσεις εκπέμπεται φωτόνιο με την μικρότερη ενέργεια; Σε ποια γωνία θα έπρεπε να τοποθετήσουμε τον ανιχνευτή για να πάρει αυτή η ενέργεια την ελάχιστη τιμή της;

Απάντηση

i) Παρατηρούμε ότι οι σκεδαζόμενες ακτίνες Χ μπορούν να έχουν οποιαδήποτε μήκη κύματος σε μια περιοχή τιμών. Δηλαδή το φάσμα είναι συνεχές. Πως θα μπορούσε να εξηγηθεί;

Η προσπίπτουσα ακτινοβολία Χ δε μπορεί να είναι αυστηρά μονοχρωματική. Θα περιέχει μήκη κύματος σε κάποια περιοχή, έστω «στενή»…, δηλαδή η λυχνία παραγωγής ακτίνων Χ, θα εκπέμπει ένα «στενό» συνεχές φάσμα, που θα θυμίζει μέλαν σώμα.

Τα σκεδασμένα φωτόνια, που παράγονται από την αλληλεπίδραση μεταξύ ενός φωτονίου υψηλής ενέργειας και ενός ηλεκτρονίου του υλικού-στόχου, για ορισμένη γωνία σκέδασης, μπορούν να έχουν οποιαδήποτε ενέργεια μεταξύ του μηδενός και της μέγιστης ενέργειας του προσπίπτοντος φωτονίου.

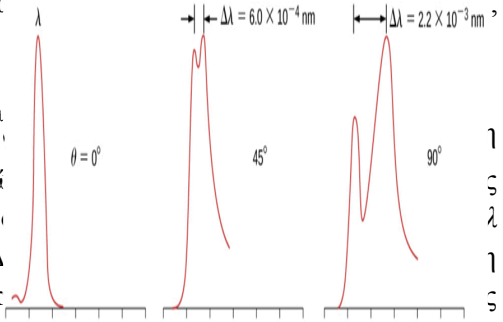
Το σκεδασμένο φωτόνιο θα έχει γενικά χαμηλότερη ενέργεια από το προσπίπτον φωτόνιο και η ποσότητα ενέργειας που μεταφέρεται στο ηλεκτρόνιο εξαρτάται από τη γωνία σκέδασης.

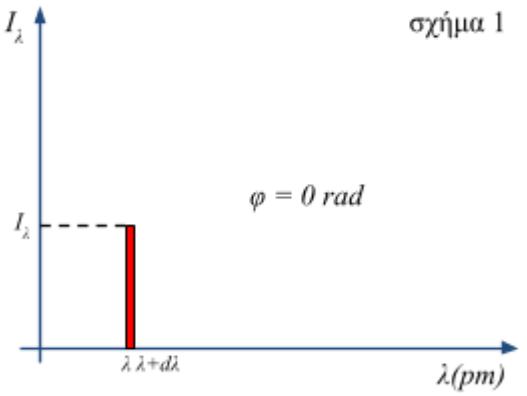
Επειδή η ενέργεια του σκεδασμένου φωτονίου μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ του μηδενός και της μέγιστης ενέργειας του προσπίπτοντος φωτονίου, το προκύπτον φάσμα είναι συνεχές και όχι διακριτό. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με άλλους τύπους φασματοσκοπίας, όπως η φασματοσκοπία ατομικής εκπομπής, όπου παρατηρούνται διακριτές γραμμές λόγω των συγκεκριμένων ενεργειακών επιπέδων των ατόμων, που διεγείρονται και εκπέμπουν φωτόνια σε ορισμένα μήκη κύματος.

ii) Ένα στοιχειώδες εμβαδό κάτω από τη γραφική παράστ
είναι

$dE = I_\lambda$

στοιχειώ
ακτινοβ
$+ d\lambda$. Α
συνολικ
για όλα τα μήκη κύματος. Ακριβώς όπως συμβαίνει και στην αντίστοιχη γραφική παράσταση της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος.





iii) Η σκέδαση Compton, για γωνία σκέδασης φωτονίου $\boldsymbol{\varphi \neq 0}$, είναι περίπτωση **ανελαστικής σκέδασης**, στην οποία η σκεδαζόμενη ακτινοβολία έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Το παραγόμενο φωτόνιο κουβαλάει ακριβώς το ποσό της ενέργειας που «χάνεται» κατά τη σκέδαση, όπως σε μια κρούση δύο σφαιρών η παραγόμενη θερμική ενέργεια, μεταφέρει το ποσό της «απώλειας» μηχανικής ενέργειας.
Αν όμως $\boldsymbol{\varphi = 0}$, τότε δεν έχουμε μεταβολή στην ορμή, ούτε στην ενέργεια του φωτονίου, ενώ το ηλεκτρόνιο, παραμένει ανεπηρέαστο. Άρα η σκέδαση μπορεί να θεωρηθεί **ελαστική**.

iv) Η μη μετατοπισμένη κορυφή που φαίνεται στα διαγράμματα, οφείλεται σε συγκρούσεις φωτονίων με στενά συνδεδεμένα **εσωτερικά ηλεκτρόνια** στο υλικό-στόχο. Τα φωτόνια που συγκρούονται με τα εσωτερικά ηλεκτρόνια των ατόμων-στόχων στην πραγματικότητα συγκρούονται με **ολόκληρο το άτομο**. Σε αυτή την ακραία περίπτωση, η μάζα m_0 της εξίσωσης Compton, είναι η μάζα ολόκληρου του ατόμου. Τότε όμως η αύξηση στο μήκος κύματος είναι πολύ μικρή. Συγκεκριμένα για το άτομο του γραφίτη ${}^{6}_{6}C$, πρέπει να αντικαταστήσουμε $M_0 = 22000m_0$ οπότε η μετατόπιση Compton είναι 22000 φορές μικρότερη… Δηλαδή τέσσερις τάξεις μεγέθους μικρότερη από τη μετατόπιση που προκαλείται από συγκρούσεις με ηλεκτρόνια! Άρα $\Delta\lambda \to 0$ και μπορεί να αγνοηθεί.

v) Η ελάχιστη ενέργεια ενός φωτονίου, που απαιτείται για να διώξει ένα ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο θα είναι περίπου ίση με την ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου, που υπολογίζεται από τη διάσημη εξίσωση του Eintein $E = m_0c^2$ και δίνει $E = 0{,}511MeV$.

Ας σκεφτούμε ότι το εύρος ενεργειών του ορατού φωτός είναι από *1,77eV* ως *3,10eV*! Προφανώς και δεν γίνεται να χρησιμοποιήσουμε ορατό φως.

vi) Για $\varphi = \pi/4\ rad$ η μετατόπιση Compton θα είναι:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) = \lambda_C(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) = 2,43\cdot(1-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4}) = 2,43\cdot 0,293 \approx 0,712\,pm$$

Για $\varphi = \pi/2\ rad$ η μετατόπιση Compton θα είναι:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) = \lambda_C(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) = 2,43\cdot(1-\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}) = 2,43\,pm$$

vii) Η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι $E' = \frac{hc}{\lambda'}$, όπου $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$

Προφανώς όσο **μεγαλύτερη** είναι η μετατόπιση Compton $\Delta\lambda$ του μήκους κύματος, τόσο **μικρότερη** θα είναι η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου, άρα στην περίπτωση του **τρίτου διαγράμματος.**

Για να έχουμε E'_{min} πρέπει να εκπέμπεται φωτόνιο με το μέγιστο δυνατό μήκος κύματος:

$$\lambda'_{max} = \lambda + \Delta\lambda_{max} \Leftrightarrow \lambda'_{max} = \lambda + \lambda_C(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)_{max}$$

Άρα πρέπει να έχουμε $\sigma\upsilon\nu\varphi = -1 \Leftrightarrow \varphi = 180^0$, δηλαδή τη μέγιστη γωνία οπισθοσκέδασης, όπου το ηλεκτρόνιο παίρνει το μέγιστο δυνατό ποσό Κινητικής Ενέργειας.

Σχόλια

α) Η μετατοπισμένη κορυφή λ΄ Compton αντιστοιχεί σε πιο αμβλεία καμπύλη, ευρύτερη από εκείνη της κατανομής των αρχικών ακτίνων Χ. Αυτό συμβαίνει επειδή τα ηλεκτρόνια στο δείγμα (τα οποία σκεδάζουν τα φωτόνια) *κινούνται*, αντί να είναι στάσιμα, όπως βολικά υποθέσαμε για την εξαγωγή της εξίσωσης μετατόπισης Compton. Για να ληφθεί υπόψη αυτό, θα πρέπει να προστεθούν επιπλέον όροι στις εξισώσεις διατήρησης (ενέργειας και ορμής) και αυτοί οι όροι μπορούν να είναι θετικοί ή αρνητικοί, δεδομένου ότι τα ηλεκτρόνια έχουν ταχύτητες προς όλες τις κατευθύνσεις (βρίσκονται σε τροχιά γύρω από ατομικούς πυρήνες, σύμφωνα με το απλό μοντέλο Bohr του ατόμου). Το αποτέλεσμα είναι η διεύρυνση της κορυφής Compton. Στην πραγματικότητα, το πλάτος και το σχήμα της κορυφής (το "προφίλ Compton") μας δίνει ένα άμεσο μέτρο της κατανομής ταχύτητας των ηλεκτρονίων στο δείγμα. Μπορούμε να ανιχνεύσουμε την παρουσία διαφορετικών κελυφών ηλεκτρονίων γύρω από κάθε ατομικό πυρήνα και την επίδραση της περιοδικότητας των ατόμων (σε κρύσταλλο) στην κίνηση των εξωτερικών (σθένους ή αγωγιμότητας) ηλεκτρονίων. Με άλλα λόγια, η σκέδαση Compton μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αναλυτικό εργαλείο για την εξέταση της ηλεκτρονικής δομής ενός στερεού.

β) Το ακριβές σχήμα του φάσματος, εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού, την ενέργεια και τη γωνία των προσπιπτόντων φωτονίων. Το φάσμα σκέδασης Compton χρησιμοποιείται σε διάφορους τομείς, συμπεριλαμβανομένης της επιστήμης των υλικών, της απεικόνισης ακτίνων Χ και της αστροφυσικής. Στην επιστήμη των υλικών, χρησιμοποιείται για τη μελέτη της δομής και της σύνθεσης των υλικών αναλύοντας τη σκεδασμένη ακτινοβολία. Στην απεικόνιση ακτίνων Χ, το φάσμα χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό διαφορετικών υλικών με βάση τις ιδιότητες σκέδασής τους. Στην αστροφυσική, το φάσμα χρησιμοποιείται για τη

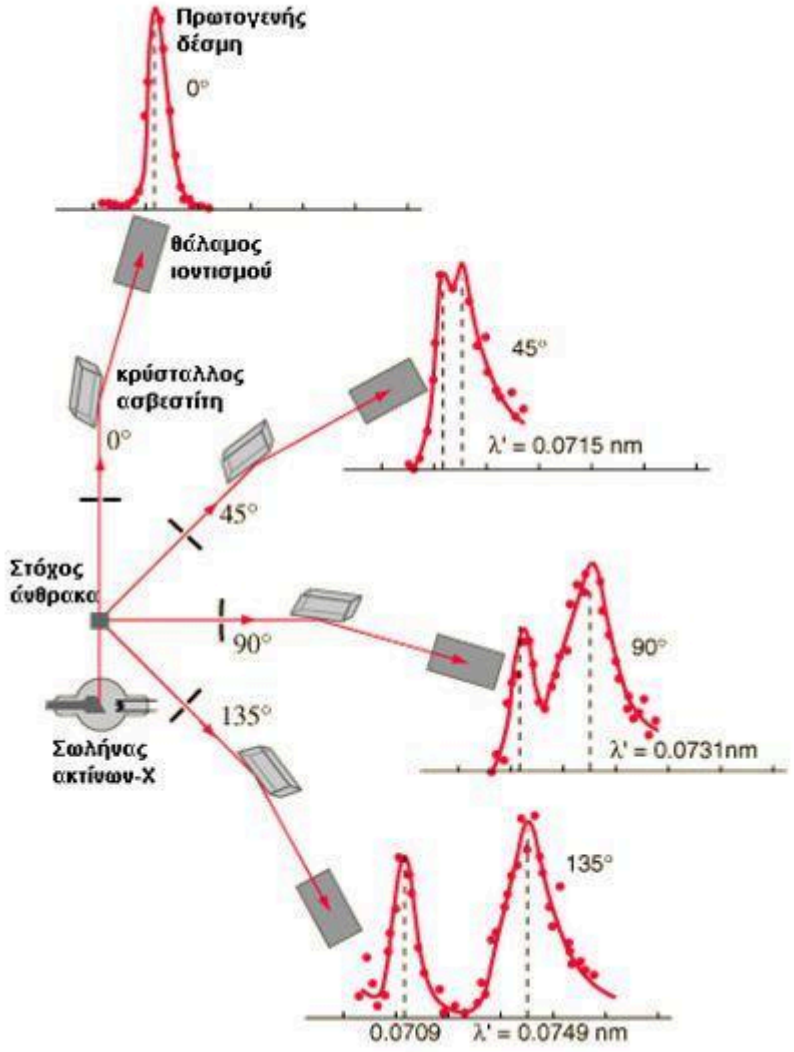
μελέτη της σκέδασης της ακτινοβολίας από το διαστρικό αέριο και τη σκόνη, παρέχοντας πληροφορίες σχετικά με τη σύνθεση και τις ιδιότητες αυτών των υλικών.

Ανδρέας Ριζόπουλος

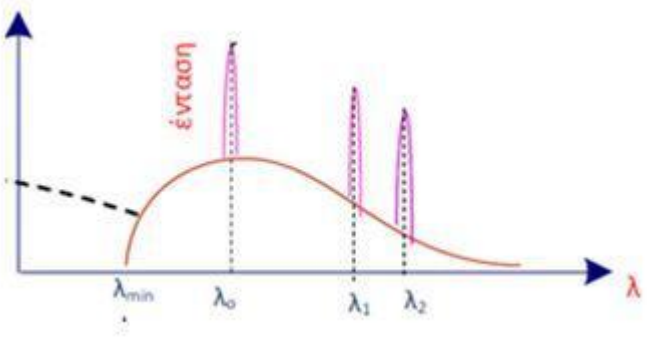
Σημαντικές Παρατηρήσεις

Μετά από συζήτηση και σχόλια συναδέλφων, προέκυψαν διορθώσεις. Αφήνω φυσικά ως έχουν τις αρχικές απαντήσεις μου ώστε να εξηγούνται όλα τα σχόλια ΕΔΩ.

i) Το φάσμα δε μπορεί να θεωρηθεί συνεχές και μάλιστα ούτε για συγκεκριμένη γωνία. Πρόκειται για δυο **«γραμμικά» αλληλοεπικαλυπτόμενα λόγω του εύρους τους** καθώς η προσπίπτουσα ακτινοβολία δεν είναι ακριβώς μονοχρωματική.
Από το φάσμα στις 45^0 αλλά και στις135^0γίνεται πιο σαφές.

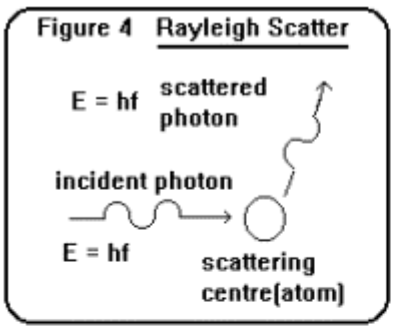


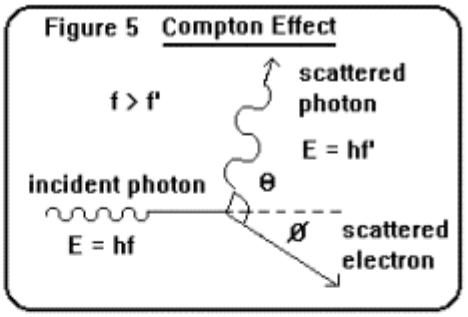
Μπορεί να γίνει και σύγκριση με το φάσμα των ακτίνων Χ όπου το απότομο φρενάρισμα των ταχέως κινούμενων ηλεκτρονίων στο στόχο προκαλεί την εκπομπή συνεχούς ηλεκτρομαγνητικού κύματος γιατί η κινητική ενέργεια που σταματούν στο στόχο έχουν συνεχή ενέργεια.

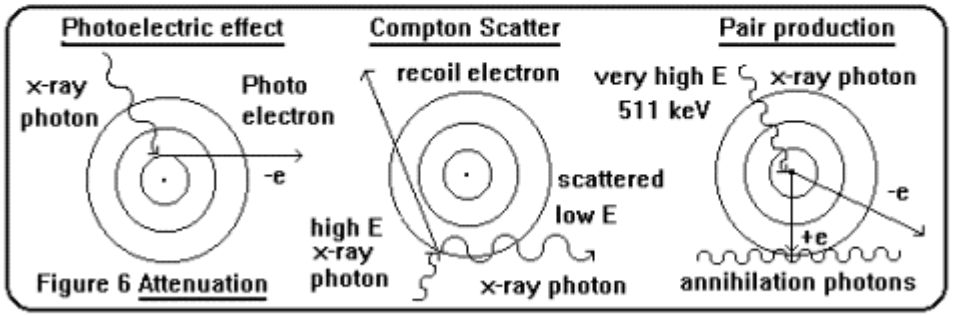


ii) Το σχολικό βιβλίο, στο 5ο κεφάλαιο των κρούσεων, αποκαλεί τη σκέδαση **ελαστική** στο μικρόκοσμο. Επίσης στο 7ο κεφάλαιο, για τον υπολογισμό της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου δεν συνυπολογίζει απώλειες.

v) Η ελάχιστη ενέργεια ενός φωτονίου, που απαιτείται για να διώξει ένα ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο είναι αρκετά μικρότερη από 511keV. Όμως σύμφωνα με μελέτες καθώς αυξάνουμε την ενέργεια φωτονίων, αρχίζουμε να απομακρυνόμαστε από απλή εξαγωγή ενός ηλεκτρονίου, όπου κυριαρχεί το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και πάμε σε ενέργειες όπου η παραγωγή ζευγών e- e+ γίνεται πιο κυρίαρχη.

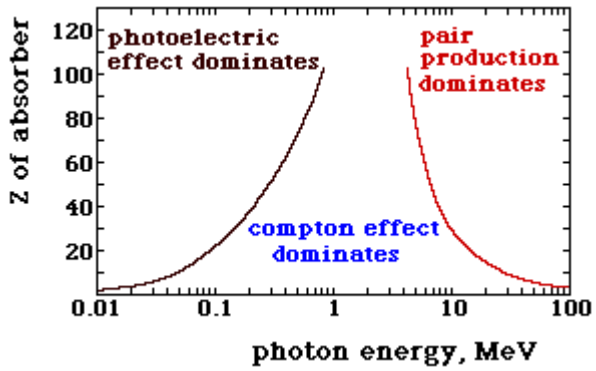






Σε υψηλές ενέργειες, περίπου ίσες ή μεγαλύτερες από 100 MeV, η παραγωγή ζευγών e- e+, είναι ο κυρίαρχος μηχανισμός αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας με την ύλη.
Έτσι, καθώς αυξάνεται η ενέργεια της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, αρχίζουμε να βλέπουμε λιγότερο φαινόμενο Compton και περισσότερη παραγωγή ζευγών.

Ας δούμε το παρακάτω διάγραμμα, που κυκλοφορεί ευρέως σε φόρουμ Φυσικής:



Για παράδειγμα η προσπίπτουσα ενέργεια φωτονίων στο μόλυβδο. Κάτω από 0,1 MeV, βρίσκουμε να συμβαίνουν σχεδόν μόνο φωτοηλεκτρικές διεργασίες. Μεταξύ 0,1 MeV και 2,5 MeV μπορούμε να ανιχνεύσουμε τόσο φωτοηλεκτρικές όσο και Compton διαδικασίες και τέλος, καθώς το επίπεδο ενέργειας αυξάνεται πάνω από 2,5 MeV και 100 MeV, μπορούμε να παρατηρήσουμε τόσο τη σκέδαση Compton όσο και την παραγωγή ζευγών.

Βρήκα και αυτό το διάγραμμα

