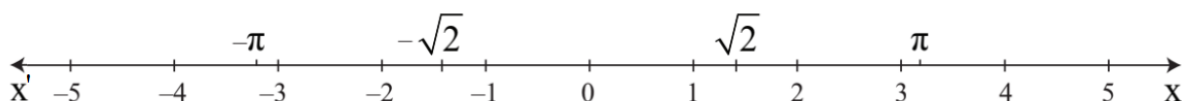


Φύλλο εργασίας Άλγεβρα Α' ΕΠΑΛ

2.2 «διάταξη πραγματικών αριθμών»

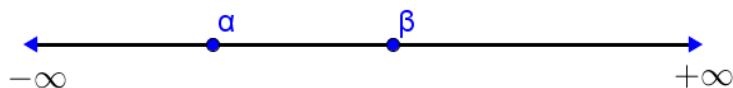
Διάταξη

Διάταξη πραγματικών αριθμών λέμε την τοποθέτησή τους στον των πραγματικών αριθμών.



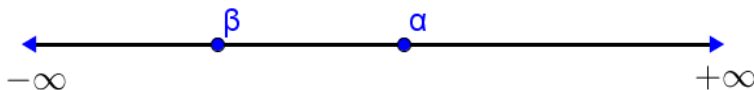
Ανισότητα καλείται η σχέση μεταξύ των πραγματικών αριθμών. Ειδικότερα,

- ☐ ο αριθμός «α» λέγεται από τον «β» καθώς στον άξονα βρίσκεται πιο αριστερά από τον «β».



Στη «γλώσσα των μαθηματικών» λέμε ότι ισχύει $\alpha < \beta$.

- ☐ Ο αριθμός «α» λέγεται από τον «β» καθώς στον άξονα βρίσκεται πιο δεξιά από τον «β».



Στη «γλώσσα των μαθηματικών» λέμε ότι ισχύει $\alpha > \beta$.

- ☐ Αν για τους δύο αριθμούς ισχύει ($\alpha > \beta$ ή $\alpha = \beta$) τότε γράφουμε $\alpha \geq \beta$ και διαβάζουμε «ο α είναι ή του β». Ομοίως, αν ισχύει ($\alpha < \beta$ ή $\alpha = \beta$) τότε γράφουμε $\alpha \leq \beta$ και διαβάζουμε «ο α είναι ή του β».

Σημείωση

Δύο ή περισσότεροι αριθμοί που έχουν παρασταθεί με σημεία ενός άξονα είναι και μπορούμε να τους συγκρίνουμε.



Σύγκριση αριθμών εκτός άξονα

Όταν οι αριθμοί δεν είναι διατεταγμένοι, βρίσκουμε τη διαφορά τους και εξετάζουμε αν είναι ή

Γενικότερα ισχύουν οι παρακάτω κανόνες προσήμου :

- αν $\alpha > \beta$, τότε $\alpha - \beta \dots 0$, π.χ. ,
- αν $\alpha < \beta$, τότε $\alpha - \beta \dots 0$, π.χ. ,
- αν $\alpha = \beta$, τότε $\alpha - \beta \dots 0$, π.χ. ,

Αντίστροφα,

- αν η διαφορά μεταξύ δύο αριθμών είναι αποτέλεσμα θετικό, τότε πρώτος όρος της αφαίρεσης (βλέπε αριθμό «α») θα είναι από τον δεύτερο όρο της αφαίρεσης (βλέπε αριθμό «β»),
- αν η διαφορά μεταξύ δύο αριθμών είναι αποτέλεσμα αρνητικό, τότε ο πρώτος όρος της αφαίρεσης (βλέπε αριθμό «α») θα είναι από τον δεύτερο όρο της αφαίρεσης (βλέπε αριθμό «β»),
- αν η διαφορά δύο αριθμών α, β είναι μηδέν, τότε οι αριθμοί προφανώς και θα είναι

Πρόσημα Αθροίσματος – Γινομένου

Περιγραφή με λόγια	Σε μαθηματικά
i) Το άθροισμα θετικών αριθμών, είναι θετικός αριθμός.	Αν $\alpha \dots 0$ και $\beta \dots 0$, τότε $\alpha + \beta \dots 0$
ii) Το άθροισμα αρνητικών αριθμών, είναι αρνητικός αριθμός.	Αν $\alpha \dots 0$ και $\beta \dots 0$, τότε $\alpha + \beta \dots 0$
iii) Το γινόμενο ομόσημων αριθμών, είναι θετικός αριθμός.	Αν $\alpha, \beta \dots 0$, τότε $\alpha \cdot \beta \dots 0$ Αν $\alpha, \beta \dots 0$, τότε $\alpha \cdot \beta \dots 0$
iv) Το πηλίκο ομόσημων αριθμών, είναι θετικός αριθμός.	$\frac{\alpha}{\beta} \dots 0$ Αν $\alpha, \beta \dots 0$, τότε $\frac{\alpha}{\beta} \dots 0$ $\frac{\alpha}{\beta} \dots 0$ Αν $\alpha, \beta \dots 0$, τότε $\frac{\alpha}{\beta} \dots 0$
v) Το γινόμενο ετερόσημων αριθμών, είναι αρνητικός αριθμός.	Αν $\alpha > 0$ και $\beta \dots 0$, τότε $\alpha \cdot \beta \dots 0$ Αν $\alpha \dots 0$ και $\beta > 0$, τότε $\alpha \cdot \beta \dots 0$
vi) Το πηλίκο ετερόσημων, είναι αρνητικός αριθμός.	$\frac{\alpha}{\beta} \dots 0$ Αν $\alpha \dots 0$ και $\beta < 0$, τότε $\frac{\alpha}{\beta} \dots 0$



	$\text{Αν } \alpha < 0 \text{ και } \beta \dots 0, \text{ τότε } \frac{\alpha}{\beta} \dots 0$
vii) Το τετράγωνο κάθε αριθμού, είναι θετικός αριθμός ή μηδέν.	$\alpha^2 \dots 0, \text{ για κάθε } \alpha \in \mathbb{R}$

viii) Ένας αριθμός υψωμένος στο τετράγωνο είναι σίγουρα θετικός, όταν δεν του επιτρέπεται για κάποιο λόγο να πάρει την τιμή μηδέν (περιορισμός).	$\text{Αν } \alpha \dots 0, \text{ τότε } \alpha^2 \dots 0$
ix) Αν το τετράγωνο ενός αριθμού είναι μικρότερο ή ίσο με μηδέν, αυτομάτως θεωρούμε ότι ο αριθμός είναι μηδέν (το πιο αισιόδοξο σενάριο, καθώς αποκλείεται να είναι αρνητικός).	$\text{Αν } \alpha^2 \dots 0, \text{ τότε } \alpha \dots 0$
x) Αν δύο αριθμοί είναι θετικοί ή μηδέν και γνωρίζουμε ότι έχουν άθροισμα μηδέν, τότε είναι 100% και οι δύο μηδέν.	$\text{Αν } x \dots 0 \text{ και } y \dots 0 \text{ και ισχύει } x + y = \dots, \text{ τότε } \dots$
xi) Αν το άθροισμα των τετραγώνων δύο αριθμών γνωρίζουμε ότι είναι μηδέν, τότε 100% και οι δύο αριθμοί είναι μηδέν.	$\text{Αν ισχύει } x^2 \dots y^2 = \dots, \text{ τότε } x = \dots \text{ και } y = \dots$ Π.χ. $(x - 2)^2 + (y - 25)^2 \Leftrightarrow \dots$
xii) Αν το άθροισμα των τετραγώνων δύο αριθμών γνωρίζουμε ότι είναι κάτι θετικό, τότε μόνο ένας από τους δύο αριθμούς μπορεί να είναι μηδέν (όχι και οι δύο ταυτόχρονα).	$\text{Αν ισχύει } x^2 \dots y^2 \dots 0, \text{ τότε } x \dots 0 \dots y \dots 0$
xiii) Αν το άθροισμα των τετραγώνων δύο αριθμών γνωρίζουμε ότι είναι κάτι αρνητικό ή μηδέν, τότε οι αριθμοί αυτοί είναι 100% και οι δύο μηδέν (το καλύτερο σενάριο, καθώς αποκλείεται να είναι αρνητικοί).	$\text{Αν } \alpha^2 + \beta^2 \dots 0, \text{ τότε } \dots$ Π.χ. $(x - 3)^2 + (y + 7)^2 = 0 \Leftrightarrow \dots$



Ιδιότητες διάταξης

Περιγραφή με λόγια	Σε μαθηματικά	Αριθμητικά παραδείγματα
i) Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει ανισότητα με την ίδια φορά .	Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma \dots 0$ ή $\gamma \dots 0$, τότε $\alpha \pm \gamma \dots \beta \pm \gamma$	α) $6 > 4 + 2 \Leftrightarrow$ β) $x + 2 > 4 - 2 \Leftrightarrow$
ii) Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τα δύο μέλη μιας ανισότητας με τον ίδιο θετικό αριθμό , τότε προκύπτει ανισότητα με την ίδια φορά .	Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma \dots 0$, τότε $\alpha \cdot \gamma \dots \beta \cdot \gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} \dots \frac{\beta}{\gamma}$	α) $6 > 4 \cdot 2 \Leftrightarrow$ β) $2x > 4 \cdot 2 \Leftrightarrow$
iii) Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τα δύο μέλη μιας ανισότητας με τον ίδιο αρνητικό αριθμό , τότε προκύπτει ανισότητα με αντίθετη φορά .	$\alpha > \beta$ και $\gamma \dots 0$, τότε $\alpha \cdot \gamma \dots \beta \cdot \gamma$ και $\frac{\alpha}{\gamma} \dots \frac{\beta}{\gamma}$	α) $6 > 4 \cdot (-2) \Leftrightarrow$ β) $-2x > 4$



iv) Αν προσθέσουμε κατά μέλη δύο (ή περισσότερες) ανισότητες που έχουν την ίδια φορά, τότε προκύπτει ανισότητα με την ίδια φορά.	Αν $\alpha \dots \beta$ και $\gamma \dots \delta$, τότε 	α) Αν $5 > 3$ και $4 > 1$ προσθέτοντας κατά μέλη είναι β) Αν $x > 3$ και $y > 1$ προσθέτοντας κατά μέλη είναι
v) Αν πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη δύο (ή περισσότερες) ανισότητες που έχουν την ίδια φορά και θετικά μέλη, τότε προκύπτει ανισότητα με την ίδια φορά.	Αν $\alpha \dots \beta$ και $\gamma \dots \delta$ με $\alpha, \beta, \gamma, \delta > 0$, τότε 	α) Αν $5 > 3$ και $4 > 1$ πολ/ντας κατά μέλη είναι β) Αν $x > 3$ και $y > 1$ πολ/ντας κατά μέλη είναι
<u>Δεν επιτρέπεται</u> να αφαιρούμε ή να διαιρούμε κατά μέλη ανισωτικές σχέσεις		
Μεταβατική ιδιότητα στις ανισότητες	Αν $\alpha > \beta$ και $\beta > \gamma$, τότε 	