ثانوية الأخوين الشهيدين مغلاوي - مشيرة -
قســـــــــــــــم: 1 ج م ع ت 2
رياضيات

السنة الدراسية: 2016/2017
المـــــــــــادة:

الإجابة النموذجية للوظيفة المنزلية رقم 04

حل التمرين الاول:

I. $f(x)=x^2-6x+7 \quad ;D_f=\mathbb{R}$

1) تعيين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=(x+a)^2+b$:

لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$$(x+a)^2+b=x^2+2ax+a^2+b$$

بالمطابقة مع عبارة الدالة f المعطاة نجد:

$$\begin{cases}2a=-6\\ a^2+b=7\end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases}a=-3\\ (-3)^2+b=7\end{cases} \text{ إذن: } \begin{cases}a=-3\\ b=-2\end{cases}$$

عندئذ: $f(x)=(x-3)^2-2$

2) دراسة اتجاه تغير f على $\mathbb{R}$:

أ) على المجال $]-\infty;3]$: ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين من $]-\infty;3]$ بحيث $x_1<x_2\leq 3$

بإضافة (-3) نجد: $x_1-3<x_2-3\leq 0$ (الطرفان سالبان)

بالتربيع نجد: $(x_1-3)^2>(x_2-3)^2$

بإضافة (-2) نجد: $(x_1-3)^2-2>(x_2-3)^2-2$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$

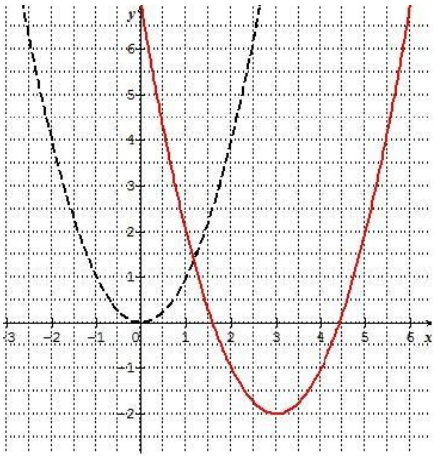
إذن: f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;3]$.

ب) على المجال $[3;+\infty[$: بطريقة مماثلة نجد أن f متزايدة تماما على المجال $[3;+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	3	$+\infty$

إنشاء (C_f) :



4) حل بيانيا المعادلتين :

حلول المعادلة (1) : $f(x)=-2$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذي المعادلة $y=-2$

من البيان نجد أن للمعادلة (1) حل مضاعف يساوي 3

التحقق من حلول المعادلة (1) جبريا: (1) تكافئ $(x-3)^2-2=-2$

هذا معناه أن: $(x-3)(x-3)=0$

إذن: المعادلة الأخيرة تقبل حلا مضاعفا هو 3 $S=\{3;3\}$

حلول المعادلة (2) : $f(x)=m$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم الموازي لمحور الفواصل ذي المعادلة $y=m$

من البيان نجد أن حلول المعادلة (2) تتغير حسب قيم العدد الحقيقي m وعليه تكون لدينا المناقشة التالية:

قيم m	حلول المعادلة (2)
$m\in]-\infty;-2[$	لا توجد حلول
$m=-2$	يوجد حل مضاعف يساوي 3
$m\in]-2;+\infty[$	يوجد حلان

II. $g(x)=3-\dfrac{1}{x+2} \quad ;D_g=\mathbb{R}-\{-2\}$

1) دراسة اتجاه تغير g على D_g :

على المجال $]-\infty;-2[$:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		↘		↗	

3) تبيان أن (C_f) هو صورة (P) بانسحاب شعاعه $\vec{u}$:

لتكن $M'(X;Y)$ نقطة من (C_f) ولتكن $M(x;y)$ نقطة من القطع المكافئ (P) ومنه $\overrightarrow{MM'}\begin{pmatrix}x-X\\y-Y\end{pmatrix}$ ،

لدينا: $(C_f): y=(x-3)^2-2$ ومنه $y+2=(x-3)^2$

بوضع: $\begin{cases}X=x-3\\Y=y+2\end{cases}$ نجد أن: $\overrightarrow{MM'}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$

إذن : (C_f) هو صورة (P) بانسحاب شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين من $]-\infty;-2[$ بحيث $x_1<x_2<-2$

بإضافة 2 نجد: $x_1+2<x_2+2<0$ (الطرفان سالبان تماما)

بالقلب نجد: $\frac{1}{x_1+2}>\frac{1}{x_2+2}$

بالضرب في (-1) نجد: $-\frac{1}{x_1+2}<-\frac{1}{x_2+2}$

أستاذة المادة:خلـــــــوف

بإضافة 3 نجد: $3-\frac{1}{x_1+2}<3-\frac{1}{x_2+2}$

أي: $g(x_1)<g(x_2)$

إذن: g متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-2[$.

بطريقة مماثلة نثبت أن g متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$.

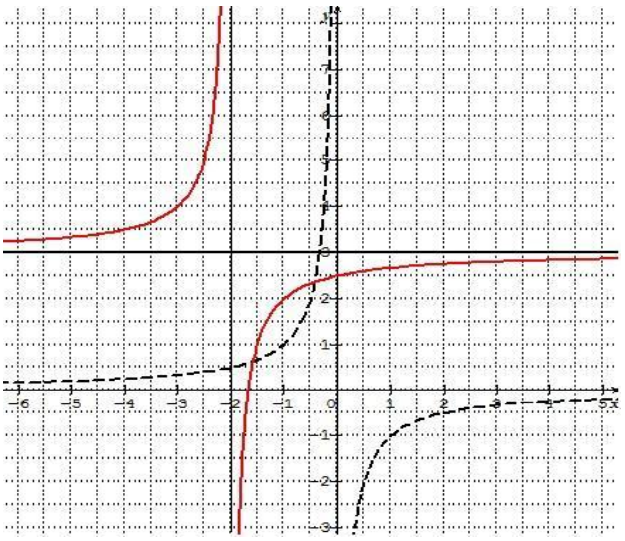
جدول تغيرات g :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g(x)$		↗		↗	

2) شرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (H) :

نرسم (H') نظير القطع الزائد (H) بالنسبة إلى محور الفواصل ، (C_g) هو صورة (H') بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

إنشاء (C_g) :



4) تعيين مركز تناظر المنحني (C_g) بيانيا:

(C_g) متناظر بالنسبة إلى النقطة $A(-2;3)$.

III. $h(x)=|1-2x|$; $D_h=\mathbb{R}$

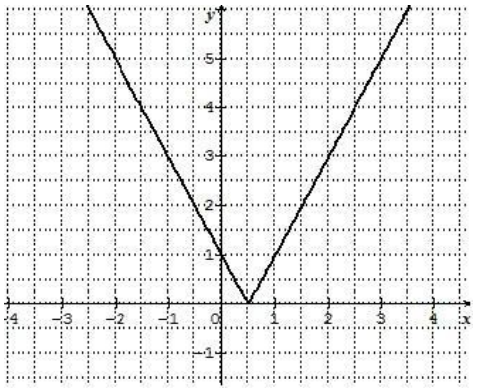
1) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة :

تماما على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ (لأن $2>0$) .

جدول تغيرات الدالة h :

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$h(x)$		↘	0	↗	

3) إنشاء (C_h) :



4) حل بيانيا المتراجحة $h(x)-3\le 0$:

حلول المتراجحة $h(x)\le 3$ بيانيا هي فواصل نقط (C_h) الواقعة تحت المستقيم ذي المعادلة $y=3$ مع فواصل النقط المشتركة بينهما .

إذن : $S=[-1;2]$.

حل التمرين الثاني:

I. 1) تبيان أنّ: $A(x)=\sin x-\cos x$

و $B(x)=\cos x+\sin x$:

$$A(x)=\cos\left(\frac{17\pi}{2}\right)-\sin(\pi+x)+\cos(11\pi+x)$$
$$=\cos\left(8\pi+\frac{\pi}{2}\right)-(-\sin x)+\cos(10\pi+\pi+x)$$
$$=\cos\frac{\pi}{2}+\sin x-\cos x$$

إذن: $A(x)=\sin x-\cos x$ وهو المطلوب .

$$B(x)=\cos(-x)+\sin(7\pi-x)-\sin(3\pi)$$
$$=\cos x+\sin(6\pi+\pi-x)-\sin(2\pi+\pi)$$
$$=\cos x+\sin x-\sin\pi$$

إذن: $B(x)=\cos x+\sin x$ وهو المطلوب .

2) حساب $\cos x$ و $\sin x$:

$$h(x)=|1-2x|=\begin{cases}1-2x & ;1-2x\geq 0\\ 2x-1 & ;1-2x<0\end{cases}$$
$$=\begin{cases}1-2x & ;x\leq \frac{1}{2}\\ 2x-1 & ;x>\frac{1}{2}\end{cases}$$

2) تعيين اتجاه تغير h على $\mathbb{R}$:

h متناقصة تماما على المجال $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ (لأن $-2<0$)

ومتزايدة

$$A(x)\times B(x)=(\sin x-\cos x)(\cos x+\sin x)$$
$$=\sin^2 x-\cos^2 x$$
$$=1-2\cos^2 x$$

لدينا:

$$\cos^2 x=\frac{1-A(x)\times B(x)}{2}$$

ومنه :

$$\cos^2 x=\frac{1}{4}$$

حسب المعطيات نجد أن:

وبالتالي : $\cos x = -\frac{1}{2}$ أو $\cos x = \frac{1}{2}$

بما أن $x \in \left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$ فإن $\cos x \le 0$ إذن: $\cos x = -\frac{1}{2}$.

بالتعويض في العبارة $A(x)$ نجد أن: $\sin x = A(x) + \cos x = \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{1}{2}$ إذن: $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

II. تعيين الجواب الصحيح في كل حالة مع التعليل:

	الجواب الصحيح	التعليل
(a	1	$\frac{697\pi}{3} = \frac{696\pi+\pi}{3} = 232\pi + \frac{\pi}{3}$
(b	2	$\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{-8\pi+\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
(c	3	نعلم أنه لكل x من $\mathbb{R}$: $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ ومنه $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \sin^2 x = 1$ وبالتالي $\sin^2 x = \frac{8}{9}$ ، وبما أن $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ فإن: $\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
(d	1	$A(x) = \sin\frac{5\pi}{6}\times\sin\frac{19\pi}{6} + \cos\frac{11\pi}{6}\times\cos\frac{17\pi}{6}$ $= \sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)\times\sin\left(3\pi+\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)\times\cos\left(3\pi-\frac{\pi}{6}\right)$ $= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $= -1$