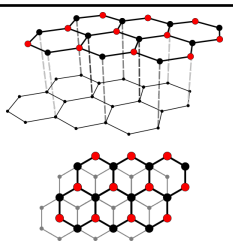
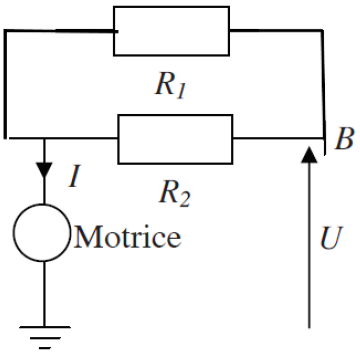
MODÉLISATION ET INGÉNIERIE NUMÉRIQUE PSI

MODÉLISATION DU CAPTAGE DU COURANT DANS UN TRAIN À GRANDE VITESSE

Partie I - Étude préliminaire de la ligne d'alimentation

Q1.	La raison est essentiellement économique. Cela revient moins cher de changer la bande de captage quand elle est trop usée car on agit sur une motrice et non pas sur le réseau. En plus la différence de dureté des matériaux, l'usure sera plus rapide sur le carbone.		
Q2.	La carbone graphite est en raison de sa structure est un **conducteur électrique** et un **lubrifiant.** Le graphite a de nombreuses applications industrielles, sous diverses formes naturelles ou synthétiques : construction mécanique : pièces de frottement, joints d'étanchéité, produits lubrifiants ; *construction électrique* : balais de moteurs ;  comme réducteur, notamment en sidérurgie (coke des hauts-fourneaux) ; comme électrode, par exemple en sidérurgie (acier électrique) ; comme cathode, par exemple dans l'industrie d'électrolyse de l'aluminium ou dans la galvanoplastie et particulièrement la galvanotypie ; comme modérateur dans des réacteurs nucléaires ; comme adsorbant, dans les filtres à « charbon actif ». comme conducteur électrique (bombe au graphite) comme échangeur de chaleur pour le traitement d'acide chlorhydrique (fabrication pigment de peinture)		

I.1 – Calcul des pertes dues à la caténaire

Q3.	Comme $V_A = V_B$, les deux résistances sont parallèles : La résistance équivalente est $R_e = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. Comme la résistance est proportionnelle à la longueur $\left(R = \dfrac{\rho}{\gamma S}\right)$, $R_1 = rx$ et $R_2 = r(L-x)$. On en déduit $R_e = \dfrac{rxr(L-x)}{rx + r(L-x)} = \dfrac{xr(L-x)}{L}$ 		
Q4	La résistance est maximale si $\dfrac{dR_e}{dx} = 0$. Or $\dfrac{dR_e}{dx} = \dfrac{r(L-x)}{L} - \dfrac{xr}{L} = \dfrac{r(L-2x)}{L}$ Donc $x = \dfrac{L}{2}$		
Q5	$R_e\left(\dfrac{L}{2}\right) = \dfrac{\dfrac{L}{2} r\left(L - \dfrac{L}{2}\right)}{L} = \dfrac{rL}{4} = 5{,}0.10^{-2}\,\Omega$.		

Q6.	La tension aux bornes de R_e est $U_R = R_e I = 125V$		
Q7.	Le rendement vaut $r = \frac{P_{utile}}{T_{couteuse}} = \frac{P_{motrice}}{T_{station}} = \frac{UI - U_R I}{UI} = \frac{U - U_R}{U} = 92\%$ En A ou B alors $R_e = 0$ donc le rendement vaut 100%		

I.2 – Passage au 25 kV alternatif

Q8.	La puissance perdue en ligne est moindre en hautes tension qu'en basse tension.		
Q9.	La fréquence est celle du réseau. Pour changer de tension, on utilise un **transformateur**.		

Partie II - Modélisation thermique de la caténaire, train à l'arrêt

II.1 – Régime transitoire dans la zone P1 : $-L_1 < z < -L_c/2$

Q10.	Le sujet est maladroit avec la notation Δz au lieu de dz. Considérons comme système une tranche de câble de section S et de longueur Δz. La section du câble est $S = \pi R^2$ donc • le flux entrant en z est : $\phi_{entrant}(z,t) = j(z,t)\pi R^2 = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}(z,t)\pi R^2$ • le flux sortant en z+dz est : $\phi_{sortant}(z+dz,t) = j(z+dz,t)\pi R^2 = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}(z+dz,t)\pi R^2$ • le flux sortant latéralement est : $d\phi_{lat}(z,t) = h\left(T(z,t) - T_e\right) dS' = h\left(T(z,t) - T_e\right) 2\pi R \Delta z$		
Q11.	La résistance d'une tranche est $\Delta R = \frac{\Delta z}{\gamma S} = \frac{1}{\gamma}\frac{\Delta z}{\pi R^2}$ donc la puissance joule dissipée dans la tranche Δz est $\delta P = \Delta R I^2 = \frac{I^2}{\gamma}\frac{\Delta z}{\pi R^2}$. L'énergie dissipée par effet Joule est $\delta^2 W = \Delta R I^2 \Delta t = \frac{I^2}{\gamma}\frac{\Delta z}{\pi R^2}\Delta t$		
Q12.	Considérons comme système une tranche de câble de section S et de longueur dz. A pression constante, $d^{(2)}H = \delta^{(2)}W_e + \delta^{(2)}Q_{reçue}$ (car on a deux infiniment petits en dt et dz). La barre étant une phase condensée : $d^2H = d\left(\underbrace{\rho S dz\, cT(z,t)}_{enthalpie}\right) = \underbrace{\frac{I^2}{\gamma}\frac{dz}{\pi R^2}}_{P_J} dt + \left(\phi_{entrant}(z,t) - \phi_{sortant}(z+de,t) - \phi_{lat}(z,t)\right) dt$ Comme z est constante, $dT = \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} dt$. Le bilan énergétique donne		

$$\rho cSdz\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}dt$$

$$=\frac{I^2}{\gamma}\frac{dz}{\pi R^2}dt+\left(-\lambda\frac{\partial T}{\partial z}(z,t)\pi R^2+\lambda\frac{\partial T}{\partial z}(z+dz,t)\pi R^2-h\left(T(z,t)-T_e\right)2\pi Rdz\right)dt$$

Soit

$$\rho c\pi R^2dz\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}=\lambda\frac{\partial^2 T}{\partial z}(z,t)\pi R^2dz-h\left(T(z,t)-T_e\right)2\pi Rdz+\frac{I^2}{\gamma}\frac{dz}{\pi R^2}$$

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}=\frac{\lambda}{\rho c}\frac{\partial^2 T}{\partial z}(z,t)-\frac{2h}{\rho cR}\left(T(z,t)-T_e\right)+\frac{I^2}{\rho c\left(\pi R^2\right)^2\gamma}$$

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T}{\partial z}(z,t)-b\left(T(z,t)-T_e\right)+d \quad \text{où} \quad a=\frac{\lambda}{\rho c},b=\frac{2h}{\rho cR},d=\frac{I^2}{\rho c\left(\pi R^2\right)^2\gamma}$$

II.2 – Résolution numérique dans la zone P_1

Q13. Le développement de Taylor à l'ordre 2 donne :

$$f(x+\varepsilon)=f(x)+\varepsilon f'(x)+\frac{\varepsilon^2}{2}f''(x)+o\left(\varepsilon^2\right) \quad \text{avec} \quad \lim_{\varepsilon\to 0}o\left(\varepsilon^2\right)=0$$

$$f(x-\varepsilon)=f(x)-\varepsilon f'(x)+\frac{\varepsilon^2}{2}f''(x)+o\left(\varepsilon^2\right) \quad \text{avec} \quad \lim_{\varepsilon\to 0}o\left(\varepsilon^2\right)=0$$

Q14. On en déduit $\lim_{\varepsilon\to 0}\left(\frac{f(x+\varepsilon)+f(x-\varepsilon)-2f(x)}{\varepsilon^2}\right)=f''(x)$

Q15. En discrétisant, $z_k=z$, $z_{k+1}=z+\varepsilon$, $z_{k-1}=z-\varepsilon$ avec $\Delta z=\varepsilon$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z_k,t)=\frac{T(z_{k+1},t)-2T(z_k,t)+T(z_{k-1},t)}{(\Delta z)^2}$$

Q16. En utilisant la méthode d'Euler, $\frac{\partial T}{\partial t}(z_k,t_p)=\frac{T(z_k,t_{p+1})-T(z_k,t_p)}{\Delta t}$

Q17. En reportant dans l'équation,

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T}{\partial z}(z,t)-b\left(T(z,t)-T_e\right)+d$$

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T}{\partial z}(z,t)-bT(z,t)+bT_e+d\Rightarrow$$

$$\frac{T(z_k,t_{p+1})-T(z_k,t_p)}{\Delta t}=a\frac{T(z_{k+1},t_p)-2T(z_k,t_p)+T(z_{k-1},t_p)}{(\Delta z)^2}+bT(z_k,t_p)+e$$

$$T(z_k,t_{p+1})$$

$$=T(z_k,t_{p+1})+\Delta t\left(\frac{a}{(\Delta z)^2}\left(T(z_{k+1},t_p)-2T(z_k,t_p)+T(z_{k-1},t_p)\right)+bT(z_k,t_p)+e\right)$$

Q18.

```
for k in range(0,N+1)
    T[0,k]=T0
```

Ou

	T[0, :]		
Q19.	T[p+1,k]= T[p,k]+dt*(a*(T[p,k+1]-2* T[p,k]+ T[p,k-1])/(dz**2)-b** T[p,k]++e)		
Q20.	for i in range(1,M+1) T[i,0]=T0 Ou T[0, 1:]		
Q21.	En faisant le bilan énergétique pour une tranche entre $-L_c/2-dz$ et $-L_c/2$, on obtient $\rho c\pi R^2 dz\frac{\partial T\left(-L_c/2,t\right)}{\partial t}dt=\left(\phi\left(-\frac{L_c}{2}-dz,t\right)-\phi\left(-\frac{L_c}{2},t\right)-\phi_{lat}\right)dt$ $=\frac{I^2}{\gamma}\frac{dz}{\pi R^2}dt+\left(-\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\left(-\frac{L_c}{2}-dz,t\right)\pi R^2+j\pi R^2-h\left(T\left(-\frac{L_c}{2}-dz,t\right)-T_e\right)2\pi Rdz\right)dt$ Soit $\frac{\partial T\left(-L_c/2,t\right)}{\partial t}=-\frac{\lambda}{\rho cdz}\frac{\partial T}{\partial z}\left(-\frac{L_c}{2}-dz,t\right)+\frac{j}{\rho cdz}-\frac{2h}{\rho cR}\left(T\left(-\frac{L_c}{2}-dz,t\right)-T_e\right)$ $\frac{\partial T\left(-L_c/2,t\right)}{\partial t}=-\frac{a}{dz}\frac{\partial T}{\partial z}\left(-\frac{L_c}{2}-dz,t\right)+\frac{j}{\rho cdz}-b\left(T\left(-\frac{L_c}{2}-dz,t\right)-T_e\right)$ En discrétisant, $\frac{T\left(-L_c/2,t_{p+1}\right)-T\left(-L_c/2,t_p\right)}{\Delta t}$ $=-\frac{a}{\Delta z}\left(\frac{T\left(-L_c/2-\Delta z,t_p\right)-T\left(-L_c/2,t_p\right)}{\Delta z}\right)+\frac{j}{\rho c\Delta z}-b\left(T\left(-L_c/2,t_p\right)-T_e\right)$ $T\left(-L_c/2,t_{p+1}\right)=T\left(-L_c/2,t_p\right)$ $+\frac{\Delta t}{\Delta z}\left(-a\left(\frac{T\left(-L_c/2-\Delta z,t_p\right)-T\left(-L_c/2,t_p\right)}{\Delta z}\right)+\frac{j}{\rho c}-b\Delta z\times T\left(-L_c/2,t_p\right)+e\Delta z\right)$ Erreur dans le sujet $e=bT_e+d$ alors qu'ici $e=bT_e$ En Phyton, Tab[p+1,N]=Tab[p,N]+dt*(-a* (Tab[p,N]- Tab[p,N-1]) +b*dz*Tab[p,N]+e*dz +g)/dz Par identification, $g=\frac{j}{\rho c}$		
Q22.	On peut considérer que le régime stationnaire est atteint car les courbes t=1000s et 1200 s sont quasiment confondues.		

II.3 – Modélisation de la zone de contact de longueur L_c, au sein du caténaire

Q23.	La relation est $\vec{E}=-\overrightarrow{grad}\left(V\right)$		
Q24.	On en déduit $div\left(\vec{E}\right)=div\left(-\overrightarrow{grad}\left(V\right)\right)=-\Delta V=0$		
Q25.	Plus les équipotentielles sont resserrées plus, le gradient est élevé : $E\approx\frac{\Delta V}{\Delta l}$ En C, $E\left(C\right)\approx10^{-3}V/m$ et en D, $E\left(D\right)\approx10^{-2}V/m$. L'effet joule est proportionnel à I² donc à E² car la conductivité dans un métal est		

	$j = \gamma E$. Plus l'effet joule est important, plus la température sera élevée de la température en D sera plus élevée qu'en C.		
Q26.	Cela est lié au temps caractéristique des régimes transitoires thermiques beaucoup plus long par rapport au transitoire électrique.		
Q27.	On constate que les erreurs sont plus importantes au début qu'à la fin : Le modèle est donc plus adapté au régime stationnaire qu'au régime transitoire.		

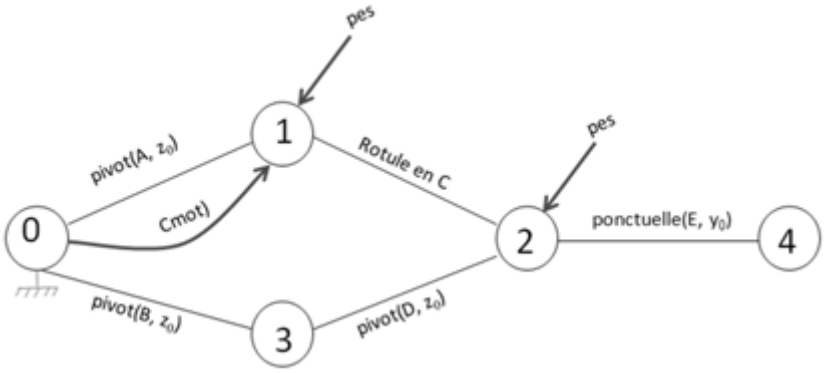
Partie III - Risque de rupture de la caténaire par frottement excessif

III.1 – Mesure de l'effort sur la caténaire

Choix de l'emplacement du capteur d'effort

Q28. Dans le domaine élastique, la force de contrainte est proportionnelle à l'élongation : $F = k\Delta L$. Ceci modifie la résistance qui permettra de faire une mesure via un montage électronique. Le corps de l'épreuve est donc le circuit résistif et la résistance la grandeur de sortie.

Q.29



Q30. En isolant la pièce 3, le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à ce système 3 donne comme forme des torseurs

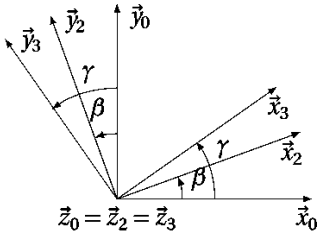
$$\{T_{0\to3}\} = \begin{Bmatrix} X_{03} & - \\ Y_{03} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{B,R_0} \quad \{T_{2\to3}\} = \begin{Bmatrix} X_{23} & - \\ Y_{23} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{D,R_0}$$ et

Le principe fondamental de la statique appliqué au 2 glisseurs implique que les deux résultants sont opposées et colinéaires à $\overline{BD}$.

$$\{T_{0\to3}\} = \begin{Bmatrix} -R & - \\ 0 & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{B,R_3} \quad \{T_{2\to3}\} = \begin{Bmatrix} R & - \\ 0 & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{D,R_3}$$ et

Q31. En isolant la pièce 2, le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à ce système 2 donne comme forme des torseurs

$$\{T_{1\to2}\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & - \\ Y_{12} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{C,R_0} \quad \{T_{4\to2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ F_c & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{E,R_0}$$,



$$\{T_{pesante\to 2}\}=\begin{Bmatrix}0 & -\\ -m_2 g & -\\ - & 0\end{Bmatrix}_{G_2,R_0} \quad \{T_{3\to 2}\}=\begin{Bmatrix}-R & -\\ 0 & -\\ - & 0\end{Bmatrix}_{D,R_3}$$ et

En appliquant le théorème du moment statique en C par rapport à $\vec{z}_0$:

$\left(\vec{M}_{C,1\to 2}+\vec{M}_{C,4\to 2}+\vec{M}_{C,3\to 2}+\vec{M}_{C,pes\to 2}\right).\vec{z}_0=0$ à savoir

$$\vec{M}_{C,1\to 2}.\vec{z}_0=\left(\overrightarrow{CE}\wedge\left(-F_c.\vec{y}_0\right)\right).\vec{z}_0=\left(-F_c\left(\vec{y}_0\wedge\vec{z}_0\right)\right).e\vec{x}_2=-eF_c\cos(\beta)$$

$$\vec{M}_{C,3\to 2}.\vec{z}_0=\left(\overrightarrow{CD}\wedge\left(-R\vec{x}_3\right)\right).\vec{z}_3=\left(-R\vec{x}_3\wedge\vec{z}_3\right)\left(-c\vec{x}_2+d\vec{y}_2\right)$$

$$\vec{M}_{C,3\to 2}.\vec{z}_0=R\left(c\sin(\gamma-\beta)+d\cos(\gamma-\beta)\right)$$

$$\vec{M}_{C,4\to 2}.\vec{z}_0=0$$

$$\vec{M}_{C,Pesanteur\to 2}.\vec{z}_0=\left(\overrightarrow{CG_2}\wedge\left(-m_2 g.\vec{y}_0\right)\right).\vec{z}_0=\left(-m_2 g\left(\vec{y}_0\wedge\vec{z}_0\right)\right).b\vec{x}_2=-m_2 gb\cos(\beta)$$

On en déduit

$$-eF_c\cos(\beta)-m_2 gb\cos(\beta)+R\left(c\sin(\gamma-\beta)+d\cos(\gamma-\beta)\right)=0$$

$$R=\frac{\left(eF_c+m_2 gb\right)\cos(\beta)}{c\sin(\gamma-\beta)+d\cos(\gamma-\beta)}$$

Q32.

En isolant l'ensemble $\{1+2\}$, le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à ce système $\{1+2\}$ donne comme torseurs :

$\{T_{0\to 1}\}$, $\{T_{moteur\to 1}\}$, $\{T_{pesante\to 1}\}=\begin{Bmatrix}0 & -\\ -m_1 g & -\\ - & 0\end{Bmatrix}_{G_1,R_0}$

$\{T_{pesante\to 2}\}=\begin{Bmatrix}0 & -\\ -m_2 g & -\\ - & 0\end{Bmatrix}_{G_2,R_0}$, $\{T_{3\to 2}\}=\begin{Bmatrix}-R & -\\ 0 & -\\ - & 0\end{Bmatrix}_{D,R_3}$ et $\{T_{4\to 2}\}$

On doit ensuite appliquer le théorème du moment statique en A par rapport à $\vec{z}_0$.

Q33.

La courbe 1 est une droite d'équation $C_m=aF_c+b$

La courbe 2 est une droite de même forme mais avec $m_1'=m_1+m_2$ et $m_1'=0$

La courbe 3 est une droite d'équation $C_m=aF_c$

Les 3 droite sont parallèles donc elles ont la même pente .On peut donc négliger la pesanteur et les masses.

III.2 – Cahier des charges de l'asservissement de l'effort sur la caténaire

Q34. En fixant la jauge sur le bras inférieur, la sensibilité sera multipliée par 40,

	c'est-à-dire que pour une même variation de F_C, on aura une variation de la résistance de jauge 40 fois plus importante. Pour le bras inférieur, $S_1 = \frac{7000-4400}{200} = 13$, pour le bras supérieur $S_2 = \frac{64-0}{200} = 0,31$. On en déduit $\frac{S_2}{S_1} = 40$		
Q35.	Nous avons deux cas à distinguer : • Pour une vitesse $v \le 200km/h$, $F_{cmoy} = \frac{0,00047V^2+60+0,00047V^2+90}{2} = 0,00047\times V^2+75$ • Pour une vitesse $v \le 200km/h$, $F_{cmoy} = \frac{0,00047V^2+60+0,00097V^2+70}{2} = 0,00072\times V^2+65$		
Q36.	La plage de 50% représente ¼ de l'étendue $F_{C\min}$ et $F_{C\max}$. La précision est donc $\varepsilon_{\%} = \frac{1/4\left(F_{C\max}-F_{C\min}\right)}{\left(F_{C\max}-F_{C\min}\right)/2} = \frac{1}{2}\frac{F_{C\max}-F_{C\min}}{F_{C\max}-F_{C\min}}$. Nous avons deux cas à distinguer : • Pour une vitesse $v \le 200km/h$, $\varepsilon_{\%} = \frac{0,00047V^2+90-0,00047V^2-60}{2\left(0,00047V^2+90+0,00047V^2+60\right)} = \frac{30}{2\left(0,00047V^2+90+0,00047V^2+60\right)}$ • Pour une vitesse $v \le 200km/h$, $\varepsilon_{\%} = \frac{0,00097V^2+70-0,00047\times V^2-60}{2\left(0,00097\times V^2+90+0,00047\times V^2+60\right)} = \frac{0,00050\times V^2+10}{2\left(0,00144\times V^2+130\right)}$		
Q37.	Pour une vitesse $v \le 200km/h$, l'erreur relative est décroissante donc elle serait minimale pour $v_0 = 200km/h$. Pour une vitesse $v > 200km/h$, $\frac{d\varepsilon_{\%}}{dV} = \frac{0,2024V}{\left(0,00288\times V^2+260\right)^2} > 0$ donc l'erreur va croitre donc elle serait minimale pour $v_0 = 200km/h$. La valeur minimale sera donc pour $v_0 = 200km/h$.		
Q38.	Cette flèche crée une perturbation pour l'asservissement de la force de contact en faisant varier la distance entre le toit et la caténaire de façon périodique.		
Q39.	On considère comme système un élément *dx* de fil. Les forces appliquées sont • Le poids $\delta\vec{p} = \delta m\vec{g}$ où δm est la masse de la tranche *dx*. • La tension $\vec{T}(x)$ en *x* • La tension $\vec{T}(x+dx)$ en *x*+*dx* En appliquant la condition d'équilibre : $\delta\vec{p}+\vec{T}(x+dx)+\vec{T}(x)=\vec{0}$ En projetant suivant $\vec{x}$ et $\vec{y}$:		

	$\begin{cases} T_h(x+dx) - T_h(x) & = 0 \\ T_v(x+dx) - T_v(x) - \delta P & = 0 \end{cases}$		
Q40.	Suivant l'axe Ox, $T_h(x) = T_h(x+dx)$ donc $T_h(x)$ est constant		
Q41.	En utilisant Pythagore, $d\ell^2 = dx^2 + dy^2$ alors $\left(\frac{d\ell}{dx}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ $\frac{d\ell}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$		
Q42.	De la projection suivant y, $\delta p = T_v(x+dx) - T_v(x) = \frac{dT_v(x)}{dx} dx = \mu g d\ell$ Alors $\frac{dT_v(x)}{dx} = \mu g \frac{d\ell}{dx} = \mu g \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$		
Q43.	On admet $T_v(x) = T_h(x) y'(x)$ alors comme $T_h(x) = T_h$ est constant : $T_v'(x) = T_h y''(x)$ alors en reportant dans l'équation précédente, $T_h y''(x) = \mu g \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ En séparant les variables, $\frac{y''}{\sqrt{1+y'^2}} = \frac{\mu g}{T_h} \Rightarrow \int \frac{y''}{\sqrt{1+y'^2}} dx = \int \frac{\mu g}{T_h} dx + C_1$ $\Rightarrow \text{arcsin h}(y') = \frac{\mu g}{T_h} x + C_1 \Rightarrow y'(x) = \sinh\left(\frac{\mu g}{T_h} x + C_1\right)$ En intégrant de nouveau, $y(x) = \frac{T_h}{\mu g} \sinh\left(\frac{\mu g}{T_h} x + C_1\right) + C_2$ Par identification, $a = \frac{T_h}{\mu g}, \alpha = C_1, \beta = C_2$		
Q44.	On lit sur le graphe une fréquence $f_1 = 1,5Hz$ et une fréquence $f_2 = 11,1Hz$. Sachant que le train se déplace à 320km/h=88,8m/s, on en déduit une longueur caractéristique L=v/f=60m c'est-à-dire à la distance entre 2 poteaux. La deuxième correspond à une distance de 8m. Je n'ai pas d'argument.		
Q45.	Le bande passante doit être supérieure à $1,5 \times f_2 \approx 16,6Hz$ afin de récupérer le signal et filtrer les perturbations.		
Q46.	Compte tenu du cahier des charges : • On doit limiter l'erreur statique et le dépassement à 8% • La bande passante est fixée à plus de 16.6Hz • Il n'y a pas de contrainte sur le temps de réponse • Pour le système le plus rapide avec dépassement on peut fixer le temps de réponse à 30 ms car $\omega_0 t_{r5\%} \approx 3$.		

III.3 – Asservissement de l'effort sur la caténaire

Q47.	La variation de hauteur de la caténaire modifie la longueur du ressort donc de F		
Q48.	L'équation		

	$m\frac{d^2y_M}{dt^2}=-k\left(y_M(t)-y_L(t)\right)-f\left(\frac{dy_M}{dt}(t)-\frac{dy_L}{dt}(t)\right)+F_m(t)$ Donne en transformée de Laplace $mp^2Y_M(p)=-kY_M(p)+kY_L(p)-fpY_M(p)+fpY_L(p)+F_m(p)$		
Q49.	$\left(mp^2+k+fp\right)Y_M(p)=kY_L(p)+fpY_L(p)+F_m(p)$ $Y_M(p)=\frac{(k+fp)Y_L(p)+F_m(p)}{mp^2+fp+k}=B(p)\left(A(p)Y_L(p)+F_M(p)\right)$ Alors $B(p)=\frac{1}{mp^2+fp+k}$ et $A(p)=k+fp$		
Q50.	A l'entrée de $C(p)$, on a $F_c(p)-F(p)$ A la sortie de $C(p)$ et $H_C(p)$, on a $\left(F_c(p)-F(p)\right)C(p)H_C(p)$ Apres le sommateur, on a $\left(F_c(p)-F(p)\right)C(p)H_C(p)+A(p)Y_L(p)$ A l'entrée du dernier soustracteur $\left(\left(F_c(p)-F(p)\right)C(p)H_C(p)+A(p)Y_L(p)\right)B(p)A(p)$ Donc $F(p)=\left(\left(F_c(p)-F(p)\right)C(p)H_C(p)+A(p)Y_L(p)\right)B(p)A(p)-A(p)Y_L(p)$ $F(p)\left(1+C(p)H_C(p)B(p)A(p)\right)$ $=F_c(p)C(p)H_C(p)B(p)A(p)+\left(A(p)B(p)-1\right)A(p)Y_L(p)$ $F(p)=\frac{F_c(p)C(p)H_C(p)B(p)A(p)+\left(A(p)B(p)-1\right)A(p)Y_L(p)}{1+C(p)H_C(p)B(p)A(p)}$ Soit $H_1(p)=\frac{C(p)H_C(p)B(p)A(p)}{1+C(p)H_C(p)B(p)A(p)}$ et $H_2(p)=\frac{\left(A(p)B(p)-1\right)A(p)}{1+C(p)H_C(p)B(p)A(p)}$		
Q51.	Le gain en décibel est de 42 donc $\Delta F_{\max}=10^{\frac{42}{20}}(0,06)=7,55N$		
Q52.	A 320km/h, la force moyenne est $F_C=0,00072(320)^2+65=138,7N$ L'erreur relative est donc $\frac{\Delta F_{\max}}{F_C}=\frac{7,55}{138,7}=5,4\%<8\%$ L'exigence est donc validée.		

FIN