

Дата **15.02.2023** Группа **ХКМ 2/1**. Курс **2**. Семестр **IV**

**Дисциплина:** Техническая механика

**Специальность:** 15.02.06 «Монтаж и техническая эксплуатация холодильно-компрессорных машин и установок (по отраслям)»

**Тема занятия:** Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки с жесткой заделкой

**Цель занятия:**

–*методическая*– совершенствование методики проведения лекционного занятия; сочетание инновационных методов обучения с традиционной методикой преподавания;

–*учебная*– дать представление студентам об эпюрах поперечных сил и изгибающих моментов для балки с жесткой заделкой;

–*воспитательная*– воспитывать культуру общения с использованием специальной терминологии, усидчивость, внимательность, графические и аналитические способности, чувство гордости за выбранную профессию.

**Вид занятия:** лекция

**Междисциплинарные связи:**

*Обеспечивающие:* Инженерная графика, Физика, Математика

*Обеспечиваемые:* Техническая механика, Детали машин, Курсовое и дипломное проектирование,

**Обеспечение занятия:**

Техническое:

Методическое: иллюстративный раздаточный материал.

**Рекомендуемая литература**

Основная литература:

1. Никитин Е.М. Теоретическая механика для техникумов. М.: Высшая школа, 2014
  2. Олофинская В.П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий. – Москва, Форум, Инфра М, 2014.
  3. Аркуша А.И. Техническая механика. – Москва, Высшая школа, 2013.
- Дополнительная литература:
1. Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике. - М.: Высшая школа, 2012.

## Тема: Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки с жесткой заделкой

1. Основные правила построения эпюр
2. Правило знаков
3. Решение задач

### 1. Основные правила построения эпюр

**Эпюра** – это график, показывающий изменение того или иного фактора по оси балки. Сечения расставляются на характерных участках, характерный участок балки – это участок между какими-либо изменениями. Изменения – это сосредоточенные силы или моменты, начало и конец распределенной нагрузки. Характерные точки – это точки, сколь-либо заметные на балке, т.е. точки приложения сосредоточенных сил, моментов и т.д.

Для того чтобы вычислить поперечную силу и изгибающий момент в произвольном сечении, необходимо мысленно рассечь плоскостью в этом месте балку и часть балки (любую), лежащую по одну сторону от рассматриваемого сечения, отбросить. Как правило, отбрасывают ту часть балки, которая представляется наиболее сложной. Затем по действующим на оставленную часть балки внешним силам надо найти искомые значения  $Q_y$  и  $M_x$ , причем знак их надо определить в соответствии с принятыми ранее правилами знаков.

При построении эпюры слева направо отбрасывается правая часть балки, а  $Q_y$  и  $M_x$  находятся по силам, действующим на левую часть. При построении эпюры справа налево, наоборот, отбрасывается левая часть,  $Q_y$  и  $M_x$  определяются по силам, действующим на правую часть балки.

Для построения эпюр проводят нулевые линии под изображением балки. Тогда каждому сечению балки соответствует определенная точка этой линии. **Положительные значения поперечных сил** откладывают в принятом масштабе перпендикулярно нулевой линии **вверх** от нее, **отрицательные — вниз**.

При построении эпюры  $M_x$  у **строителей** принято: ординаты, выражающие в определенном масштабе **положительные значения изгибающих моментов**, откладывать со стороны растянутых волокон, т.е. — **вниз**, а **отрицательные — вверх** от оси балки. У **механиков**

**положительные значения и поперечной силы и изгибающего момента откладываются вверх.**

Найденные значения поперечной силы и изгибающего момента соединяют соответствующими линиями.

Построенные эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  заштриховывают прямыми линиями, перпендикулярными нулевой линии. Каждый штрих таким образом характеризует значение внутреннего силового фактора  $Q_y$  или  $M_x$ , действующих в данном сечении балки. На эпюрах ставятся знаки.

## 2. Правило знаков

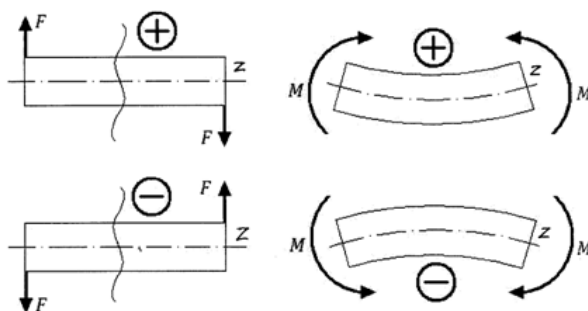
**Как построить эпюры Q и M.** При прямом поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникает два внутренних силовых фактора – поперечная сила  $Q_y$  и изгибающий момент  $M_x$ . Для построения эпюр этих внутренних силовых факторов важно знать, чему они численно равны (определение) и правила знаков.

**Поперечная сила**, возникающая в сечении балки – это внутреннее усилие, равное алгебраической сумме проекций внешних сил, действующих по одну сторону от этого сечения на плоскость поперечного сечения.

**Правило знаков.** Положительная поперечная сила поворачивает рассматриваемую часть балки по часовой стрелке. (кратко – по часовой плюс, против – минус).

**Изгибающий момент** в сечении балки – это внутреннее усилие, равное алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих по одну сторону от этого сечения, относительно центра тяжести сечения.

**Правило знаков.** Положительный изгибающий момент соответствует (т.е. вызывает) растяжению нижних волокон.



**Правила знаков при определении поперечной силы и изгибающего момента**

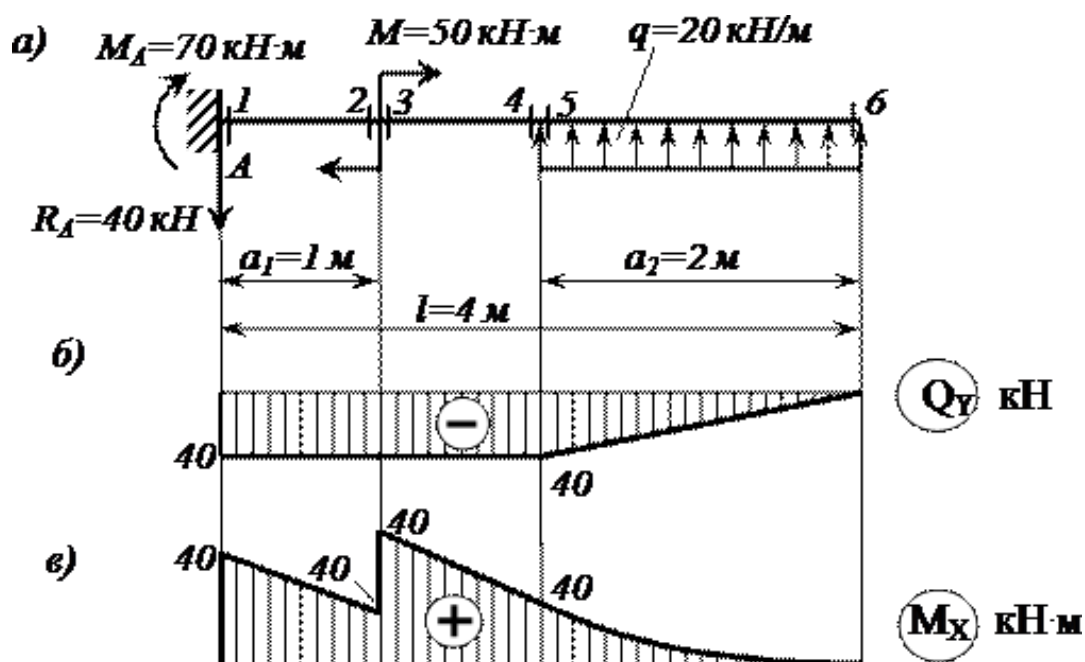
Для отыскания опасного сечения строят эпюры  $Q_y$  и  $M_x$ , используя метод сечения, либо метод характерных точек.

### 3.Решение задач

#### Условие примера задачи на прямой поперечный изгиб

Для консольной балки, нагруженной распределенной нагрузкой интенсивностью  $q = 20$  кН/м и сосредоточенным моментом  $M = 50$  кН·м (рис. 3.12), требуется: построить эпюры перерезывающих сил  $Q_z$  и изгибающих моментов  $M_z$ , подобрать балку круглого поперечного сечения при допускаемом нормальном напряжении  $[\sigma] = 16$  кН/см<sup>2</sup> и проверить прочность балки по касательным напряжениям при допускаемом касательном напряжении  $[\tau] = 8$  кН/см<sup>2</sup>. Размеры балки  $a_1 = 1$  м;  $a_2 = 2$  м;  $l = 4$  м.

#### Расчетная схема для задачи на прямой поперечный изгиб



#### Определяем опорные реакции

Горизонтальная реакция в заделке  $H_A$  равна нулю, поскольку внешние нагрузки в направлении оси  $z$  на балку не действуют.

Выбираем направления остальных реактивных усилий, возникающих в заделке: вертикальную реакцию  $R_A$  направим, например, вниз, а момент  $M_A$  – по ходу часовой стрелки. Их значения определяем из уравнений статики:

$$\sum M_A = 0; \sum Y = 0.$$

Составляя эти уравнения, считаем момент положительным при вращении против хода часовой стрелки, а проекцию силы положительной, если ее направление совпадает с положительным направлением оси  $y$ .

Из первого уравнения находим момент в заделке  $M_A$ :

$$\sum M_A = -M_A - M + qa_2 \left( 1 - \frac{a_2}{2} \right) = 0;$$

$$M_A = -M + qa_2 \left( 1 - \frac{a_2}{2} \right) = -50 + 20 \cdot 2 \cdot \left( 1 - \frac{2}{2} \right) = -50 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Из второго уравнения – вертикальную реакцию  $R_A$ :

$$\sum Y = -R_A + qa_2 = 0; R_A = qa_2 = 20 \cdot 2 = 40 \text{ кН}.$$

Полученные нами положительные значения для момента  $M_A$  и вертикальной реакции  $R_A$  в заделке свидетельствуют о том, что мы угадали их направления.

**Строим эпюры перерезывающих сил  $Q_x$  и изгибающих моментов  $M_x$**

В соответствии с характером закрепления и нагружения балки, разбиваем ее длину на два участка. По границам каждого из этих участков наметим четыре поперечных сечения (см. рис. 3.12), в которых мы и будем методом сечений (РОЗУ) вычислять значения перерезывающих сил и изгибающих моментов.

**Сечение 1.** Отбросим мысленно правую часть балки. Заменим ее действие на оставшуюся левую часть перерезывающей силой  $Q_1$  и изгибающим моментом  $M_1$ . Для удобства вычисления их значений закроем отброшенную нами правую часть балки листком бумаги, совмещая левый край листка с рассматриваемым сечением.

Напомним, что перерезывающая сила, возникающая в любом поперечном сечении, должна уравновесить все внешние силы (активные и реактивные), которые действуют на рассматриваемую (то есть видимую) нами часть балки. Поэтому перерезывающая сила должна быть равна алгебраической сумме всех сил, которые мы видим.

Приведем и правило знаков для перерезывающей силы: внешняя сила, действующая на рассматриваемую часть балки и стремящаяся «повернуть» эту часть относительно сечения по ходу часовой стрелки, вызывает в сечении положительную перерезывающую силу. Такая внешняя сила входит в алгебраическую сумму для определения  $Q_x$  со знаком «плюс».

В нашем случае мы видим только реакцию опоры  $R_A$ , которая вращает видимую нами часть балки относительно первого сечения (относительно края листка бумаги) против хода часовой стрелки. Поэтому

$$Q_{y_1} = -R_A = -40 \text{ кН.}$$

Изгибающий момент в любом сечении должен уравновесить момент, создаваемый видимыми нами внешними усилиями, относительно рассматриваемого сечения. Следовательно, он равен алгебраической сумме моментов всех усилий, которые действуют на рассматриваемую нами часть балки, относительно рассматриваемого сечения (иными словами, относительно края листка бумаги). При этом внешняя нагрузка, изгибающая рассматриваемую часть балки выпуклостью вниз, вызывает в сечении положительный изгибающий момент. И момент, создаваемый такой нагрузкой, входит в алгебраическую сумму для определения  $M_x$  со знаком «плюс».

Мы видим два усилия: реакцию  $R_A$  и момент в заделке  $M_A$ . Однако у силы  $R_A$  плечо относительно сечения 1 равно нулю. Поэтому

$$M_{x_1} = +M_A = 70 \text{ кН·м.}$$

Знак «плюс» нами взят потому, что реактивный момент  $M_A$  изгибает видимую нами часть балки выпуклостью вниз.

Напомним, что при определении знака изгибающего момента мы мысленно освобождаем видимую нами часть балки от всех фактических опорных закреплений и представляем ее как бы защемленной в рассматриваемом сечении (то есть левый край листка бумаги нами мысленно представляется жесткой заделкой).

**Сечение 2.** По-прежнему будем закрывать листком бумаги всю правую часть балки. Теперь, в отличие от первого сечения, у силы  $R_A$  появилось плечо:  $a_1 = 1 \text{ м}$ . Поэтому

$$Q_{y_2} = -R_A = -40 \text{ кН; } M_{x_2} = +M_A - R_A a_1 = +70 - 40 \cdot 1 = 30 \text{ кН·м.}$$

**Сечение 3.** Закрывая правую часть балки, найдем

$$Q_{y_3} = -R_A = -40 \text{ кН; } M_{x_3} = +M_A - R_A a_1 + M = +70 - 40 \cdot 1 + 50 = 80 \text{ кН·м.}$$

**Сечение 4.** Закроем листком левую часть балки. Тогда

$$Q_{y_4} = -q a_2 = -20 \cdot 2 = -40 \text{ кН; } M_{x_4} = +q a_2 \frac{a_2}{2} = 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = 40 \text{ кН·м.}$$

**Сечение 5.** По-прежнему закроем левую часть балки. Будем иметь

$$Q_{y_5} = -q a_2 = -20 \cdot 2 = -40 \text{ кН; } M_{x_5} = +q a_2 \frac{a_2}{2} = 20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = 40 \text{ кН·м.}$$

**Сечение 6.** Опять закроем левую часть балки. Получим

$$Q_n = M_x = 0.$$

По найденным значениям строим эпюры перерезывающих сил  $Q_z$  (рис. 3.12, б) и изгибающих моментов  $M_x$  (рис. 3.12, в).

Под незагруженными участками эпюра перерезывающих сил идет параллельно оси балки, а под распределенной нагрузкой  $q$  – по наклонной прямой вверх. Под опорной реакцией  $R_A$  на эпюре  $Q_z$  имеется скачок вниз на величину этой реакции, то есть на 40 кН.

На эпюре изгибающих моментов мы видим излом под опорной реакцией  $R_A$ . Угол излома направлен навстречу реакции опоры. Под распределенной нагрузкой  $q$  эпюра изменяется по квадратичной параболе, выпуклость которой направлена навстречу нагрузке. В сечении б на эпюре  $M_x$  – экстремум, поскольку эпюра перерезывающей силы в этом месте проходит здесь через нулевое значение.

### Задание для самостоятельной работы

1. Краткий конспект
  2. Вопрос 3- разобрать задачу
- Фотографию выполненной работы прислать в личном сообщении ВК <https://vk.com/id139705283>

На фотографии сверху должна быть фамилия, дата выдачи задания, группа, дисциплина. Например: «Иванов И.И, **15.02.23**, группа ХКМ 2/1, Техническая механика».