

Matematik 2

HurDetFunkar

För dig som läser matematik 2a, 2b, 2c

Det är som det är och det blir som det blir, under tiden så finns mycket att lära. Här tänkte jag en gång samla sådant jag kommit över som jag tyckte var riktigt bra och inspirerande om matematik. Vem är då jag? Jag heter Anna Malmberg, gymnasielärare i matematik och fysik som driver sidan [HurDetFunkar](#) vilken var tänkt att vara en skolhjälp på gymnasienivå i både matematik och fysik.

2025 startade jag istället [AINNOVA AB](#). Jag kan hjälpa till med studier på en helt annan nivå än mina tidigare trevande försök här så varmt välkomna att ta kontakt där. Mina [erbjudanden och priser hittas här](#), utbildning ligger mig mig varmt om hjärtat.

Det mesta nedan är inte längre så relevant även om det finns en del som fortfarande kan vara till nytta.

Med vänlig hälsning/ Anna Malmberg, din digitala Zorro ← Z →

Bra länkar

Hjälp till uppgifter i din lärobok

Bra länkar för att få hjälp med uppgifter i boken matematik 5000

[Nicks videoklipp](#). Till de flesta av kurserna nedan har Nick lösningar till samtliga uppgifter för Matematik 5000 i kurserna; [Ma 1a gul](#), [Ma 1a röd](#), [Ma 1b](#), [Ma 2a](#), [Ma 2b](#), [Ma 2bc VUX](#), [Ma 2c](#), [Ma 3b](#), [Ma 3bc VUX](#)

[FREDRIKS FILMER](#). Fredrik har massor med bra lösningar till uppgifter i en mängd av kurser. Om du har kurslitteraturen 5000 bc VUX, så är kurslitteraturen identisk med 2b, 2c är extra kapitel i den boken. [Matematik 1a gul](#), [Matematik 1a röd](#), [Matematik 1b grön](#), [Matematik 1c](#), [Matematik 2a röd](#), [Matematik 2b](#), [Matematik 2c](#), [Matematik 3b](#), [Matematik 3c](#), [Matematik 4](#), [Matematik 5](#), 5000+ finns också för [1c](#), [2c](#), [3c](#), [4](#) och [5](#). Fredrik har också lösningar till fysik; Fysik 1. [Ergo 1](#), [Heureka 1](#), Fysik 2. [Heureka 2](#). Fredrik har också lösningar i kemi: [Gymnasiekemi 1 Ergo](#), [Gymnasiekemi 2 Ergo](#). Missa för allt i världen inte hans filmade genomgångar på [frisläppta gamla nationella prov](#). Jag anar att du som hittat hit också kan vara

intresserad av [högskoleprov](#), även här kommer Fredrik till vår räddning. Fredrik har också lösningar genomgångar på miniräknare, [Texas och CASIO](#)

[Olleh:s webbsupport i matematik och fysik](#) är också helt fantastisk. I matematik är det skriftliga lösningar till [5000: 1b och 1c. 2b och 2c. 3b och 3c. 4 och 5](#). Och i fysik är det [lösningar till Heureka 1 och 2](#)

Alla ovanstående länkar är gratis och det är mängden resurser som är största argumentet för 5000 serien. **Matematik 5000, Origo, Exonent och Matematik M** är olika kurslitteratur på gymnasiet som är olika lätt att hitta lösningar till. **Googla även själv på din kursboks namn och uppgiftnummer.** [Mathleaks](#) har *lösningar* till; Matematik 5000, Origo, och Exponent men det är bara uppgifterna på nivå 1 som är gratis, [uppgifter på högre nivå kostar 79kr/mån](#) vilket i min mening är dyrt. ***Har du matematik 5000 så går det att ladda hem en app till telefonen som heter matematik 5000. köp rätt bok i appen för 50 kr så finns både ledtrådar och fullständiga lösningar där.*** Eddler är en sida som verkar bra men kostar 89 kr/mån per kurs i matematik [från högstadiet till matematik 5 samt fysik 1](#). Framförallt så har Eddler den mest utskriftsvänliga sidan av [gamla nationella prov](#), Även om kurserna kostar så finns mycket på sidan som är gratis och som är bra.

Bra genomgångar på olika moment i din kurs

- [Matteboken](#) är en fantastisk sida som har allt från grundskolematematik till kurs 5 på gymnasiet. Här finns både textgenomgångar och videogenomgångar på alla moment, se den som ett komplement till din lärobok.
- Om du söker andra bra genomgångar på kursmoment så har [Vidma](#) alla kurser från matematik 1 till matematik 4, där finns också många andra bra resurser och många lösta uppgifter till kursboken Origo.

Bra gratisprogram

Obs! Dessa räkneprogram använder punkt istället för kommatecken. Om du däremot ska lösa ett ekvationssystem så ska ekvationerna separeras med ett kommatecken i WolframAlpha.

- Jag har lärt mig att älska [WolframAlpha](#) som löser ekvationer och levererar mer än du kan ana i siffror.
- Jag blir också allt mer förtjust i [geogebra](#), denna länk är till originalprogrammet men det finns många färdigbyggda simuleringar som jag ofta hänvisar till i de olika avsnitten. Georgios Theodoridis har en fantastisk samling med simuleringar byggda i Geogebra <http://www.georgiostheodoridis.se/sv/default.asp>

Frågelådor eller hjälp på plats

[Mattecentrum](#) är de som har byggt upp [matteboken](#) och [formelsamlingen](#). I deras regi anordnas även räknestugor runt om i Sverige. Kanske har även din stad en räknestuga?

Det finns massor av digitala frågelådor och facebookgrupper men de jag gillar bäst är [Pluggakuten](#) samt, [Fråga lund](#).

Matte på olika språk

Webbmatte har grundmatematik på flera olika språk <http://www.webbmatte.se/>
Från skolverket [Matematiska begrepp på olika språk](#)
Grundvux <https://www.grundvux.se/matematik.html>

Länksamlingar

Vill du ha ett helt skafferi av länkar ska du gå till <http://www.lankskafferiet.org/>
Smal, Mattelärarnas länksida https://www.smal-matte.com/?page_id=12
Kevenis samling <http://svemat.kevius.com/>
Pluggakutens länksamling <https://gamla.pluggakuten.se/lankar>

Lekfulla räkneövningar

Bra och lekfulla övningar från http://www.matteva.fi/	T 123 A 456 L 789 systemet 0 Huvud- räkning Bråk Nega- tiva tal Procent Geometri Algebra Spel och pussel Verktyg		
Talsystemet <a href="http://www.matteva.fi/talsyste
m/index.html">http://www.matteva.fi/talsyste m/index.html * Läsa och skriva tal * Avrundning * Positionssystemet * Faktorisering * Storleksordning * Placera decimaltecknet Uppskattning * Sortera uttryck * Enhetsbyten Talföljder * Priser Kulram	Bråk <a href="http://www.matteva.fi/brak/ind
ex.html">http://www.matteva.fi/brak/ind ex.html Bråkkakor Uppskatta storleken av bråk * Visa grafiskt bråkets andel av en helhet * Bråk - grundövningar * Ändra mellan bråk och decimaltal Bråk-memory	Negativa tal <a href="http://www.matteva.fi/negativ
a/index.html">http://www.matteva.fi/negativ a/index.html * Öva att räkna med negativa tal * Negativa tal - bild * Negativa tal - fylla i Räknepyramid Släck elden! Negativa tal - shooter	
Procent <a href="http://www.matteva.fi/procent/
index.html">http://www.matteva.fi/procent/ index.html Procent-, bråk- och decimalform Delar av figur * Visa andelen grafiskt Skriv procentuttryck * Öva procenträkning Fyll i en procenttabell Procentrutor * Procentsaga	Algebra <a href="http://www.matteva.fi/algebra/
index.html">http://www.matteva.fi/algebra/ index.html * Hitta regeln * Variabler - grundövningar * Beräkna värdet av ett uttryck * Förenkla potensuttryck med variabler * Förenkla polynom * Fyll i rätt polynom * Multiplicera polynom * Ekvationer 1 - välj rätt åtgärd * Ekvationer 2 - räkna själv * Ekvationer 3 - flytta termer * Speciella ekvationer * Teckna ekvationer Ekvationsspel - shooter Hitta funktionen * Rita linjer * Linjens ekvation	Geometri <a href="http://www.matteva.fi/geometr
i/index.html">http://www.matteva.fi/geometr i/index.html * Paralleller och normaler * Koordinatsystem Snakespel i koordinatsystem Polygoner och månhörningar Sortera enligt symmetri * Rita symmetriska bilder * Uppskatta vinkelns storlek Vinklar vid linjer * Vinklar i en triangel * Höjden i en triangel Omkrets och area * Cirkel och sektor * Volym och begränsningsyta * Öva Pythagoras sats Öva trigonometri	

Nedanstående är matematik 1

I den mån jag får tid ska jag bygga upp matematik 2 men här ligger nu den grundmatematik som du behöver från matematik 1 där jag tagit bort talbaser och sannolikhet som du inte kommer att behöva i kurs 2.

Aritmetik

Aritmetik handlar om att räkna med siffror

De fyra räknesätten

De fyra räknesätten; **addition**, **subtraktion**, **multiplikation**, **division** och mycket annat förutsätts man kunna innan man kommer till denna kurs som till stora delar är repetition av högstadiets matematik. Har du kunskapsbrister så kan du klara denna kurs ändå men var beredd på att på att både plugga in sådant som du redan förväntas kunna samt det som är nytt i kursen.

Additions- och subtraktionsalgoritmer

Additions- och subtraktionsalgoritmen= plus och minus

Då vi räknar plus och minus för hand ska kommatecknet alltid stå under varandra, då hamnar automatiskt tiotalen under tiotalen och entalen under entalen osv.

$\begin{array}{r} 12+9,45 \\ \underline{12,00} \\ +9,45 \\ \hline 21,45 \end{array}$	Det är lättare att räkna plus och minus om man har samma antal decimaler	$\begin{array}{r} 12-9,45 \\ \underline{10\ 10\ 10} \\ +2,00 \\ -9,45 \\ \hline 2,55 \end{array}$	Då vi räknar minus måste alltid det största talet stå längst upp
$\begin{array}{r} 335,05+49+2 \\ \underline{335,05} \\ 49,00 \\ +2,00 \\ \hline 386,05 \end{array}$	Plusuppställningen fungerar även då vi adderar fler än två tal. Detta gäller inte för minus	$\begin{array}{r} 335,05-49-2 \\ \underline{10} \\ 335,05 \\ -51,00 \\ \hline 284,05 \end{array}$	Det finns ingen uppställning för flera minustal. Du måste lägga ihop de negativa talen alltså <u>de tal</u> med ett minustecken på vänster sida för sig. $-49-2 = -(49+2) = -51$

Multiplikationsalgoritmen

MULTIPLIKATION = GÅNGER

Multiplikationsalgoritmen

Vid **multiplikation** med tal som man inte klarar att räkna i huvudet kan man ställa upp och räkna ut det för hand. Nedan finns några exempel vilka du kan träna in denna teknik med:

72•3 = 216										73•5 = 365										845•4 = 3380									
		7	2									7	3									8	4	5					
		•	3									•	5	±								•		4	±	±			
		<u>2</u>	<u>1</u>	<u>6</u>								<u>3</u>	<u>6</u>	<u>5</u>								<u>3</u>	<u>3</u>	<u>8</u>	<u>0</u>				

47•13 = 611										56•53 = 2968										96•14 = 1344									
		4	7								5	6	3									9	6	1					
	•	1	3	2						•	5	3	1									•	1	4	2				
	1	4	1							1	6	8										3	8	4					
+	4	7								+	2	8	0									+	9	6					
	6	1	1							2	9	6	8									1	3	4	4				

72•354 = <u>255488</u>										72•354 = <u>255488</u>										72•3,54 = 2554,88									
				3	5	4	±	3					7	2	±								3,	5	4	±	3		
				•	7	2	±						3	5	4								•	7	2	±			
				<u>7</u>	<u>0</u>	<u>8</u>							<u>2</u>	<u>8</u>	<u>8</u>								<u>7</u>	<u>0</u>	<u>8</u>				
+	2	4	7	8									3	6	0							+	2	4	7	8			
	<u>2</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>8</u>	<u>8</u>								<u>2</u>	<u>1</u>	<u>6</u>								<u>2</u>	<u>5</u>	<u>4,</u>	<u>8</u>	<u>8</u>		
													<u>2</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>8</u>	<u>8</u>												

Vid **multiplikation** med decimaltal ska man **multipliera** talen som om de vore heltal och sedan sätta dit så många decimaler som talen tillsammans bestod av från början. Antalet decimaler är det samma som antalet siffror efter kommatecknet.

Multiplikation med 10, 100 och 1000

Multiplikation och division med 10, 100 och 1000 ska gå som en dans

Att multiplicera och dividera med 10, 100, 1000 är lätt att lära sig och väldigt viktigt att kunna. Detta är sådant man ska kunna räkna i huvudet.

talen blir 10, 100 eller 1000 gånger större

Vid **multiplikation** med 10, 100 eller 1000 flyttar man kommatecknet åt höger

$2 \cdot 10 = 20$	$3250 \cdot 10 = 32\ 500$	$0,45 \cdot 10 = 4,5$
$2 \cdot 100 = 200$	$3250 \cdot 100 = 325\ 000$	$0,45 \cdot 100 = 45$
$2 \cdot 1000 = 2000$	$3250 \cdot 1000 = 3\ 250\ 000$	$0,45 \cdot 1000 = 450$

Multiplikation med andra tiotal, hundratal och tusental är lika enkelt. Först räknar man ut siffrorna i talet sedan lägger man på nollorna.

$2 \cdot 40 = 80$	$3250 \cdot 20 = 65\ 000$	$0,45 \cdot 2 = 0,90 = 0,9$
$2 \cdot 500 = 1000$	$3250 \cdot 300 = 975\ 000$	$0,9 \cdot 2 = 1,8$
$2 \cdot 6000 = 12\ 000$	$5000 \cdot 5000 = 25\ 000\ 000$	$0,5 \cdot 2 = 1$

Tal blir dubbelt så stora vid multiplikation med 2

talen blir 10, 100 eller 1000 gånger mindre

Vid **division** med 10, 100 eller 1000 flyttar man kommatecknet åt vänster

$2/10 = 0,2$	$3250/10 = 325$	$0,45/10 = 0,045$
$2/100 = 0,02$	$3250/100 = 32,5$	$0,045/10 = 0,0045$
$2/1000 = 0,002$	$3250/1000 = 3,25$	$0,45/1000 = 0,00045$

Multiplikation och division med några decimaltal

Matematiska tricks

Ju mer man lär sig att leka med talen
desto roligare blir matematiken

Att dividera med 0,5 är det samma som att multiplicera med 2

$$25/0,5 = 25 \cdot 2 = 50$$

$$44/0,5 = 44 \cdot 2 = 88$$

$$632/0,5 = 632 \cdot 2 = 1264$$

Att multiplicera med 0,5 är det samma som att dividera med 2

$$25 \cdot 0,5 = 25/2 = 12,5$$

$$44 \cdot 0,5 = 44/2 = 22$$

$$632 \cdot 0,5 = 632/2 = 316$$

Att dividera med 0,1 är det samma som att multiplicera med 10

$$2/0,1 = 2 \cdot 10 = 20$$

$$325/0,1 = 325 \cdot 10 = 3250$$

$$4,5/0,1 = 4,5 \cdot 10 = 45$$

Att multiplicera med 0,1 är det samma som att dividera med 10

$$2 \cdot 0,1 = 2/10 = 0,2$$

$$325 \cdot 0,1 = 325/10 = 32,5$$

$$4,5 \cdot 0,1 = 4,5/10 = 0,45$$

Att dividera med 0,25 är det samma som att multiplicera med 4

$$2/0,25 = 2 \cdot 4 = 8$$

$$325/0,25 = 325 \cdot 4 = 1300$$

$$4,5/0,25 = 4,5 \cdot 4 = 18$$

Att multiplicera med 0,25 är det samma som att dividera med 4

$$2 \cdot 0,25 = 2/4 = 0,5$$

$$328 \cdot 0,25 = 328/4 = 82$$

$$4,4 \cdot 0,25 = 4,4/4 = 1,1$$

Detta beror på att $0,5 = 1/2$ och $0,1 = 1/10$ samt att $0,25 = 1/4$. Tänk på ett tal och multiplicera eller dividera med tal som är både större och mindre än ett, och undersök vad som händer med produkten.

Divisionsalgoritmer

DIVISION = DELA MED = DIVIDERA MED

Glöm aldrig den enkla regeln att nämnaren står nederst och att svaret man får kallas kvot.

$$\frac{\text{täljare}}{\text{nämnare}} = \text{kvot}$$

Vid **division** med **två** är det enklast att tänka att kvoten är hälften $8,6/2=4,3$

Vid **division** med **fyra** är det enklast att tänka att kvoten är hälften av hälften

$$8,6/2=4,3=4,30 \Rightarrow 8,6/4=2,15$$

Divisionsalgoritmen eller uppställningen, liggande stolen

Det finns många olika sätt att räkna division men även om algoritmerna ser olika ut så fungerar de i stort på samma sätt. Det finns också tekniker som gör att man kan "dela" utan att behöva använda någon algoritm.

$\frac{393}{3} = 131$	$\frac{759}{3} = 253$	$\frac{8118}{3} = 2706$
1 3 1	2 5 3	2 7 0 6
3 9 3 3	7 5 9 3	8 1 1 8 3
- 3	- 6	- 6
0 9	1 5	2 1
- 9	- 1 5	- 2 1
0 3	0 9	0 0 1
- 3	- 9	- 0
0 0 0	0 0 0	1 8
		- 1 8
		0 0 0 0

Ytterligare exempel

$\frac{6420}{6} = 1070$	$\frac{25,2}{4} = 6,3$	$\frac{564}{4} = 141$
1 0 7 0	0 6, 3	1 4 1
6 4 2 0 6	2 5, 2 4	5 6 4 4
- 6	- 0	- 4
0 4	2 5	1 6
- 0	- 2 4	- 1 6
4 2	0 1 2	0 0 4
- 4 2	- 1 2	- 4
0 0 0	0 0 0	0 0 0
- 0		
0 0 0 0		

Det går även att räkna division med decimaltal men ska man ställa upp och räkna ut decimaltal måste man alltid först förlänga talet både i täljaren och nämnaren så att åtminstone nämnaren blir utan decimaler, lägg särskilt märke till att alla sidor om likhetstecknet är lika.

$$\frac{48,9}{0,5} = \frac{48,9 \cdot 10}{0,5 \cdot 10} = \frac{489}{5} = 97,8 \quad \text{Detta kallas att förlänga talet} \quad \frac{58,44}{0,12} = \frac{58,44 \cdot 100}{0,12 \cdot 100} = \frac{5844}{12}$$

$\frac{489}{5} = 97,8$										$\frac{5844}{12} = 487$										$\frac{25}{3} \approx 8,3$									
	0	9	7	,	8						4	8	7								0	8	,	3	3				
	4	8	9	5							5	8	4	4	1	2					2	5	3						
-	0										-	4	8								-	0							
	4	8										1	0	4								2	5						
-	4	5										-	9	6							-	2	4						
	0	3	9									0	0	8	4							0	1	0					
-		3	5									-		8	4						-		9						
		0	4	0								0	0	0	0								1	0					
-			4	0																	-		9						
	0	0	0	0																			1	0					
																					-		9						
																						0	0	0	0	1			

Tre olika räknemetoder för division, kortdivision, liggande stolen, bråk

De tre olika räknemetoderna för division. Välj den du tycker är enklast och bli riktigt bra på den, kortdivision och bråkräkningsmetoden tas upp längre fram i kompendiet. Bråkräknings-metoden går bara att använda på tal som går jämt ut och det är en jättebra metod på tal som är lätta att faktorisera d v s dela upp i faktorer.

Kort division	Liggande stolen	Bråkräkning
$195/3 = 65$	$195/3 = 65$	$195/3 = 65$
1 9 5 3 65	6 5 1 9 5 3 1 8 1 5 1 5 0 0	1 9 5 3 65 faktor 3 6 5 3 65 faktor
		På matte språket heter detta att faktorisera $195 = 3 \cdot 65$ och förkorta bort 3:an

Förr använde man en metod som kallades trappan som divisionsuppställning. Den påminner om liggande stolen men man byter plats på täljare och nämnare.

Kort division = En metod för att kunna dela.

Då man räknar plus, minus och gånger brukar man börja alla beräkningar från höger men då vi räknar "dela med" ska vi börja från vänster, man börjar alltså alltid att dela den största positionssiffran av talet. Det verkar som man på de flesta högstudier i dag slutat med algoritmer som den liggande stolen och allt mer använder sig av tekniker som kortdivision.

$$\text{Steg 1} \quad \begin{array}{r} 3 \ 9 \ 3 \\ 3 \end{array} = 1 \ 3 \ 1$$

$$\text{Steg 2} \quad \begin{array}{r} 3 \ 9 \ 3 \\ 3 \end{array} = 1 \ 3 \ 1$$

$$\text{Steg 3} \quad \begin{array}{r} 3 \ 9 \ 3 \\ 3 \end{array} = 1 \ 3 \ 1$$

Du kan göra kortdivisionen på en rad men visas här på flera rader för att stegvis visa hur man går till väga.

Detta är en jättebra metod som är ganska ny i skolan vilket gör att dina föräldrar troligtvis inte känner till den.

$$\text{Steg 1} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 7 \ 5 \ 9 \\ 3 \end{array} = 2 \ 5 \ 3$$

$$\text{Steg 2} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 7 \ 5 \ 9 \\ 3 \end{array} = 2 \ 5 \ 3$$

$$\text{Steg 3} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 7 \ 5 \ 9 \\ 3 \end{array} = 2 \ 5 \ 3$$

$$\text{Steg 1} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 8 \ 1 \ 1 \ 8 \\ 3 \end{array} = 2 \ 7 \ 0 \ 6$$

$$\text{Steg 2} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 8 \ 1 \ 1 \ 8 \\ 3 \end{array} = 2 \ 7 \ 0 \ 6$$

$$\text{Steg 3} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 8 \ 1 \ 1 \ 8 \\ 3 \end{array} = 2 \ 7 \ 0 \ 6$$

$$\text{Steg 4} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 8 \ 1 \ 1 \ 8 \\ 3 \end{array} = 2 \ 7 \ 0 \ 6$$

$$\text{Steg 1} \quad \begin{array}{r} 6 \ 4 \ 2 \ 0 \\ 6 \end{array} = 1 \ 0 \ 7 \ 0$$

$$\text{Steg 2} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 6 \ 4 \ 2 \ 0 \\ 6 \end{array} = 1 \ 0 \ 7 \ 0$$

$$\text{Steg 3} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 6 \ 4 \ 2 \ 0 \\ 6 \end{array} = 2 \ 0 \ 7 \ 0$$

$$\text{Steg 4} \quad \begin{array}{r} 6 \ 4 \ 2 \ 0 \\ 6 \end{array} = 2 \ 0 \ 7 \ 0$$

Det går även att räkna kortdivision med decimaltal men ska man ställa upp och räkna ut decimaltal måste man alltid först förlänga talet både i täljaren och nämnaren så att åtminstone nämnaren blir utan decimaler.

$$\frac{2,52}{0,4} = \frac{2,52 \cdot 10}{0,4 \cdot 10} = \frac{25,2}{4} = 6,3 \quad \text{Detta kallas att förlänga talet} \quad \frac{5,64}{0,04} = \frac{5,64 \cdot 100}{0,04 \cdot 100} = \frac{564}{4}$$

Fler exempel

$$\text{Steg 1} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 489 \\ \underline{5} \end{array} = 097,8$$

$$\text{Steg 2} \quad \begin{array}{r} 43 \\ 489 \\ \underline{5} \end{array} = 097,8$$

$$\text{Steg 3} \quad \begin{array}{r} 34 \\ 489 \\ \underline{5} \end{array} = 097,8$$

$$\text{Steg 4} \quad \begin{array}{r} 40 \\ 489 \\ \underline{5} \end{array} = 097,8$$

Ibland kan det hända att talen inte går jämt ut då brukar man runda av svaret med lämpligt antal decimaler.

Det finns faktiskt regler för hur många decimaler man skall ta med i svaret men tar man med en eller två decimaler så brukar det oftast bli rätt.

$$\text{Steg 1} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 5844 \\ \underline{12} \end{array} = 487$$

$$\text{Steg 2} \quad \begin{array}{r} 108 \\ 5844 \\ \underline{12} \end{array} = 487$$

$$\text{Steg 3} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 5844 \\ \underline{12} \end{array} = 487$$

$$\text{Steg 1} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 25 \\ \underline{3} \end{array} \equiv 08,3333$$

$$\text{Steg 2} \quad \begin{array}{r} 21 \\ 25 \\ \underline{3} \end{array} \equiv 08,3333$$

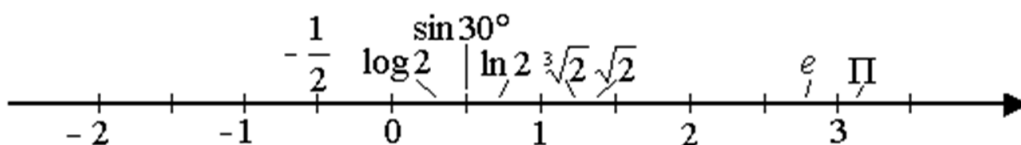
$$\text{Steg 3} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 25 \\ \underline{3} \end{array} \equiv 08,3333$$

$$\text{Steg 4} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 64 \\ \underline{3} \end{array} \equiv 08,33$$

Positiva tal

Olika talmängder har olika namn

- Naturliga talen: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- Hela talen: $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots\}$ Alla positiva tal samt alla negativa tal.
- Rationella talen: $Q = \{a/b \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$, bråktalen på ett enklare språk.
- Reella talen: $R = \{Q \text{ i kombination med de irrationella talen}\}$ Alla tal vi tidigare nämnt plus de tal som har oändligt många decimaler så som π eller $\sqrt{2}$ sagt på ett enklare språk. De sistnämnda talen kallas **irrationella tal**.



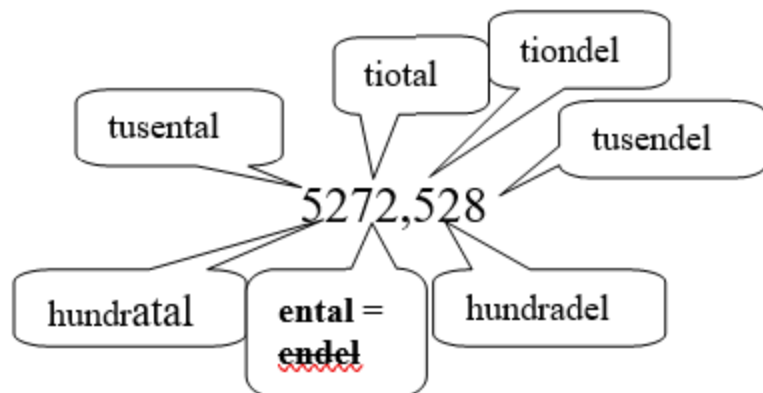
Alla tal i talklasserna ovan kan sättas in någonstans på tallinjen, vilket gör att de reella talen fyller tallinjen helt.

Bra att veta om reella tal

Jämna tal; alla tal som slutar på 0, 2, 4, 6, 8

Udda tal; alla tal som slutar på 1, 3, 5, 7, 9

Oavsett om vi räknar **plus** eller minus i huvudet eller på papper går det i stort sett ut på att **addera** eller subtrahera tiotal med tiotal och ental med ental osv. Ex $43 + 22 = (40+20)+(3+2) = 60+5 = 65$. **Bakom varje heltal finns ett osynligt kommatecken.** Ex $3 = 3,0 = 3,00 = 3,000$



Produkt, kvot, summa och differens

Produkt = faktor • faktor multiplikation

Kvot = $\frac{\text{Täljare}}{\text{nämnare}}$ division

Summa = term + term addition

Differens = term - term subtraktion

Räkneordning=PRIORITERINGSREGLERNA

Eller snarare vad sitter ihop med vad?

Vi kommer förr eller senare att stöta på något som kallas för Exponenter och potenser, i den mån de finns skall dessa beräknas först och jag beskriver dem därför i korthet här. Produkten av flera lika faktorer kan skrivas i potensform t ex

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$$

$$5 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5^2 + 3 \cdot 2^3 = 25 + 3 \cdot 8 = 25 + 24 = 49$$

(I det här fallet var det enklast att räkna ut exponenterna först och de är faktiskt exponenterna som skall räknas ut först)

Prioriteringsreglerna brukar dock anges i följande ordning.

1. **PARENTESERNA** bör räknas först, man kan tänka sig det som står innanför parentesen som ett enda tal men man kan också öppna parentesen genom att multiplicera in det som är utanför parentesen med varje term i parentesen vilket blir nödvändigt då vi börjar med algebra. **Exponenterna** har dock ännu högre prioritet.

$$2 + (4 - 1) \cdot 3 = 2 + 3 \cdot 3 = 2 + 3^2 = 2 + 9 = 11$$



Observera att bråkstrecket fungerar som en osynlig parentes som att det är en osynlig parentes i täljaren och en osynlig parentes i nämnaren.

2. **MULTIPLIKATION och DIVISION**, har samma prioritet. Man behöver inte sätta ut multiplikationstecken mellan parenteserna, inte heller mellan bokstäver och siffror $2 \cdot a = 2a$. Däremot måste man sätta ut multiplikationstecknet mellan siffror och siffror eftersom den blandade formen $2\frac{1}{2} = 2,5$ inte är det samma som $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Jämna antal minus = positivt svar

$$(-1)(-1) = (-1)^2 = +1$$

Udda antal minus = negativt svar

$$(-1)(-1)(-1) = (-1)^3 = -1$$

3. **ADDITION och SUBTRAKTION** $-5 - 6 = -11$

$$-5 + (-6) = -5 - 6 = -11$$

$$-5 - (-6) = -5 + 6 = 6 - 5 = 1$$

Nästan alla miniräknare kan dessa prioriteringsregler förutom de räknare som tyvärr finns på de flesta grundskolor. De kan inte ens räkna ut uttryck som $2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 6 + 4 = 10$. De räknar istället $2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = (6+2) \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$ vilket är ett alldeles felaktigt svar. Kolla din mini-räknare för att kontrollera om den kan prioriteringsreglerna så du vet om du kan lita på den eller ej!!!!

Eftersom multiplikation och division har samma prioritet gör många ett vanligt misstag då de räknar uttryck av typen $\frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} = 0,75$. Detta skas slås in på miniräknaren som $3/2/2$ eller med parentes runt nämnaren. Så fort det finns ett bråkstrekk är det alltid som en osynlig parentes runt nämnaren och en osynlig parentes runt täljaren.

Det finns också andra liknande uttryck där det är lätt att slå in fel på miniräknaren trots att man har ställt upp talet korrekt. Det är därför viktigt att alltid försöka göra en uppskattning om vad svarets storleksordning kommer att vara innan man börjar greja med beräkningen och ännu viktigare är det att verkligen ställa upp och visa beräkningen.

Delbarhet och primtal

- Ett tal är **delbart med 2** om talet är jämt, d v s slutar med 0, 2, 4, 6 eller 8
- Ett tal är **delbart med 5** om talet slutar med 0 eller 5
- Ett tal är **delbart med 3** om talets siffersumma är delbar med 3
ex 51 siffersumma=5+1=6 eftersom 6 är delbar med 3 är 51 och $51=3 \cdot 17$

Primtal är ej delbara, självklart kan alla tal delas men när vi talar om delbarhet menar vi att vi inte tillåter decimaltal som svar utan endast heltal.

Primtal är ett heltal som är större än 1 och som bara är helt delbart med sig självt och 1. Det finns oändligt många primtal. Ex 101 är ett primtal ej delbart med 2, ej delbart med 3, ej delbart med 5 och ej delbart med 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 o s v. **Istället för att pröva delbarhet med varje primtal så kan man ta roten ur talet som man söker delare till $\sqrt{101} \approx 10$. Då vet vi att vi inte behöver undersöka delbarhet med det högre primtalet 11 men att det kan vara värt att testa delbarhet med 7.**

91 är ej ett primtal eftersom $91=7 \cdot 13$. Inte nog med att primtalen underlättar vid rena beräkningar så är de också oerhört viktiga då man skapar digital säkerhet i allt från banksystem till facebookskonton.

Primtaslista

Hur de hela talen från 1 till 100 är uppbyggda

Tal som hittas i multiplikationstabellerna till 10:ans tabell	Primtal, det finns oändligt många.	Övriga tal, det finns oändligt många.
$4 = 2 \cdot 2$	2	$1 = 1 \cdot 1 = 1/1$
$6 = 2 \cdot 3$	3	$22 = 2 \cdot 11$
$8 = 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	5	$26 = 2 \cdot 13$
$9 = 3 \cdot 3$	7	$33 = 3 \cdot 11$
$10 = 2 \cdot 5$	11	$34 = 2 \cdot 17$
$12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3$	13	$38 = 2 \cdot 19$
$14 = 2 \cdot 7$	17	$39 = 3 \cdot 13$
$15 = 3 \cdot 5$	19	$44 = 4 \cdot 11 = 2 \cdot 2 \cdot 11$
$16 = 2 \cdot 8 = 4 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	23	$46 = 2 \cdot 23$
$18 = 3 \cdot 6 = 3 \cdot 2 \cdot 3$	29	$51 = 3 \cdot 17$
$20 = 2 \cdot 10 = 5 \cdot 4 = 5 \cdot 2 \cdot 2$	31	$52 = 4 \cdot 13 = 2 \cdot 2 \cdot 13$
$21 = 3 \cdot 7$	37	$55 = 5 \cdot 11$
$24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$	41	$57 = 3 \cdot 19$
$25 = 5 \cdot 5$	43	$58 = 2 \cdot 29$
$27 = 3 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3$	47	$62 = 2 \cdot 31$
$28 = 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 7$	53	$65 = 5 \cdot 13$
$30 = 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	59	$66 = 6 \cdot 11$
$32 = 4 \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	61	$68 = 4 \cdot 17 = 2 \cdot 2 \cdot 17$
$35 = 5 \cdot 7$	67	$69 = 3 \cdot 23$
$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$	71	$74 = 2 \cdot 37$
$40 = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$	73	$75 = 5 \cdot 15 = 5 \cdot 3 \cdot 5$
$42 = 6 \cdot 7 = 2 \cdot 3 \cdot 7$	79	$76 = 4 \cdot 19 = 2 \cdot 2 \cdot 19$

$45 = 5 \cdot 9$	83	$77 = 7 \cdot 11$
$48 = 6 \cdot 8 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	89	$78 = 2 \cdot 39 = 2 \cdot 3 \cdot 13$
$49 = 7 \cdot 7$	97	$82 = 2 \cdot 41$
$50 = 5 \cdot 10 = 5 \cdot 2 \cdot 5$	primtal över 100	$84 = 2 \cdot 42 = 6 \cdot 14 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7$
$54 = 6 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	101	$85 = 5 \cdot 17$
$56 = 7 \cdot 8 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	103	$86 = 2 \cdot 43$
$60 = 6 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$	107	$87 = 3 \cdot 29$
$63 = 7 \cdot 9 = 7 \cdot 3 \cdot 3$	109	$88 = 8 \cdot 11 = 4 \cdot 22 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$
$64 = 8 \cdot 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	113	$91 = 7 \cdot 13$
$70 = 7 \cdot 10 = 7 \cdot 2 \cdot 5$	131	$92 = 2 \cdot 46 = 2 \cdot 2 \cdot 23$
$72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$	137	$93 = 3 \cdot 31$
$80 = 8 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$	139	$94 = 2 \cdot 47$
$81 = 9 \cdot 9 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	149	$95 = 5 \cdot 19$
$90 = 9 \cdot 10 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$	151	$96 = 8 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
$100 = 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$	157	$98 = 2 \cdot 49 = 2 \cdot 7 \cdot 7$
	163.....	$99 = 3 \cdot 33 = 3 \cdot 3 \cdot 11$

Om vi tänker oss två olika tal vilka som helst. Vi kan kalla dessa tal a och b, vid multiplikation spelar ordningen på faktorerna a och b ingen roll $a \cdot b = b \cdot a$.

Multiplikation: Produkt = faktor * faktor

Negativa tal

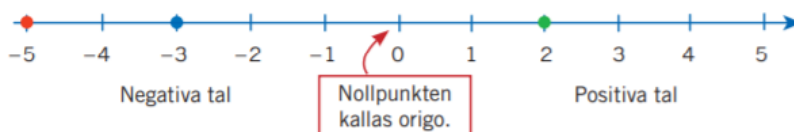
<https://www.matteboken.se/lektioner/matte-1/tal/negativa-tal>

<https://vidma.se/negativa-tal/>

Heltalsaritmetik i geogebra

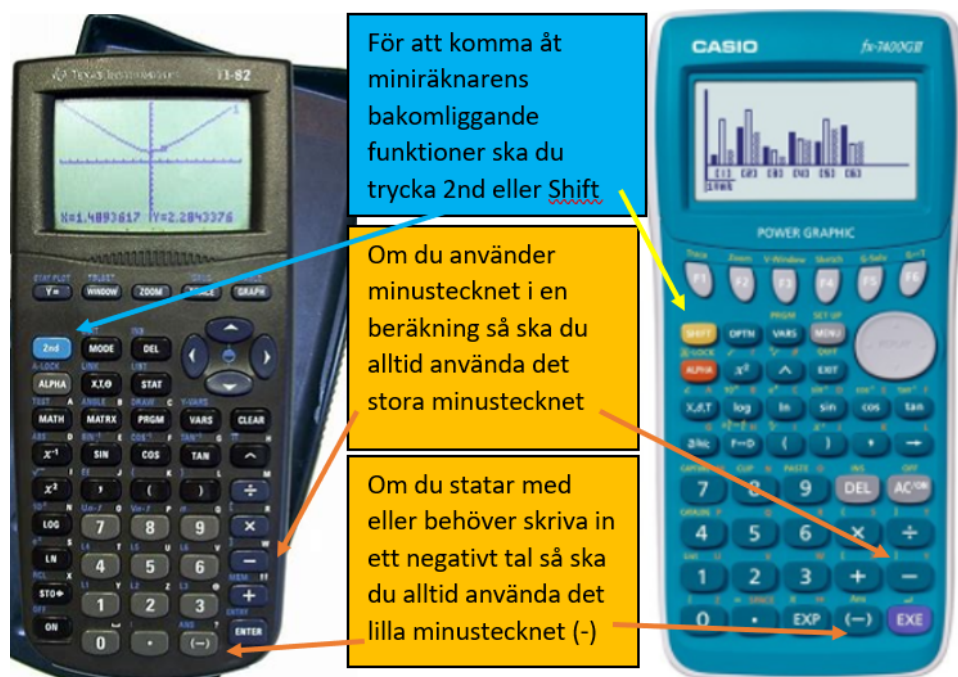
<http://www.matteva.fi/negativa/index.html> träna på negativa tal på ett lustfyllt sätt.

tallinje Här nedan ser du några tal markerade på en *tallinje*.



Vi jämför de markerade talens storlek på följande sätt:

På tallinjen	Med ord	Med symboler
2 ligger till höger om -3	2 är större än -3	$2 > -3$
-5 ligger till vänster om -3	-5 är mindre än -3	$-5 < -3$



För att komma åt miniräknarens bakomliggande funktioner ska du trycka 2nd eller Shift

Om du använder minustecknet i en beräkning så ska du alltid använda det stora minustecknet

Om du statar med eller behöver skriva in ett negativt tal så ska du alltid använda det lilla minustecknet (-)

Addition och subtraktion av negativa tal

Två *olika* tecken efter varandra kan ersättas med ett minustecken.

$$3000 + (-400) = 3000 - 400 = 2600$$

Två *lika* tecken efter varandra kan ersättas med ett plustecken.

$$300 - (-50) = 300 + 50 = 350$$

Lägg märke till att två räknetecken inte får stå efter varandra utan att man sätter en parentes kring den sista.

Multiplikation och division av negativa tal

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot (-5) = -10 \\ (-2) \cdot 5 = -10 \\ (-10) / 2 = -5 \\ 10 / (-2) = -5 \end{array} \right\}$$

Olika tecken
ger minus.

$$\left. \begin{array}{l} (-2) \cdot (-5) = 10 \\ (-10) / (-2) = 5 \end{array} \right\}$$

Lika tecken
ger plus.

Tal i bråkform

BRÅK

$$\text{kvot} = \frac{\text{täljare}}{\text{nämnare}}$$

Det finns massor av olika sätt att tänka och ställa upp bråkräkning, ofta kan man rita figurer för att förenkla bråkräkningen vilket är bra i starten men du måste nu kunna behärska även detta. Tänk på att den blandade formen $2\frac{1}{2} = 2,5$ inte är det samma som produkten $2 \bullet \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$. Ett annat sätt att

säga samma sak är att skriva $2\frac{1}{2} \neq 2 \bullet \frac{1}{2}$ d v s 2,5 är inte lika med 1. Om svaret är avrundat ska man använda symbolen $\approx$ i stället för symbolen $=$

+, - Förläng bråktalen till samma nämnare

Förläng alltid bråk till Minsta Gemensamma Nämnare (MGN) när du adderar, subtraherar och jämför bråk, men bara då.

Summa och differens av två bråk

A. Vid addition av två bråk måste nämnarna vara lika stora, sedan adderar man täljarna

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{4+15}{6} = \frac{19}{6} = \frac{6+6+6+1}{6} = \frac{3 \cdot 6 + 1}{6} = 3 + \frac{1}{6} = 3\frac{1}{6} \approx 3,17$$

S. Samma för subtraktion av två bråk

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} - \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} - \frac{15}{6} = \frac{4-15}{6} = \frac{11}{6} = \frac{6+5}{6} = 1 + \frac{5}{6} = 1\frac{5}{6} \approx 1,83$$

Summa och differens av heltal och bråk

A. Vid addition av ett heltal och ett bråk kan man göra så här

$$2 + \frac{5}{2} = \frac{2}{1} + \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2} = \frac{4}{2} + \frac{5}{2} = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = \frac{2+2+2+2+1}{2} = \frac{4 \cdot 2 + 1}{2} = 4 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} = 4,5$$

S. Samma för subtraktion av ett heltal och ett bråk

$$2 - \frac{5}{2} = \frac{2}{1} - \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4-5}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

*/ Förkorta alltid bråktalen när du multiplicerar och dividerar

Multiplikation och division av två bråk

M. Två bråk multipliceras med täljare mot täljare och nämnare mot nämnare

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35} \approx 0,17$$

D. Vid division av två bråktal ska bråket i nämnaren vändas upp och ner på och multipliceras med bråket i täljaren. På mattespråket heter det att bråket i täljaren multipliceras med det inverterade talet i nämnaren.

$$\frac{2}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{10}{21} \approx 0,48$$

Ett inverterat tal kan man säga är ett uppå nervänt tal

Multiplikation och division av ett heltal och ett bråk

M. Vid multiplikation med ett bråk ska heltalet multipliceras med bråkets täljare

$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7} \approx 0,86$$

D. Vid division med ett bråk ska heltalet multipliceras med (det upp och nervända = det inverterade) bråket

$$3 \div \frac{2}{7} = \frac{3}{1} = \frac{3}{1} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 7}{1 \cdot 2} = \frac{21}{2} = \frac{10+10+1}{2} = \frac{2 \cdot 10 + 1}{2} = 10 + \frac{1}{2} = 10\frac{1}{2} = 10,5$$

Osynliga ettor och plus som du kan nyttja

Det räcker gott att lära sig räkneregler för bråk! Alla heltal görs nämligen om till bråk genom att lägga till nämnaren 1. Det finns osynliga + och ettor överallt!!!

The diagram shows a fraction with a circle in the numerator and a horizontal line with a '1' below it in the denominator. To the left of the circle is a '+' sign and a '1' with a '*' superscript. To the top right of the circle is a '^' symbol and a '1'. Inside the circle is text explaining that every number has a hidden sign and exponent of 1.

$$\frac{+ 1^* \text{ (circle) } ^1}{1}$$

Varje tal har ett tecken till vänster om sig, om det inte syns så är det +.
Alla tal har en; faktor ett, en nämnare ett och är upphöjda till ett.

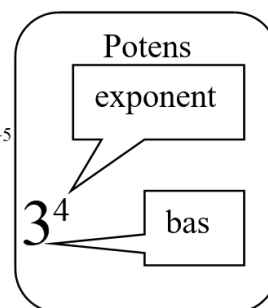
Tal i potensform

Upprepad multiplikation eller upprepad division

upprepad multiplikation $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ eller $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$

upprepad division $\frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$ eller $\frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$

Potensen 3^4 , har basen 3 och exponenten 4.



Grundpotensform

Ett tal skrivet som en produkt av ett tal a i decimalform och en tiopotens med heltalsexponent n d.v.s $a \cdot 10^n$. Tal a får vara lika med eller större än 1 men mindre än 10. Ex $7,4 \cdot 10^3$.

7,4 • 10³
tal mellan 1 och 9 tiopotens

Potensregler i formelbladet

POTENSER

För reella tal x och y och positiva tal a och b gäller

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

Prefix och enheter i vardagstal

Prefix är det namn som kan skrivas i stället för siffror t ex $1\text{km}=1000\text{m}$, k, är prefixet för 1000. Prefixet anger alltså mängden av en enhet. Det är viktigt att skilja på prefix och enhet. Det som ofta kallas lathund för enhetsbyten är egentligen en lathund för prefixbyten där enheten hela tiden är densamma.

Miljon 1 000 000 = 10^6 --- Miljard 1 000 000 000 = 10^9 --- Biljon 1 000 000 000 000 = 10^{12}
 Triljon 1 000 000 000 000 000 = 10^{15} --- Kvadriljon 1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}

PREFIX i formelbladet

PREFIX

Beteckning	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
Namn	tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
Tiopotens	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Prefix utvecklat

10^{12}	10^9	10^6		10^3	10^2	10	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}		10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
T	G	M		k	h	da		d	c	m		μ	n	p
tera	giga	mega		kilo	hekto	deka		deci	centi	milli		mikro	nano	piko
biljon	miljard	miljon		tusen	hundra	tio		tiondel	hundradel	tusendel		miljondel		

Lathund för enhetsomvandlingar

10^9		10^6		10^3	10^2	10	1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}		10^{-6}		10^{-9}
G		M		k	h	(deka)		d	c	m		μ		n
giga		mega		kilo	hekto	tio		deci	centi	milli		mikro		nano
miljard		miljon		tusen	hundra			tiondel	hundradel	tusendel		miljondel		del

längdenheter

				mil	km	hm		m	dm	cm	mm		μm		nm
					kilometer	hektometer		meter	decimeter	centimeter	millimeter		mikro		

areanheter

				hektar		ar		m²		dm ²		cm ²		mm ²	
								kvadratmeter		kvadratdecimeter					

volymenheter

					m³			dm ³			cm ³			mm ³	
					kubikmeter			kubikdecimeter			kubikcentimeter				
					k/			<i>l</i>		<i>dl</i>	<i>cl</i>			μl	
					kiloliter			liter		deciliter	centiliter			milliliter	

enheter för massa

		ton			kg	hg		g	dg	cg	mg				
					kilogram	hektogram		gram	centigram	centigram	milligram				

tidsenheter

1år = 12 månader ≈ 52 veckor = 365 dygn (366 dygn om skottår) = **31,536•10⁶s**
 Vi säger ofta att en månad är 4 veckor men detta gäller endast för månader med 28 dagar i sig. Det blir därför mycket enklare om man lär sig dessa data.

1dygn = 24h = 1440 min = 86400s
 1h = 60 min = **3600s**
 1min = 60s

SI-enheter

m = meter ⇒ längd (*l*)
kg = kilogram ⇒ massa (*m*)
s = sekund ⇒ tid (*t*)
K = kelvin ⇒ temperatur (*T*)
A = ampere ⇒ elektrisk ström (*I*)
mol = mol ⇒ substansmängd (*n*)
cd = candela ⇒ ljusstyrka (*I*)

Då man använder sig av formler ska man alltid omvandla upp-gifternas värden till SI-enheter, framförallt uppgifter som inkluderar tidsbegreppet.

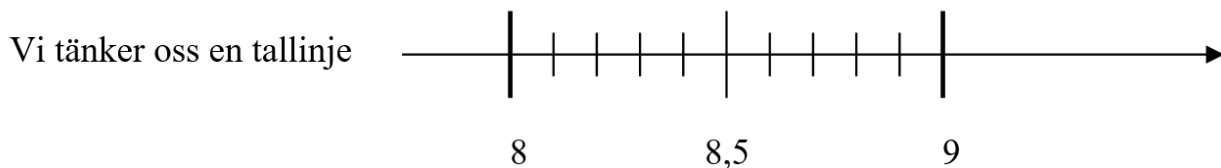
Det vanligaste felet vi gör är när vi jobbar med hastigheter. Räkna alltid om km/h till m/s genom omvandlingsfaktorn
 1 m/s = 3,6 km/h

Överslagsräkning

- *Vid multiplikation:* Den ena faktorn ökas och den andra minskas
 $2,71 \cdot 85 \approx 3 \cdot 80 = 240$
- *Vid addition:* Den ena termen ökas och den andra minskas $751 + 453 \approx 700 + 500$
- *Vid division:* Både täljare och nämnare ökas eller minskas $\frac{548}{1,53} \approx \frac{600}{2}$
- *Vid subtraktion:* Båda termerna ökas eller minskas $6321 - 834 \approx 6300 - 800 = 5500$

Avrunda ett tal

Många gånger ombeds vi att avrunda ett tal. Det avrundade talet kallas för ett närmevärde.



Trots att punkten 8,5 ligger precis mitt mellan punkten 8 och 9 avrundas denna punkten uppåt till närmevärdet 9 då vi ska avrunda till närmaste heltal. Alla tal som slutar på 5, 6, 7, 8, 9 avrundas uppåt. Alla tal som slutar på 1, 2, 3, 4 avrundas nedåt. Talet 5272,528 avrundas till 5000 om det avrundas till närmaste tusental. Det finns dock **diskreta tal** som alltid avrundas nedåt, tex hur många bilar som går in i en lastfärja, då kan inte 93,7 bli 94 utan svar blir 93st.

Närmevärden

Vi har talet 7 354,825 som vi nu ska avrunda till olika närmevärden;

närmaste heltal 7 354,825 » 7 355 närmaste hundratal 7 354,825 » 7 400

närmaste ental 7 354,825 » 7 355 närmaste hundradel 7 354,825 » 7 354,83

närmaste tusental 7 354,825 » 7 000 till två decimaler 7 354,825 » 7 354,83

Tumregler för beräkning av närmevärden

- *Vid multiplikation och division av närmevärden:* Låt det närmevärde som har minst antal **värdesiffror** bestämma antalet siffror i slutresultatet.

- *Vid addition och subtraktion av närmevärden:* Låt det närmevärde som har minst antal **decimaler** bestämma antalet decimaler i slutresultatet.

Antalet värdesiffror i ett tal tycker många är svårt att bedöma men titta noga på följande exempel så kommer du att fatta galoppen.

Ex 0,1 020 har fyra gällande siffror (värdesiffror).

Ex 0,0 000 001 020 har fyra gällande siffror, de andra nollorna är bara där för att bestämma storleksordningen på talet.

Ex 1,020 har fyra gällande siffror.

Ex 1,020 000 har sju gällande siffror.

Ex 0,020 000 har fem gällande siffror.

Ex 1,20 har tre gällande siffror.

Ex 1 020 har tre eller fyra gällande siffror, här kan man inte veta om osäkerheten ligger i tredje eller fjärde siffran, oftast behandlar man dock talet som om det har tre gällande siffror.

Ex 1 020 000 har tre, fyra, fem, sex eller sju gällande siffror, oftast behandlar man dock talet som om det hade tre gällande siffror.

Ex 1 020 002 sju gällande siffror.

Använd tumreglerna och ge aldrig svaret med för många värdesiffror eller för många decimaler.

I början kan det kännas som att man slarvar när man avrundar svaren och inte anger svaret med lika många decimaler som miniräknaren visar men det är precis tvärt om.

Aritmetik-ord att plugga in som glosor

• Naturliga tal • Positionssystem • Addition, termer, summa • Subtraktion, termer, differens • Multiplikation, faktorer, produkt • Division, täljare, nämnare, kvot • Räkneordning, parentes, potens, multiplikation och division, addition och subtraktion • Primittal • Sammansatta tal • Primitalsfaktorer • faktorer • Delbarhet med 2, 3 och 5 • Hundratal o hundradelar osv	• Tallinjen • Origo • Andel • Bråkform • Blandad form • Decimalform • Förlänga • Förkorta • Enklaste form • Inverterat tal • Potens • Bas • Exponent • Potensform • Faktorform • Värde	• Grundpotens • Mätetal • Enhet; l, g, m, W, J, B • Storhet; volym, vikt • Prefix; G, M, k, h, d, c, m • Talbas • Decimala (0-9) • Binära (0-1) • Hexadecimala (0-9, A-F) • Avrundningsregler • Värdesiffror • Närmevärde • Överslagsräkning • Problemlösningstrategi, förstå, planera, genomföra, värdera
---	--	--

Centralt innehåll kursplan

- Metoder för beräkningar med tal skriva på olika former
- Primittal, delbarhet och olika talbaser
- Strategier för problemlösning
- Matematiska begrepp och metoder i situationer kopplade till samhällsvetenskap, ekonomi, vardags- och samhällsliv.

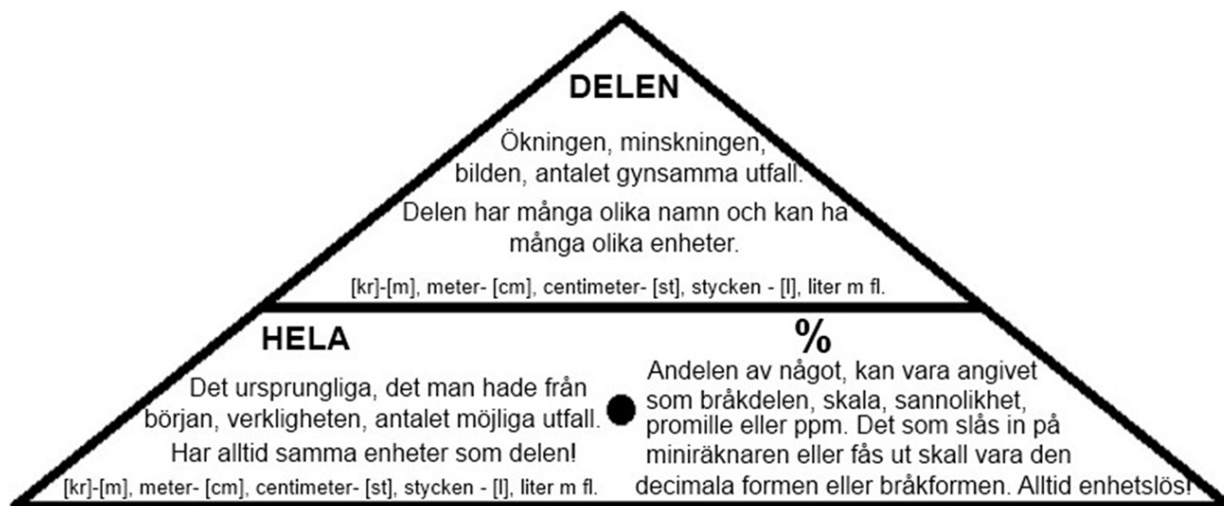
Procent

Andelen, delen och det hela

Procent, skala och sannolikhet är egentligen samma sak. D v s, andelen i rubriken.

Procenträkning, skala, sannolikhet kan på en basnivå förenklas. Tycker man att det är svårt att ställa upp diverse problem som en ekvation så kan man använda denna triangel vilken fungerar

som en liten lathund för procenträkning, skala, sannolikhet. Du kan alltid få det sökta genom att hålla för den ruta som står för det du söker.



$$1\% = 1 \text{ hundra}del = \frac{1}{100} = 10^{-2} = 0,01$$

$$1\text{‰} = 1 \text{ tusend}el = \frac{1}{1000} = 10^{-3} = 0,001$$

$$1ppm = 1 \text{ miljond}el = \frac{1}{1000\,000} = 10^{-6} = 0,000\,001$$

Procentenheter

Procentenheter. En förändring i procentenheter betyder differensen (skillnaden) mellan två procenttal.

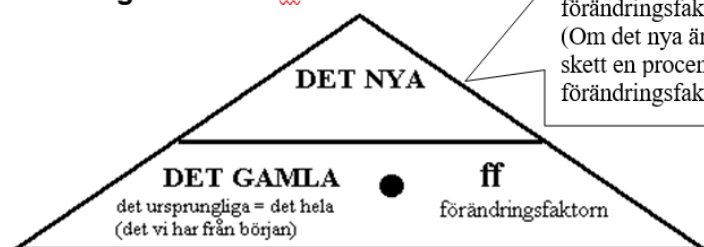
Om räntan höjs från 9 % till 11 % 2 procentenheters ökning

Om räntan höjs från 9 % till 11 % har den alltså ökat med **2 procentenheter** men den har även ökat med ca 22 % vilket vi får från (delen /det hela)= 2 % / 9 % $\approx$ 22 % = **22 procent**

Förändringsfaktorn

Modellen med förändringsfaktor behövs vid de flesta algebraiska uppgifter samt vid flera procentuella förändringar.

Förändringsfaktorn = ff



Det nya

Använd den **procentuella förändringen** för att beräkna **förändringsfaktorn**.

Triangelformeln ger dig det nya direkt om du räknar med rätt förändringsfaktor.

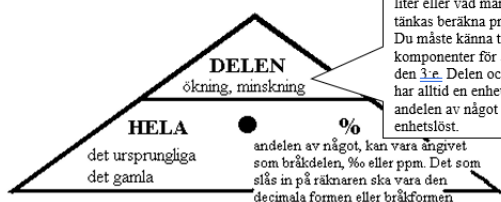
(Om det nya är lägre än det gamla har det skett en procentuell minskning, vi får då en förändringsfaktor $ff_{\leq 1}$)

(Om det nya är större än det gamla har det skett en procentuell ökning vi får då en förändringsfaktor $ff_{> 1}$)

- 3 % ökning $\Rightarrow ff_o = 1,03$ ($1 + 0,03 = 100\% + 3\%$)
 184 % ökning $\Rightarrow ff_o = 2,84$ ($1 + 1,84 = 100\% + 184\%$)
 3 % sänkning $\Rightarrow ff_s = 0,97$ ($1 - 0,03 = 100\% - 3\%$)

Modell 1. Själva grunden för procenträkning. Ska du beräkna en ny lön efter en löneökning så räknar du först ut ökningen i kr och adderar sedan ökningen till den gamla lönen.

PROCENT=hundradelar eller andelen av



$$1\% = 1 \text{ hundradel} = \frac{1}{100} = 10^{-2} = 0,01$$

$$1\text{‰} = \frac{1}{1000} = 10^{-3} = 0,001$$

$$1 \text{ ppm} = \frac{1}{1000000} = 10^{-6} = 0,000001$$

$$3\% = 0,03 = 30\text{‰} = 30\,000 \text{ ppm}$$

$$3,75\% = 0,0375 = 37,5\text{‰} = 37\,500 \text{ ppm}$$

$$25\% = 0,25 = 250\text{‰} = 250\,000 \text{ ppm}$$

$$0,33\% = 0,0033 = 3,3\text{‰} = 3\,300 \text{ ppm}$$

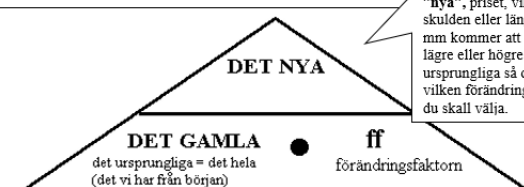
Procentenheter. En förändring i procentenheter betyder differensen (skillnaden) mellan två procenttal.

Om räntan höjs från 9 % till 11 % $\Rightarrow$ 2 procentenheters ökning

Om räntan höjs från 9 % till 11 % har den alltså ökat med **2 procentenheter** men den har även ökat med ca 22 % vilket vi får från

$$\left(\frac{\text{delen}}{\text{det hela}}\right) = \frac{2\%}{9\%} \approx 22\% = 22 \text{ procent}$$

Modell 2. Används alltid då man vill ha det nya priset med en enda beräkning. Framförallt används denna modell då man räknar på ränta eller dylikt i flera steg.



- 3 % ökning $\Rightarrow ff_o = 1,03$ ($1 + 0,03 = 100\% + 3\%$)
 3 % sänkning $\Rightarrow ff_s = 0,97$ ($1 - 0,03 = 100\% - 3\%$)
 184 % ökning $\Rightarrow ff_o = 2,84$ ($1 + 1,84 = 100\% + 184\%$)

25 % = 0,25 $\Rightarrow$ Om något minskar 25% så är förändringsfaktorn 0,75. Blanda inte detta med påläggsoms på 25% som har avdragsoms på 20%
 $ff_s = 0,75$
 $ff_s = 1,0173$

1,73 % = 0,0173 $\Rightarrow$ $ff_s = 0,9827$
 När man räknar moms kan man beräkna avdragsmomsen som ett dela med påläggsommsen eller tvärt om.
 Avdragsmoms = $1/1,25 = 0,8$ en förändringsfaktor på 0,8 ger en avdragsmoms på 20 %

$$ff_p = \frac{1}{ff_a}$$

$p = \text{pålägg}$ $a = \text{avdrag}$

Håll koll på om det "nya", priset, vikten, skulden eller längden mm kommer att vara lägre eller högre än det ursprungliga så du vet vilken förändringsfaktor du skall välja.

Det nya

Använd den **procentuella förändringen** för att beräkna **förändringsfaktorn**.

Triangelformeln ger dig det nya direkt om du räknar med rätt förändringsfaktor.

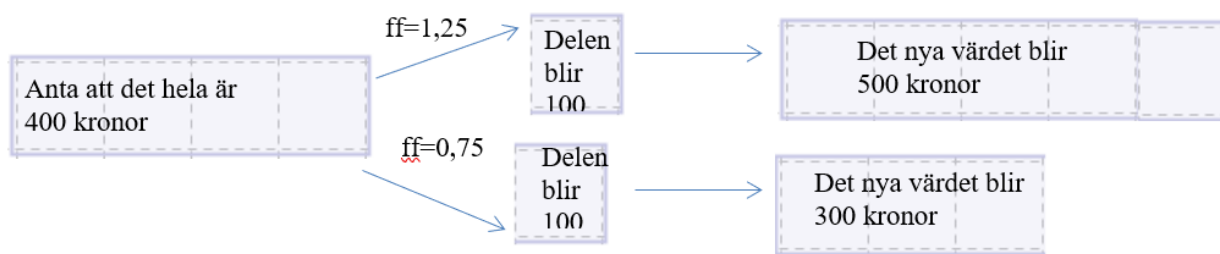
(Om det nya är lägre än det gamla har det skett en procentuell minskning, vi får då en förändringsfaktor $ff_{\leq 1}$)

(Om det nya är större än det gamla har det skett en procentuell ökning vi får då en förändringsfaktor $ff_{> 1}$)

Se till att du själv har förmåga att fylla i alla blå siffror i tabellen och sök nödvändiga mönster.

Procentform	Decimalform	Förändringsfaktor om något ökar	Förändringsfaktor om något minskar	promilleform	ppm
3,25 %	0,0325	1,0325	0,9675	32,5 ‰	32 500 ppm
25 %	0,25	1,25	0,75	250 ‰	250 000 ppm
13,25 %	0,1325	1,1325	0,8675	132,5 ‰	132 500 ppm
0,95 %	0,0095	1,0095	0,9905	9,5 ‰	9 500 ppm
123 %	1,23	2,23	Enligt räkneregeln -0,23 men inget reellt problem och ej defingerad	1 230 ‰	1 230 000 ppm
1,04 %	0,0104	1,0104	0,9896	10,4 ‰	10 400 ppm

Du måste förstå båda modellerna för procenträkning för att på framtida problem hela tiden välja bästa modellen. Du ska därför beräkna följande problem med båda modellerna. En vara kostar från början 400 kronor. Vad blir en varas nya pris om den ökar eller sjunker med 25 %?



Använder man modell 1 räknar man först ut delen $400 \cdot 0.25 = 100 \text{ kr}$ Nya värdet om det ökar med 25 % blir $400 + 100 = 500 \text{ kronor}$ Nya värdet om det minskar med 25 % blir $400 - 100 = 300 \text{ kronor}$	Använder man modell 2 beräknar det nya förutsett att man använder sig av rätt förändringsfaktor Nya värdet om det ökar med 25 % blir $400 \cdot 1,25 = 500 \text{ kr}$ Nya värdet om det minskar med 25 % blir $400 \cdot 0.75 = 300 \text{ kr}$
--	--

EX: Anta att du får 15 000 kronor av din mormor när du går ut mellanstadiet efter 6:an. När du går ut ur gymnasiet så får du ta ut dina pengar plus räntan på kapitalet. Eftersom din mormor binder pengarna i 6 år lyckas hon förhandla fram en sparränta på 3,25 %. En sparränta gäller alltid på årsbasis om inte något annat anges. Hur mycket pengar har du på banken då du går ut ur gymnasiet? Visa dina beräkningar med hjälp av båda modellerna.

Modell 1 där procentsatsen och delen används FACIT År 1 $15\,000 \cdot 0,0325 = 487,5$ i ränta $15\,000 + 487,5 = 15\,487,500$ på banken vid nästa examen. År 2 $15\,487,5 \cdot 0,0325 \approx 503,344 \dots$ i ränta $15\,487,5 + 503,344 = 15\,990,844$ på banken vid nästa examen. År 3 $15\,990,844 \cdot 0,0325 \approx 519,702 \dots$ i ränta $15\,990,844 + 519,702 = 16\,510,546$ på banken vid nästa examen. År 4 $16\,510,546 \cdot 0,0325 \approx 536,593 \dots$ i ränta $16\,510,546 + 536,593 = 17\,047,139$ på banken vid nästa examen. År 5 $17\,047,139 \cdot 0,0325 \approx 554,032 \dots$ i ränta $17\,047,139 + 554,032 = 17\,601,171$ på banken vid nästa examen. År 6 $17\,601,171 \cdot 0,0325 \approx 572,038 \dots$ i ränta $17\,601,171 + 572,038 = 18\,173,209 \approx 18\,173$ kr på banken vid studenten. Glöm inte att ta med ett par decimaler vid varje delberäkning, annars blir det lätt avrundningsfel i slutsvaret då man gör så här många beräkningar. Det bästa är att spara alla delberäkningars decimaler med hjälp av knappen STO→X	Modell 2 där förändringsfaktorn och det nya används FACIT $15\,000 \cdot 1,0325^6 \approx 18173,209 \approx 18\,173$ kr på banken vid studenten. Jag hoppas att också du tycker att metod 2 är snabbast☺ Denna modell kan också skrivas som en exponentialfunktion på formen $y = ca^x$ där c är en konstant som alltid talar om startvärdet på kapitalet eller funktionen och a är alltid den förändringsfaktor som kapitalet ökar eller minskar. Skiv denna uppgift som en funktion där man kan räkna fram kapitalet efter x-år $y = f(x) = 15000 \cdot 1,0325^x$
--	--

EX: Du tycker matematik är så roligt att du funderar på att köpa en helt egen miniräknare, en räknare som hanterar variabler (CAS). När du första gången tittar på miniräknaren ser du att den kostar 1675 kr vilket du tycker är lite dyrt. Du önskar dig ändå miniräknaren i julklapp och då dina föräldrar köper den har den faktiskt sjunkit i pris till 1375 kr.

Hur många procent billigare har miniräknaren blivit från första gången du såg den? Visa dina beräkningar med hjälp av båda modellerna

Modell 1 där procentsatsen och delen används FACIT $1675 - 1375 = 300$ Detta är delen $\frac{300}{1675} \approx 0,179 = 17,9\%$ Delen genom det ursprungliga priset ger procentminskningen i pris direkt	Modell 2 där förändringsfaktorn och det nya används FACIT $\frac{1375}{1675} \approx 0,821 \rightarrow 17,9\%$ det nya genom det gamla ger förändringsfaktorn. Eftersom förändringsfaktorn är mindre än 1 så vet vi att priset har minskat. Den procentuella minskningen får vi genom att tolka förändringsfaktorn som $1 - 0,821 = 0,179 = 17,9\%$
---	--

EX: Vilken modell tar du till din hjälp när du får följande problem? 70 % av en summa pengar motsvarar 420 kr. Hur stor är den totala summan? Se om du också kan ställa upp problemet som en ekvation.

Modell ?

FACIT

Modell 1 är den självklara modellen här eftersom vi känner till delen och procenten som motsvarar delen

$$\frac{420}{0,7} = 600 \text{ kr är den totala summan.}$$

Kanske löste du detta problem på följande sätt på högstadiet

$$70\% \sim 420 \text{ kr}$$

$$1\% \sim \frac{420}{70} \text{ kr}$$

$$100\% \sim \frac{420}{70} \cdot 100 = 600 \text{ kr}$$

Alla problem i denna övning kan förstås ställas upp i ekvationer men detta är nog det problem som de flesta skulle ställa upp i följande ekvation

$$x \cdot 0,7 = 420 \quad \div 0,7$$

$$x = \frac{420}{0,7} \text{ svaret hade kunnat skrivas direkt men ...}$$

$$x = 600$$

Se till att du alltid gör alla beräkningar under varandra så att de går att följa när du jobbar med ekvationer

EX: Modell 2, är det självklara valet då du undersöker flera procentuella förändringar. Anta att du köper aktier för 20 000 kr, först stiger aktierna med 55 % sedan sjunker de med 30 %, ökar återigen med 25 % och sjunker sedan med 50 %. Vad är dina aktier värda efter alla upp och nergångar, visa med beräkningar. Svara också med hur många procent dina aktier har sjunkit eller stigit. Visa dina beräkningar med hjälp av båda modellerna.

Modell 1 där procentsatsen och delen används FACIT $20\,000 \cdot 0,55 = 11\,000$ $20\,000 + 11\,000 = 31\,000$ $31\,000 \cdot 0,3 = 9\,300$ $31\,000 - 9\,300 = 21\,700$ $21\,700 \cdot 0,25 = 5\,425$ $21\,700 + 5\,425 = 27\,125$ $27\,125 \cdot 0,5 = 13\,562,5$ $27\,125 - 13\,562,5 = 13\,562,5$ Aktierna har alltså gått ner till 13 562,5 kr $20\,000 - 13\,562,5 = 6\,437,5$ minskningen i kronor motsvarar delen. $\frac{6\,437,5}{20\,000} \approx 0,322 = 32,2\%$ minskningen i % fås direkt när man tar delen genom det ursprungliga.	Modell 2 där förändringsfaktorn och det nya används FACIT $20\,000 \cdot 1,55 \cdot 0,7 \cdot 1,25 \cdot 0,5 = 13\,562,5$ kr. Aktierna har tyvärr gått ner i värde till ca 13 563 kr $1,55 \cdot 0,7 \cdot 1,25 \cdot 0,5 \approx 0,678 \rightarrow 32,2\%$ Den procentuella minskningen utgör 32,2%. Att det är en minskning ser vi tydligt eftersom förändringsfaktorn är mindre än 1. Du hade också kunnat få den slutgiltiga förändringsfaktorn genom att ta det nya genom det gamla. Många gör bort sig på denna typen av problem genom att addera de procentuella förändringarna men då hade vi i detta problem felaktigt trott att aktierna skulle fått behålla sitt ursprungliga värde eftersom $55 - 30 + 25 - 50 = 0$
--	---

Lån, ränta och amortering

Amortering, avbetalning på ett lån. Amortering gäller normalt delar av en skuld, men kan också avse hela skuldbeloppet. Amorteringen kan ske på olika sätt – enligt en amorteringsplan. De vanligaste amorteringsplanerna är:

Amorteringsfritt lån är ett lån där hela skulden återbetalas vid löptidens slut. Inga avbetalningar sker under tiden.

Rak amortering innebär att amorteringsdelen är konstant vid varje betalningstillfälle. Utgiften minskar därför över tiden, allt eftersom kapitalskulden, och därmed räntan, minskar.

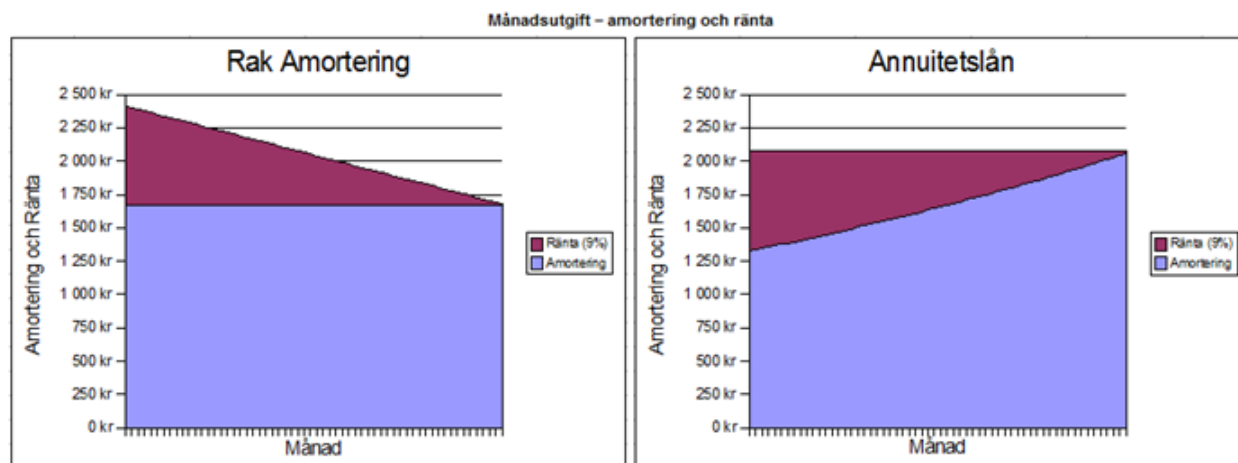
Annuitet. För ett annuitetslån erläggs ett konstant belopp för ränta och amortering tillsammans vid varje betalningstillfälle. Eftersom räntedelen av detta belopp minskar över tiden, i takt med att skulden avbetalas, ökar amorteringsdelen.

På grund av att den kvarvarande skulden inte minskar linjärt vid ett annuitetslån, då amorteringen ökar över tiden, blir de totala räntekostnaderna för hela lånets löptid något högre än vid rak amortering. Denna skillnad är dock liten vid korta löptider. Fördelen med ett

annuitetslån är att utgiften vid de första betalningstillfällena blir mindre än vid rak amortering. Denna skillnad blir tydligare för lån med längre löptider.

Avgifter samt effektiv ränta. Med effektiv ränta eller effektiv årsränta avses kostnaden (ränta och avgifter) för en kredit uttryckt som en årlig räntesats på kreditbeloppet

Räntan. Räntan för ett lån skulle vi kunna likställa med själva hyran för det beloppet vi lånat. Anges en räntesats så är den underförstått alltid angiven som årsränta.



Annuitetslån

Vid de flesta kreditköp betalar man lika mycket varje månad i ett antal månader, detta är alltså en form av **annuitetslån**.

Ex: Johanna har valt en semesterresa som kostar 14 900kr. Hon läser i en broschyr att man kan ta resan på kredit där man betalar 2000 vid avresan och sedan 600 kr per månad i 2 år. **Hur mycket dyrare blir resan på kredit?**

Lösning $2000 \text{ kr} + 2 \cdot 12 \cdot 600 \text{ kr} = 16\,400 \text{ kr}$

$$\text{förändringsfaktorn} = \frac{\text{nya priset}}{\text{ursprungliga priset}} = \frac{16\,400}{14\,900} \approx 1,10$$
 vilket innebär en ökning med 10%

Resan har alltså blivit 10% dyrare

Ex: Marcus vill köpa en moped och lånar 20 000 kr direkt från butiken. Han ska betala tillbaka lånet på två år genom att betala 950 kr varje månad.

Gör en kalkyl i Excel eller i googles utmärkta alternativ, google sheets, för de första 6 månaderna som visar hur skulden minskar och vad som är månadsränta och amortering varje månad, eller fyll i de tomma cellerna nedan. Excel och google sheets är överlägset bra

räkneprogram då man väl lärt sig skriva in formler på rätt sätt och då man lärt sig kopieringsfunktionerna.

Klura ut vad det ska stå i resten av de tomma rutorna för att få följande tabell

kreditköp								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Mån	Ingående skuld	Räntesats	Månads-ränta	Månads betalning	Amortering	Utgående skuld	
2	1	20 000	8,60%	=B2*C2/12	950	=E2-D2	=B2-F2	
3	2	=G2	8,60%	=B3*C3/12	950	=E3-D3	=B3-F3	
4	3	=G3	8,60%	=B4*C4/12	950	=E4-D4	=B4-F4	
5	4		8,60%		950			
6	5		8,60%		950			
7	6		8,60%		950			
8								

Slår du in formlerna så här behöver du i regel bara skriva de första två raderna och sedan kopiera neråt så beräknar programmet snabbt ut allt du vill veta om ditt lån under de två åren tills lånet är betalt. Allt ska skrivas in som formler men det du ser är de reella siffrorna

kreditköp							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Mån	Ingående skuld	Räntesats	Månads-ränta	Månads betalning	Amortering	Utgående skuld
2	1	20000	0,086	143	950	807	19193
3	2	19193	0,086	138	950	812	18381
4	3	18381	0,086	132	950	818	17563
5	4		0,086		950		
6	5		0,086		950		
7	6		0,086		950		

Färdigt resultat och ett exempel på annuitetslån

kreditköp							
	A	B	C	D	E	F	G
1	Mån	Ingående skuld	Räntesats	Månads-ränta	Månads betalning	Amortering	Utgående skuld
2	1	20000	0,086	143	950	807	19193
3	2	19193	0,086	138	950	812	18381
4	3	18381	0,086	132	950	818	17563
5	4	17563	0,086	126	950	824	16738
6	5	16738	0,086	120	950	830	15908
7	6	15908	0,086	114	950	836	15072

Rak amortering

Om ett lån betalas med rak amortering så innebär det att lånesumman delas med antalet betalningstillfällen. Vid varje tillfälle betalas dessutom ränta på restskulden. Summan man skall betala blir alltså mindre vid varje tillfälle eftersom skulden blir mindre så minskar räntekostnaden. RAK AMORTERING

Ex: Anta att du lånar 70 000 kr med rak amortering och att lånet ska vara betalt på 7 år genom att du gör lika stora amorteringar varje år

Gör en kalkyl i Excel eller i googles utmärkta alternativ, google sheets, för de 7 åren som visar hur skulden minskar och vad som är årsränta och amortering, eller fyll i de tomma cellerna nedan.

	A	B	C	D	E	F	G
1	År	Ingående skuld	Räntesats	Års-ränta	Amortering	Betalning	Utgående skuld
2	1	70 000	3%	=B2*C2	10 000	=E2+D2	=B2-E2
3	2	=G2	3%	=B3*C3	10 000	=E3+D3	=B3-E3
4	3	=G3	3%	=B4*C4	10 000	=E4+D4	=B4-E4
5	4		3%		10 000		
6	5		3%		10 000		
7	6		3%		10 000		
8	7		3%		10 000		

	A	B	C	D	E	F	G
1	År	Ingående skuld	Räntesats	Års-ränta	Amortering	Betalning	Utgående skuld
2	1	70 000	0,03	2100	10 000	12 100	60 000
3	2	60 000	0,03	1800	10 000	11 800	50 000
4	3	50 000	0,03	1500	10 000	11 500	40 000
5	4		0,03		10 000		
6	5		0,03		10 000		
7	6		0,03		10 000		
8	7		0,03		10 000		

Färdigt resultat och ett exempel på rak amortering

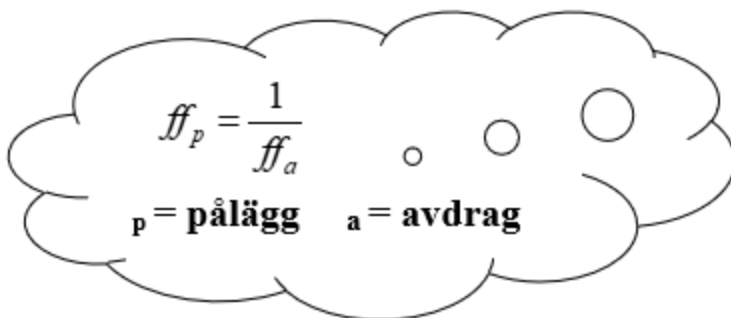
rak amortering							
	A	B	C	D	E	F	G
1	År	Ingående skuld	Räntesats	Månads-ränta	Amortering	Betalning	Utgående skuld
2	1	70 000	0,03	2100	10 000	12 100	60 000
3	2	60 000	0,03	1800	10 000	11 800	50 000
4	3	50 000	0,03	1500	10 000	11 500	40 000
5	4	40 000	0,03	1200	10 000	11 200	30 000
6	5	30 000	0,03	900	10 000	10 900	20 000
7	6	20 000	0,03	600	10 000	10 600	10 000
8	7	10 000	0,03	300	10 000	10 300	0

Moms

Om moms. Kärt barn har många namn; Mervärdesskatt, meromsättningsskatt, mervärdesomsättningsskatt (moms) och omsättningsskatt är konsumtionsskatter, alltså skatter som i sista hand betalas i samband med inköp för konsumtion. Mervärdesskatt finns i de flesta industriländer (dock inte i USA, men många delstater har omsättningsskatt).

Vid omsättningsskatt läggs skatten till endast i sista led vid försäljning till slutkonsumenten. Vid mervärdesskatt betalar även näringsidkare moms, men får kvitta ingående och utgående moms mot varandra. Fördelen med moms anses främst vara att det minskar risken för skattefusk, då näringsidkare har intresse av att kräva in moms när de även måste betala det själva. Nackdelen är en mer omfattande administration.

Momsreglerna är i stort sett desamma i samtliga länder inom Europeiska unionen, eftersom momslagstiftningen bygger på gemensamma EU-direktiv. Momssatserna skiljer sig dock åt och olika länder kan ha något olika regler om vilka varor och tjänster som har lägre momssatser. Även i länder utanför EU finns ofta omsättningsskatter som liknar den gemenskapsrättsliga momsen.


$$ff_p = \frac{1}{ff_a}$$

p = pålägg a = avdrag

I Sverige har skatten tidigare hetat mervärdesomsättningsskatt (förkortat moms) och allmän omsättningsskatt (oms). Vardagligt kallas mervärdesskatten nästan alltid moms. Ibland används också förkortningen MVS. Före den 29 maj 1968 hette det bara "oms", som 1960 infördes som en tillfällig omsättningsskatt på 4,2 procent och som togs ut i konsumentledet.

25 % moms är den normala momssatsen och gäller för alla de varor och tjänster som inte har 12 % eller 6 % momssats. Tittar man på formeln så ger påläggsmomsen 25 % avdrag- eller marginalmomsen 20 %

$$ff_p = \frac{1}{ff_a}$$

p = pålägg a = avdrag

$ff_a = \frac{1}{1,25} = 0,8$ förändringsfaktorn 0,8 innebär en avdrags- eller marginalmoms med 20 %

12% moms gäller bland annat för: Livsmedel, men dock inte för dricksvatten från vattenkran eller spritdrycker, vin och öl med högre alkoholhalt än folköl.

Restaurang- och cateringtjänster, och även festvåringspaket som omfattar mat, lokal, städning och liknande tjänster, frukost i samband med logi. Dukning, servering, diskning och liknande tjänster som ingår i en cateringtjänst och transport som ingår i en cateringtjänst ingår också. Rumsuthyrning i hotellrörelse. Momsen är normalt 12 procent på rumsuthyrning i hotell-, pensionats- och vandrarhemsverksamhet eller liknande. Momsen är 12 procent även för vissa andra tjänster som anses som ett naturligt led i rumsuthyrningen, t.ex. parkering, telefon, telefax, betal-tv, bad och bastu samt tvätt.

$ff_a = \frac{1}{1,12} \approx 0,893$ förändringsfaktorn 0,893 innebär en avdrags- eller marginalmoms med 10,7%

6% moms gäller för:

Böcker, tidningar, noter, kartor och liknande, så länge de inte till en stor del består av reklam. Persontransporter inom Sverige, som tåg-, flyg-, buss- och taxitransporter av människor. Kulturnevenemang, som biljetter till konserter eller idrottsvenemang.

$ff_a = \frac{1}{1,06} = 0,943$ förändringsfaktorn 0,943 innebär en avdrags- eller marginalmoms med 5,7 %

Anledningen till att man har olika momssatser är helt enkelt att man vill stödja vissa sektorer. När man till exempel sänkte moms på böcker och tidningar ville man göra det billigare för människor att köpa något att läsa.

Index

Förstår man förändringsfaktorn så är det lätt att förstå Index. Index kan göras för allt möjligt och så som jag ser på det är det exakt samma sak som förändringsfaktorn gånger 100.

Den vanligaste och mest kända idextabellen som finns kallas KPI. Tack vare Konsumentprisindex (KPI) kan pensioner och annat justeras rätt då priserna ändras över tid. Ett

och samma belopp i kronor blir ju mindre värt om priserna ökar, så att pengarna räcker till mindre än tidigare.

Låt oss ta ett exempel från <http://www.webbmatte.se/> Webbmatte är en sida som har mycket bra grundmatematik på flera olika språk.

Vi tittar på en månadshyras prisutveckling med år 2002 som basår. Detta basår är utgångspunkterna för de jämförelser som görs i indextabellen. Index för basåret är alltid 100. Index för övriga år bestäms genom att en förändringsfaktor i förhållande till basåret räknas ut för respektive år. Index för varje år är förändringsfaktorn multiplicerat med 100.

Exempel:

Hyran för en lägenhet ändras enligt nedanstående tabell. Index har räknats ut för varje år.

År	Hyra	Förändringsfaktor	Index
2002	5630 kr/månad	$5630/5630 = 1,00$	100
2003	5799 kr/månad	$5799/5630 = 1,03$	103
2004	5915 kr/månad	$5915/5630 = 1,05$	105
2005	6152 kr/månad	$6152/5630 = 1,09$	109
2006	6213 kr/månad	$6213/5630 = 1,10$	110

Exempel:

Nedanstående tabell visar löneutvecklingen för en viss yrkesgrupp. Hur stor är månadslönen 2006 för någon vars lön följt index om den var 21 450 kr/månad år 2004?

År	Index
2004	100
2005	104
2006	112

Eftersom index år 2006 är 112 så har lönerna ökat med 12 % jämfört med år 2004.

Dvs. lönen 2006 är
kronor.

Konsumentprisindex (KPI) syftar till att mäta prisutvecklingen för hela den privata konsumtionen, måttet beräknas månadsvis av Statistiska centralbyrån (SCB) och är en del av Sveriges officiella statistik. Med hjälp av KPI kan man utläsa hur levnadskostnaderna förändras för en genomsnittlig konsument eftersom den mäter prisutvecklingen på varor och tjänster för privat konsumtion i Sverige.

KPI anger hur stor inkomstökning som behövs för att en konsument ska kunna behålla sin materiella standard när priserna höjts. Exempelvis så innebär ett KPI på 105 att inkomsten måste öka med 5 % för att kompensera för prishöjningen. I vardagligt tal säger man att den genomsnittliga prisökningen är 5 %.

Med inflation menas vanligtvis att penningvärdet minskar. När penningmängden ökar kraftigt så minskar i regel penningvärdet. En effekt av inflation är att den allmänna prisnivån stiger, varför inflation ofta mäts med konsumentprisindex och uppfattas av många som synonymt till detta. Motsatsen kallas deflation.

Procent-ord att plugga in som glosor

• procent • andelen • delen • det hela • decimalform • procentform • bråkform • promille • ppm • förändringsfaktor • den totala förändringsfaktorn • Procentenhet	• ränta • årsränta • räntesats • amortering • kredit • effektiv ränta • avgifter • snabblån • index • basår • inflation • KPI
---	---

Hjälp till uppgifter i boken <https://sites.google.com/site/fredriksfilmer/matematik/matematik-1b> eller <https://sites.google.com/site/nicksvideoklipp/home/matematik-5000/ma-1b>
Bra genomgångar och massor med bra extramaterial <https://vidma.se/ma1/>

Centralt innehåll kursplan

- Fördjupning av procentbegreppet: promille, ppm och procentenheter.
- Begreppen förändringsfaktor och index samt metoder för beräkning av räntor och amorteringar för olika typer av lån.
- Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Algebra

Ekvationer, formler och uttryck

Likhetstecknet "=" ska alltid ses som en vågskål där vänsterled, VL, och högerled, HL, är olika uttryck för samma tal, om inte vågen väger jämt är det som står inte sant. Man skiljer på:

- *Aritmetiska uttryck*, t.ex. $3 \cdot 4 - 5$, betecknar endast tal.
- *Aritmetiska påståenden*, som $18/3 + 1 = 7$
- *Algebraiska uttryck*, t.ex. $4x + 7$, liknar aritmetiska uttryck, men kan beteckna helt andra saker. De kan stå för aritmetiska mönster, funktioner osv. I dessa fall är en variabel som kan ges många olika värden. Uttrycken skrivs ofta in i en *formel* $y = 3x + 5$ t ex anta att variabeln $x = 5$, då fås att $y = 3 \cdot (5) + 5 = 15 + 5 = 20$
- *Algebraiska påståenden*, t.ex. $3x - 2 = 16$, är ekvationer. Bokstaven x står för ett specifikt tal och är i dessa fall ingen variabel. I denna ekvation är $x=6$

Samma symbol, vanligtvis x , kan alltså fylla olika funktioner beroende på situationen. Symbolen kan stå både för ett obekant konstant tal och för ett tal som kan variera.

Förenkling av uttryck

För att kunna lösa svårare ekvationer måste man lära sig att förenkla uttryck.

Du vet att $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \cdot 3$

På samma sätt blir $x + x + x + x = 4 \cdot x$

Vad blir $3x + 2x$? Vi skriver om $3x$ som $x + x + x$ och $2x$ som $x + x$ och får då

$$3x + 2x = x + x + x + x + x = 5x$$

Subtraktion kan vi genomföra på motsvarande sätt.

$$5x - 2x = x + x + x + x + x - (x + x) = x + x + x + x + x - x - x = 3x$$

Om vi har ett uttryck med blandade variabeltermer och konstanter ska alla variabeltermerna x sorteras för sig och alla variabeltermerna z för sig och konstanttermerna för sig. T ex om du tittar på det algebraiska uttrycket $5x + z + 2x + 1$ så kan du förenkla det till $7x + z + 1$.

Parenteser

Parentes med plustecken framför kan bara tas bort $7x + (3x - 2) = 7x + 3x - 2 = 10x - 2$

Parentes med minustecken framför kan bara tas bort om man samtidigt ändrar tecken inom parentesen. $7x - (3x - 2) = 7x - 3x + 2 = 4x + 2$

Inmultiplikering. En parentes multipliceras med ett tal genom att varje term i parentesen multipliceras med talet $7(5x - 3) = 7 \cdot 5x - 7 \cdot 3 = 35x - 21$.

Ex. Sara har två lådor och i varje låda finns två apelsiner och tre bananer. Hur många apelsiner och hur många bananer har hon?

$$2(2a + 3b) = 2 \cdot 2a + 2 \cdot 3b = 4a + 6b$$

Sara har alltså 4 apelsiner och 6 bananer. Om vi vill skapa oss en bild av det vi gör, kan vi tänka oss det som står inne i parenteserna som en låda.



Då man multiplicerar ett tal med en parentes måste man alltså multiplicera talet med varje term i parentesen.

Bryta ut och faktorisera

Samma tal bryts ut från alla termer $18x - 63 = 2 \cdot 9x - 7 \cdot 9 = 9(2x - 7)$

<https://matteva.fi/algebra/ekvationer1.html#uppgift>

Ekvationer

Då man löser ut i en ekvation görs alla operationer på båda sidorna av likhetstecknet. Glöm inte att vid all ekvationslösning kan man alltid pröva om man löst ut korrekt. Lösningen till en ekvation kallas för rot.

addition $x - 10 = 18 \quad \quad \quad /+10$ $x - 10 + 10 = 18 + 10 \quad \quad \quad /förenkla$ $x = 28$	subtraktion $10 + x = 18 \quad \quad \quad /-10$ $-10 + 10 + x = 18 - 10 \quad \quad \quad /förenkla$ $x = 8$
division $4x = 10 \quad \quad \quad / \div 4 \text{ eller } \cdot \frac{1}{4}$ $\frac{4x}{4} = \frac{10}{4} \quad \quad \quad /förenkla \quad \frac{10}{4} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$ $x = \frac{5}{2} \text{ eller } x = 2,5$ Om vi får ett exakt decimaltal som i det här fallet spelar det ingen roll om vi svarar i bråkform eller decimaltal, får vi däremot ett fall där vi måste avrunda är det snyggare och mer korrekt att svara i bråkform. Eftersom täljaren är större än nämnaren är det än mer korrekt att svara i blandad form $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ Lägg också märke till att $2 \cdot \frac{1}{2} \neq 2\frac{1}{2}$	multiplikation $\frac{x}{4} = 10 \quad \quad \quad / \cdot 4 \text{ eller } \cdot \frac{4}{1}$ $4 \cdot \frac{x}{4} = 4 \cdot 10 \quad \quad \quad /förenkla$ $x = 40$

Problemlösning med ekvation

1. Inför beteckning på det som är obekant, d v s gör ett antagande.
2. Vad är lika? Ställ upp en ekvation.
3. Lös ekvationen.
4. Kontrollera, t ex genom prövning att lösningen är riktig.
5. Lämnar svar med korrekt enhet om det finns en sådan.

Ex Svantes syster är 5 år äldre än svante. Tillsammans är de 25 år. Hur gammal är var och en?

1. Svante är x år. Svantes syster är $(x + 5)$ år

2. $x + (x + 5) = 25$

3.
$$\begin{cases} x + (x + 5) = 25 & \text{/öppna parentes och förenkla} \\ 2x + 5 = 25 & \text{/}-5 \\ 2x = 25 - 5 & \text{/förenkla} \\ 2x = 20 & \text{/} \div 2 \text{ eller } \cdot \frac{1}{2} \\ x = \frac{20}{2} & \text{/förenkla } \frac{20}{2} = \frac{2 \cdot 10}{2} = 10 \\ x = 10 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x + (x + 5) = 25 \\ 10 + (10 + 5) = 25 \\ 10 + 15 = 25 \end{cases} \quad \text{lösningen är korrekt via prövning}$$

5. Svar: Svante är 10 år. Svantes syster är 15 år

I ovanstående exempel har vi liksom förut gjort alla operationer på båda sidor av likhetstecknet men vi har endast skrivit upp det vi har kvar då detta är gjort. En bra metod är att bokföra de moment som görs på likhetstecknets båda sidor.

Nedan följer exempel på hur man kan tänka och bokföra samma ekvationer som gjordes innan.

$x - 10 = 18$ $/+10$ $x = 18 + 10$ $/\text{förenkla}$ $x = 28$ För att "flytta" talet -10 till andra sidan likhetstecknet adderas dess "invers" $+10$ till båda sidor. Nedan är samma ekvation $-10 + x = 18$ $/+10$ $x = 18 + 10$ $/\text{förenkla}$ $x = 28$	$10 + x = 18$ $/-10$ $x = 18 - 10$ $/\text{förenkla}$ $x = 8$ För att "flytta" talet $+10$ till andra sidan likhetstecknet adderas dess "invers" -10 till båda sidor. Tänk dig att alla tal har ett tecken framför sig som alltid står på vänster sida av talet. Syns det inget tecken så är det alltid ett plustecken.
--	--

Ytterligare exempel på bokföringsmetoden som jag vill att ni ska eftersträva

$4x = 10 \quad / \div 4 \text{ eller } \cdot \frac{1}{4}$ $x = \frac{10}{4} \quad / \text{förenkla } \frac{10}{4} = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$ $x = \frac{5}{2} \text{ eller } x = 2,5$ För att "flytta" 4:an till andra sidan likhetstecknet kan man tänka att det finns ett multiplikations-tecken mellan 4 och x :et "inversen" till multiplikation är division, alternativt kan man multiplicera med 4:ans invers som är $\frac{1}{4}$	$\frac{x}{4} = 10 \quad / \cdot 4 \text{ eller } \cdot \frac{4}{1}$ $x = 10 \cdot 4 \quad / \text{förenkla}$ $x = 40$ För att "flytta" 4:an till andra sidan likhetstecknet kan man tänka att det finns ett divisionstecken mellan x :et och 4:an "inversen" till division är multiplikation, alternativt kan man multiplicera med $\frac{1}{4}$ -dels "invers" som är $\frac{4}{1}$
---	---

Ytterligare om ekvationslösning. Då man löser ut x i en ekvation görs alla operationer på båda sidorna av likhetstecknet men allra först förenklar man och öppnar parenteser o s v. Glöm aldrig att vid all ekvationslösning kan man alltid pröva om man löst ut x korrekt.

$3x - 10 = 2x + 18 \quad / +10$ $3x = 2x + 28 \quad / -2x$ $x = 28$	$10 + 6x = 18 + 2x \quad / -2x$ $10 + 4x = 18 \quad / -10$ $4x = 8 \quad / \div 4 \text{ eller } \cdot \frac{1}{4}$ $x = \frac{8}{4} \quad / \text{förenkla } \frac{8}{4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2} = 2$ $x = 2$
$\frac{14}{x-2} = 7 \quad / \cdot (x-2)$ $14 = 7(x-2) \quad / \text{multiplicera in}$ $14 = 7x - 14 \quad / +14$ $28 = 7x \quad / \div 7 \text{ eller } \cdot \frac{1}{7}$ $\frac{28}{7} = x \quad / \text{förenkla } \frac{28}{7} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 7}{7} = 4$ $x = 4$ Lägg särskilt märke till att ett bråkstreck fungerar som en parentes.	$5x - 3(2 + 4x) = 10 \quad / \text{multiplicera in}$ $5x - 3 \cdot 2 - 3 \cdot 4x = 10 \quad / \text{förenkla}$ $-7x - 6 = 10 \quad / +6$ $-7x = 16 \quad / \div (-7) \text{ eller } \cdot \frac{-1}{7}$ $x = -\frac{16}{7} = -2\frac{2}{7} \text{ eller } x \approx -2,3$

Potensekvationer

Potensekvationer är ickelinjära ekvationer där x är i basen

1. Ex. $5x^9 = 3 \Leftrightarrow x^9 = \frac{3}{5} \Rightarrow x = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{\frac{3}{5}}$

2. Ex. $x^{0,7} = 1,45 \Rightarrow x = 1,45^{\frac{1}{0,7}} = 1,45^{\frac{10}{7}}$

När vi har en jämn exponent, kan vi få flera reella lösningar $x^4 = 9 \Leftrightarrow x^2 = \pm 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$.

I senaste ledet har vi då struntat i när x^2 är -3, som ej har reella lösningar eftersom vi inte kan dra roten ur negativa tal.

Formler och mönster

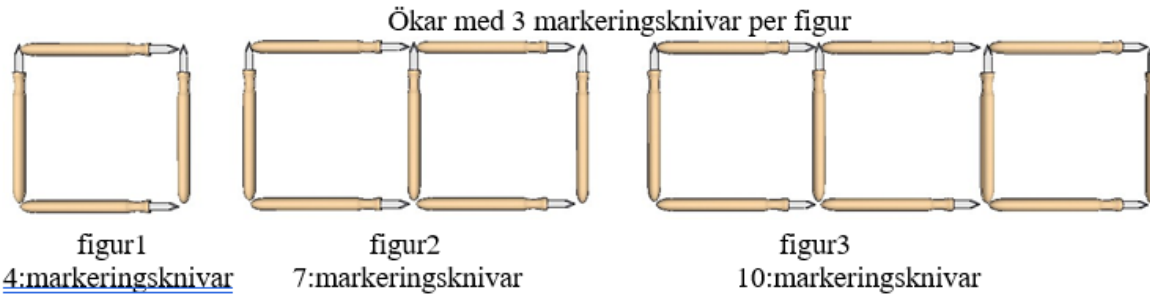
Då man skriver om formler är det med samma teknik som vi löser ekvationer.

Vid likformig rörelse gäller för vägen s, hastigheten v och tiden t att $s = v \cdot t$ eller $s = vt$ Mellan bokstäver eller bokstäver och siffror behöver multiplikationstecken aldrig sättas ut. Anta att vi vill lösa ut t $s = vt \quad / \div v \text{ eller } \cdot \frac{1}{v}$ $\frac{s}{v} = t \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$ Då man sedan löser eventuella uppgifter med hjälp av formeln måste man titta noga så att alla tal som stoppas in i formeln har rätt enhet, sätter vi in en hastighet med enheten [km/h] måste den sträcka som sätts in i formeln också ha enheten [km] OBS! Tänk på att svaret alltid måste ha en enhet då vi räknat ut någonting med hjälp av en formel.	Sambandet mellan Celsiusgrader C och Farenheitsgrader F ges av formeln $C = \frac{F - 32}{1,8} \text{ lös ut } F$ $C = \frac{F - 32}{1,8} \quad / \cdot 1,8$ $1,8C = F - 32 \quad / +32$ $1,8C + 32 = F \Leftrightarrow F = 1,8C + 32$ Ex hur många grader Fahrenheit är 25 grader Celsius $F = 1,8C + 32 = 1,8 \cdot 25 + 32$ $= 45 + 32 = 77 \text{ Farenheitsgrader}$ Ex hur många grader Celsius 100 grader Fahrenheit $C = \frac{F - 32}{1,8} = \frac{100 - 32}{1,8} = \frac{68}{1,8} \approx 38^\circ\text{C}$
--	---

Tänk på att vi ofta ges formeln i frågeställningen av problemet, eller om vi vet vilken enhet de vill ha i svaret kan man titta på hur vi måste ställa enheterna mot varandra i de komponenter som ingår i frågeställningen för att de ska ta ut varandra för att få fram rätt svar.

Mönster av enklaste sort

Det är enkelt att hitta en formel för mönster som växer lika mycket hela tiden. Dessa mönster bildar nämligen en talföljd som kallas aritmetisk talföljd men vi kommer att hitta ännu enklare formler för denna typ av talföljder här.



Formeln för den n:te markeringskniven är $m_n = 3n + 1$

$3n$ för att den växer med 3, och 1 som är den konstant som behövs för att $n=1$ ska ge figur nummer 1 med 4:a markeringsknivar. Mönstret kan endera presenteras som en talföljd i en tabell eller med hjälp av formeln.

Figur nummer (n)	1	2	3	4	5	6	7	n
Antal markeringsknivar (m)	4	7	10	13	16	19	22	$3n+1$

$$m_n = 3n + 1$$

$$m_1 = 3 \cdot 1 + 1 = 4$$

$$m_2 = 3 \cdot 2 + 1 = 7$$

$$m_3 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$$

Hur många markeringsknivar skulle nu figur nummer 50 bestå av?

$$m_{50} = 3 \cdot 50 + 1 = 151 \quad \text{Svar } 151 \text{ stycken markeringsknivar}$$

Hur många markeringsknivar skulle nu figur nummer 100 bestå av?

$$m_{100} = 3 \cdot 100 + 1 = 301 \quad \text{Svar } 301 \text{ stycken markeringsknivar}$$

Svårare än så här är det inte att plocka en formel utifrån ett enkelt mönster och ta reda på hur många komponenter den n:te figuren kommer att bestå av. Så mycket som något ökar skriver man ihop med n och sedan kompenserar man med lämplig konstant så att formeln fungerar med första figuren då $n=1$

I vilken figur i ordningen finns det 76 markeringsknivar i?

$$m_n = 3n + 1 \Leftrightarrow 75 = 3n + 1 \Rightarrow n = 75/3 = 25$$

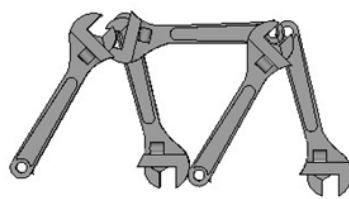
Svar i den 25:e figuren finns det 76 markeringsknivar

Nytt problem och nya utmaningar! Fortfarande skapligt enkelt:)

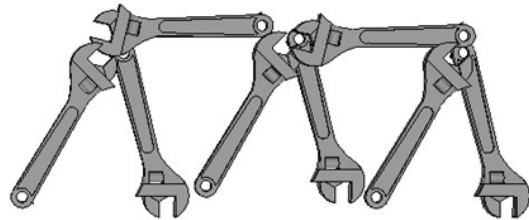
Ökar med 3 skiftnycklar per figur



2:Skiftnycklar



5:Skiftnycklar



8:Skiftnycklar

Formeln för den n:te markeringskniven är $m_n = 3n - 1$

$3n$ för att den växer med 3, och -1 som är den konstant som behövs för att $n=1$ ska ge figur nummer 1 med 2 Skiftnycklar. Mönstret kan endera presenteras som en talföljd i en tabell eller med hjälp av formeln.

Figur nummer (n)	1	2	3	4	5	6	7		n
Antal skiftnycklar (s)	2	5	8	11	14	16	20		$3n-1$

$$m_n = 3n - 1$$

$$m_1 = 3 \cdot 1 - 1 = 2$$

$$m_2 = 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

$$m_3 = 3 \cdot 3 - 1 = 8$$

Hur lång markeringsknivar skulle nu figur nummer 50 bestå av?

$$m_{50} = 3 \cdot 50 - 1 = 149 \quad \text{Svar 149 stycken skiftnycklar}$$

Hur lång markeringsknivar skulle nu figur nummer 100 bestå av?

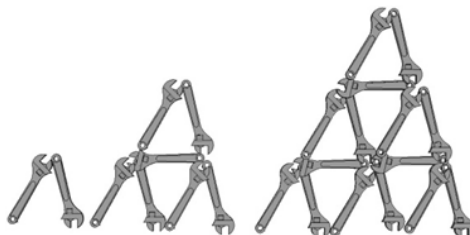
$$m_{100} = 3 \cdot 100 - 1 = 299 \quad \text{Svar 299 stycken skiftnycklar}$$

Svårare än så här är det inte att plocka en formel utifrån ett enkelt mönster och ta reda på hur många komponenter den n:te figuren kommer att bestå av så länge som varje ny figur växer med lika många komponenter hela tiden.

Klurigare mönster

Det blir mycket värre om varje figur växer med olika antal komponenter. Vi går inte in på hur man hittar dessa formler här men de ovanstående bör man klara av i både högstadiet och första året på gymnasiet.

Här är en mycket svårare uppgift att lösa.



Figur nummer (n)	1	2	3	4	5	n
Antal skiftnycklar (s)	2	7	15	26	40	$0,5(3n^2+n)$

En av de mest kända talföljderna som följer ett mönster där varje efterföljande tal är en summa av de framförvarande två talen är Fibonacciserien 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 Detta är en talserie som visat sig förekomma i många helt naturliga system där kvoten mellan ett högre tal i serien delat med

det närmast lägre talet närmar sig det gyllene snittet $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618$ t ex $\frac{34}{21} = 1,619$

Olikheter

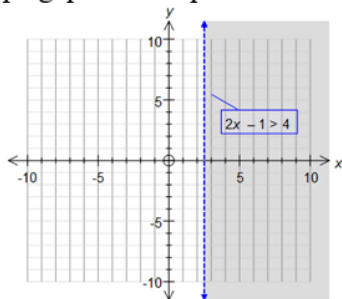
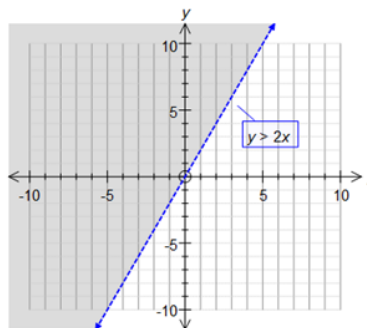
Linjära olikheter

$y > 2x$ kan illustreras i en graf

Det mörkare området är det område för vilket påståendet är sant.

Ekvationen $2x - 1 > 4$ löser du som en helt vanlig ekvation.

Däremot om du har en ekvation som du någon gång måste multiplicera eller dividera med ett negativt tal så måste du vända på gapet för att påståendet fortfarande skall vara sant.



Undersöka och bevisa

Här har jag kopierat några sidor från matematikboken 5000 från natur och kultur. Då jag tycker dessa uppgifter är bra för att först hur man bedöms på prov. Det ger fantastisk bra träning på moment som är bra att behärska.

Beskriva, troliggöra och bevisa

Matematik handlar ofta om att hitta mönster, visa samband och dra slutsatser. Att visa att ett samband är riktigt kan vi göra på flera sätt, enklare sätt ger lägre kvalitet och mer generella sätt ger högre kvalitet.

- a** Beskriva ett samband med ett enskilt exempel (lägre kvalitet).
- b** Motivera ett samband med fler exempel och troliggöra.
- c** Bevisa att sambandet alltid gäller (högsta kvalitet).

För att utföra bevis av olika slag är algebran ett viktigt verktyg.

När du undersöker och bevisar bör du:

- läsa igenom uppgiften noga
- rita figurer om det behövs för att förstå uppgiften
- förklara och redovisa dina olika steg
- försöka att nå ett så fullständigt bevis som möjligt.

3537 Följ instruktionerna i rutan.

Vi visar olika lösningar som motsvarar de tre nivåerna a–c:

a Jespers lösning.

1. Jag tänkte på talet 4

2. $4 \cdot 2 = 8$

3. $8 + 20 = 28$

4. $\frac{28}{2} = 14$

5. Resultat 14

6. Jag tänkte på talet 4 och resultatet blev 14.

1. Tänk på ett tal.
2. Dubbla talet.
3. Lägg till 20.
4. Dividera med 2.
5. Skriv ditt resultat.
6. Beskriv ett samband mellan talet och resultatet.

b Petrus lösning:

Jag valde tre olika tal. Tal och resultat visas i tabellen.

Talet jag tänkte på	4	6	9
Resultat	14	16	19

Resultatet blev alltid 10 mer än talet jag tänkte på.

c Armandos lösning:

1. Jag väljer talet x .

2. $2x$

3. $2x + 20$

4. $\frac{2x + 20}{2}$

5. Förenkling: $\frac{2x + 20}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{20}{2} = x + 10$

6. Resultatet blir alltid 10 mer än talet man tänker på.

3538 Basen i en rektangel ökar med 10 % och höjden minskar med 10 %. Ett av följande påståenden är sant. Undersök vilket det är. Motivera ditt val med beräkningar och/eller figurer.

- Arean ändras inte.
- Om arean blir större eller mindre beror på sidornas ursprungliga längder.
- Arean blir alltid mindre.
- Arean blir alltid större.



Vi visar tre lösningar med olika kvalitet:

a Sofies lösning:

$(\text{cm}) \ 100$
 50
 $1,1 \cdot 100 = 110$
 $0,9 \cdot 50 = 45$
 $\text{Arean} = 100 \cdot 50 = 5000 \text{ cm}^2$
 $\text{Arean} = 110 \cdot 45 \text{ cm}^2 = 4950 \text{ cm}^2$

Slutsats: *Arean blir alltid mindre.*

Kommentar:

Sofie har dragit rätt slutsats, men har bara undersökt den med ett enda exempel. Denna undersökning visar bara att påståendet är sant för just denna rektangel.

b Evas lösning:

Jag undersöker tre rektanglar.
Area i kvadratcentimeter före och efter framgår av tabellen.
Förändringarna i procent har jag räknat ut och kontrollerat på räknaren.

Rektangel	Ursprungliga mått och area	Mått och area efter förändring
1	$50 \cdot 100 = 5000$	$45 \cdot 110 = 4950$
2	$10 \cdot 10 = 100$	$9 \cdot 11 = 99$
3	$1000 \cdot 10 = 10000$	$900 \cdot 11 = 9900$

Slutsats: *Arean blir alltid mindre.*

Kommentar:

Eva väljer att undersöka flera rektanglar med varierande mått, vilket ger en säkrare slutsats.

c Annas lösning:

Jag utgår från en rektangel med basen b och höjden h .

b
 h
 $1,1 \cdot b$
 $0,9 \cdot h$
 $\text{Arean} = b \cdot h$
 $\text{Arean} = 1,1b \cdot 0,9h = 0,99b \cdot h$
 $0,99b \cdot h$ är mindre än $b \cdot h$

Slutsats: *Arean blir alltid mindre, den minskar alltid med 1%.*

Kommentar:

En algebraisk metod är generell, dvs Anna visar att påståendet gäller för alla möjliga värden på b och h . Hon har bevisat att det alltid gäller.

Varje uppgift kan lösas med olika grad av kvalitet, enligt nivåerna **a** **b** **c**

3539 a) Välj talet 3 och följ instruktionerna i rutan.

1. Tänk på ett tal.
2. Dubbla talet.
3. Lägg till 1.
4. Multiplicera med 5.
5. Subtrahera med 5.
6. Skriv ditt resultat.

- b) Välj några andra tal och beräkna resultatet.
- c) Beskriv med ord sambandet mellan tal och resultat.
- d) Försök att bevisa sambandet genom att starta med x .

3541



- a) Mät längden på sidan och beräkna kvadratens area. ($A = s \cdot s$)
- b) Sidans längd ökar med 20%. Beräkna den nya arean.
- c) Med hur många procent ökar arean?
- d) Välj några andra kvadrater. Undersök hur arean ändras om sidans längd ökar med 20%. Skriv en slutsats.
- e) Bevisa att din slutsats alltid gäller.

3540 a) Välj talet 10 och följ instruktionerna i rutan.

1. Tänk på ett tal.
2. Lägg till 4.
3. Multiplicera med 2.
4. Subtrahera med 2 gånger det tal du tänkte på.
5. Subtrahera med 5.
6. Skriv ditt resultat.

- b) Välj några andra tal och beräkna resultatet.
- c) Beskriv med ord sambandet mellan tal och resultat.
- d) Försök att bevisa sambandet genom att starta med x .

3542



- a) Mät längden på sidan och beräkna kvadratens omkrets. ($O = 4 \cdot s$)
- b) Sidans längd minskar med 20%. Beräkna den nya omkretsen.
- c) Med hur många procent minskar omkretsen?
- d) Välj några andra kvadrater. Undersök hur omkretsen ändras om sidans längd minskar med 20%. Skriv en slutsats.
- e) Bevisa att din slutsats alltid gäller.

3543 Andy köper en aktie som ökar i värde med 150 % på ett år. Värdet minskar sedan med 60 %.

Andy påstår att värdet nu är detsamma som när han köpte aktien.

- a) Välj ett inköpspris och visa att Andy verkar ha rätt.
- b) Välj inköpspriset x och bevisa att han har rätt.

3544 Välj tre heltal som kommer direkt efter varandra, t ex 10, 11, 12.

Beräkna talens summa, dvs $10 + 11 + 12$.

Multiplicera det mellersta talet med 3, dvs $3 \cdot 11$.

Jämför de två resultaten med varandra.

- Upprepa talleken med andra val av tre heltal som kommer direkt efter varandra. Undersök vad som händer.
- Beskriv resultatet av din undersökning med ord och formler.
- Undersök enligt samma metod tre andra tal som följer på varandra på något annat sätt, t ex 10, 12, 14 eller 10, 13, 16 eller 10, 14, 18. (NP)

3545 Bilderna nedan visar två kvadratiska planteringar i en park. Det är blå blommor i kanterna och röda inuti rabatterna.



- Tänk dig större kvadratiska rabatter. Undersök hur många blommor av de båda färgerna som behövs om rabattens sida ska ha 5 plantor, 6 plantor, 7 plantor osv.
- Beskriv hur antalet blå och röda blommor varierar.
- Beskriv de samband du hittar med ord och formler. (NP)

Facit på uppgifterna

3539 a) 30

- b) Talet 5 ger resultatet 50.
Talet 7 ger resultatet 70.
c) Resultatet blir 10 gånger så stort som talet.

- d) 1. x
2. $2 \cdot x$
3. $2x + 1$
4. $5(2x + 1)$
5. $5(2x + 1) - 5 =$
 $= 10x + 5 - 5 = 10x$

3540 a) 3

- b) Talet 7 ger resultatet 3.
Talet 20 ger resultatet 3.
c) Resultatet blir 3 oavsett vilket tal man startar med.

- d) 1. x
2. $x + 4$
3. $2(x + 4)$
4. $2(x + 4) - 2x$
5. $2(x + 4) - 2x - 5 =$
 $= 2x + 8 - 2x - 5 = 3$

3541 a) $\text{Areal} = 4,0 \text{ cm}^2$

b) $\text{Ny areal} = 5,76 \text{ cm}^2$

c) 44%

d)

Area	Ny area	Ökning
$5 \cdot 5 = 25$	$6 \cdot 6 = 36$	44%
$10 \cdot 10 = 100$	$12 \cdot 12 = 144$	44%
$7 \cdot 7 = 49$	$8,4 \cdot 8,4 = 70,56$	44%

Kvadratens area blir 44% större när sidans längd ökar med 20%.

e) $\text{Areal} = s \cdot s$

$$\text{Ny areal} = 1,2 \cdot s \cdot 1,2 \cdot s = 1,44 \cdot s \cdot s$$

Förändringsfaktorn 1,44 motsvarar en ökning med 44%.

3542 a) Omkretsen = 10 cm

b) Ny omkrets = 8 cm

c) 20%

d)

Omkrets	Ny omkrets	Minskning
$4 \cdot 10 = 40$	$4 \cdot 8 = 32$	20%
$4 \cdot 50 = 200$	$4 \cdot 40 = 160$	20%

Kvadratens omkrets blir 20% mindre när sidans längd minskar med 20%.

e) $\text{Omkrets} = 4 \cdot s = 4s$

$$\text{Ny omkrets} = 4 \cdot 0,8 \cdot s = 0,8 \cdot 4s$$

Förändringsfaktorn 0,8 motsvarar en minskning med 20%.

3544 • T ex: $5 + 6 + 7 = 18$ och

$$3 \cdot 6 = 18$$

$$20 + 21 + 22 = 63 \text{ och}$$

$$3 \cdot 21 = 63$$

- Summan och produkten blir densamma.

$$\text{Summan} =$$

$$= x + (x+1) + (x+2) =$$

$$= 3x + 3$$

$$\text{Produkten} =$$

$$= 3(x+1) = 3x + 3$$

- T ex: $10 + 12 + 14 = 36$ och

$$3 \cdot 12 = 36$$

$$5 + 10 + 15 = 30 \text{ och}$$

$$3 \cdot 10 = 30$$

- Summan och produkten blir densamma.

$$\text{Summan} =$$

$$= x + (x+n) + (x+2n) =$$

$$= 3x + 3n$$

$$\text{Produkten} = 3(x+n) =$$

$$= 3x + 3n$$

- 3543** a) T ex: inköpspris = 1 500 kr
En ökning med 150% ger
värdet 3 750 kr.
En minskning med 60% ger
värdet 1 500 kr.

b) $x \cdot 2,5 \cdot 0,4 = x \cdot 1$

Den totala förändringsfaktorn är 1, dvs värdet är oförändrat.

3545 •

<i>Sida (S)</i>	<i>Blå (B)</i>	<i>Röda (R)</i>
3	8	1
4	12	4
5	16	9
6	20	16
7	24	25

- T ex:

Antalet blå blommor ökar med 4 vid varje ökning av sidans längd.

Antalet röda blommor bildar en kvadrat med två blommor mindre än sidans längd.

- $B = 2S + 2(S - 2)$ eller

$$B = 4S - 4$$

$$R = (S - 2) \cdot (S - 2) \text{ eller}$$

$$R = (S - 2)^2$$

Algebra-ord att plugga in som glosor

• algebra • variabel • uttryck • förenkla • uttryckets värde • ekvation • HL (höger led) • VL (vänster led) • lösning/rot • inspektionsmetoden • prövning • allmän metod • x-term • Origo • kvadrater • kvadratrötter • rötter • potensekvation	• formel • lösa ut • olikheter • Symboler: öppen ring, fylld ring, • $>, <, \leq, \geq, \rightarrow, \leftrightarrow$ • Ej lika $\neq$ • Likhetssymboler $=, \approx$ • multiplicera in • faktorisera • bryta ut Tänk på hur du redovisar *Enskilt numeriskt exempel *Samband med fler exempel *Bevis av sambandet (generell metod= algebraisk metod)
---	---

Centralt innehåll kursplan

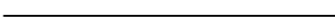
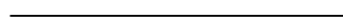
- Hantering av algebraiska uttryck och för karaktärsämnena relevanta formler.
- Begreppet linjär olikhet.
- Algebraiska och grafiska metoder för att lösa linjära ekvationer och olikheter samt potensekvationer.

Geometri

Grundläggande geometri

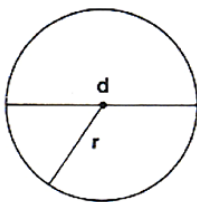
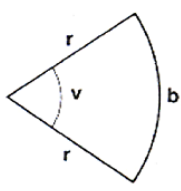
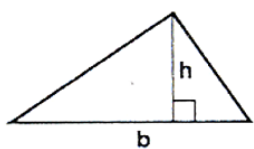
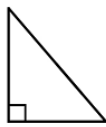
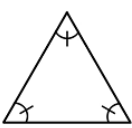
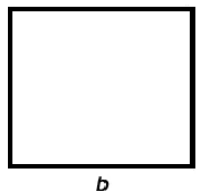
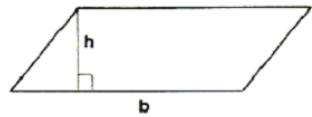
1 dimension = längd = **omkrets** = längdenheter, l.e

mm-cm-dm-m-dam-hm-km

KURVA ELLER KRÖKT LINJE 	LINJE 	LINJE 
---	--	--

2 dimensioner = yta = **area** = längdenheter i kvadrat = (längdenhet)²=a.e

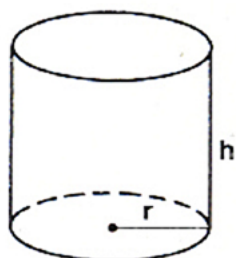
mm²- cm²- dm²- m²- dam²- hm²- km²

CIRKEL  <i>cirkel</i> $area = \pi r^2$ $omkrets = \pi d = 2\pi r$ <i>cirkel med dubbel radie</i> $area = \pi(2r)^2 = 2^2 \pi r^2 = 4\pi r^2$ $omkrets = \pi(2d) = 2\pi(2r) = 2\pi d = 4\pi r$ CIRKELSEKTOR 	TRIANGEL  $area = \frac{b \cdot h}{2}$ RÄTVINKLIG TRIANGEL  LIKSIDIG TRIANGEL  LIK BENT TRIANGEL	REKTANGEL  $area = b \cdot l$ KVADRAT  $b = l$ PARALLELLOGRAM  $area = b \cdot h$ En romb är ett parallelogram där alla sidor är lika långa. PARALLELTRAPETS
--	--	---

3 dimensioner = kropp = volym = längdenheter i kubik = (längdenheter)³ = v.e

mm³ - - cm³ - - dm³ - - m³ - - dam³ - - hm³ - - km³

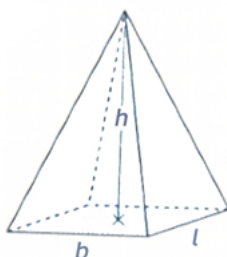
CYLINDER



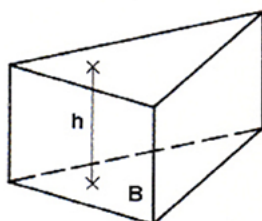
$$Volym = \pi r^2 \cdot h$$

$$Mantelarea = 2\pi r h$$

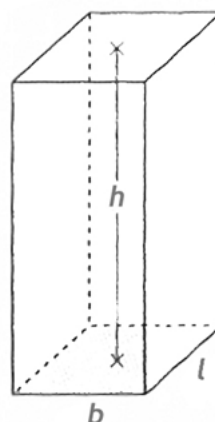
PYRAMID



PRISMA

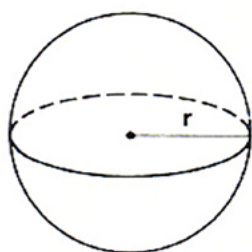


RÄTBLOCK



$$Volym = b \cdot l \cdot h = \text{bredden} \cdot \text{längen} \cdot \text{höjden}$$

KLOT



klot

$$volym = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$yta \text{ eller } area = 4\pi r^2$$

$$omkrets = 2\pi r$$

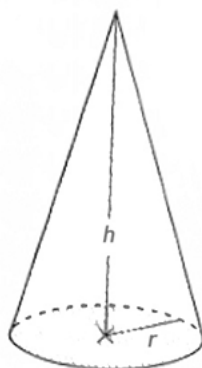
klot med dubbel radie

$$volym = \frac{4\pi(2r)^3}{3} = \frac{2^3 \cdot 4\pi r^3}{3} = \frac{8 \cdot 4\pi r^3}{3} = \frac{32\pi r^3}{3}$$

$$yta \text{ eller } area = 4\pi(2r)^2 = 2^2 \cdot 4\pi r^2 = 16\pi r^2$$

$$omkrets = 2\pi(2r) = 2 \cdot 2\pi r = 4\pi r$$

KON



kon

$$volym = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

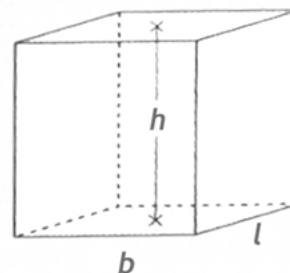
$$mantelarea = \pi r s$$

kon med dubbla längder

$$volym = \frac{\pi(2r)^2(2h)}{3} = \frac{2^2 \cdot 2\pi r^2 h}{3} = \frac{2^3 \pi r^2 h}{3} = \frac{8\pi r^2 h}{3}$$

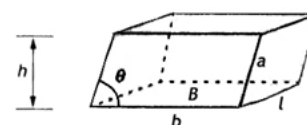
$$mantelarea = \pi(2r)(2s) = 4\pi r s$$

KUB



$$\begin{aligned} volym &= 1m \cdot 1m \cdot 1m = 1^3 \cdot m^3 = 1m^3 = \\ &= 10dm \cdot 10dm \cdot 10dm = 10^3 \cdot dm^3 = 1000dm^3 = \\ &= 100cm \cdot 100cm \cdot 100cm = 100^3 \cdot cm^3 = 1000000cm^3 \end{aligned}$$

PARALLELEPIPED



Geometri och algebra

Pythagoras

Pythagoras sats anger sambandet mellan sidorna i en rätvinklig triangel och kan formuleras som: **Kvadraten på hypotenusan är lika med summan av kvadraterna på kateterna.**
Pythagoras sats ger alltid upphov till den vanligaste potensekvationen.

Hypotenusan är den längsta sidan i en rätvinklig triangel och är den motstående sidan till den räta vinkeln. Kateter är benämningen på de två övriga sidorna vilka bildar den räta vinkeln.

Pythagoras sats är den allra vanligaste formen av potensekvation och med algebra kan Pythagoras sats formuleras som

$$c^2 = a^2 + b^2$$

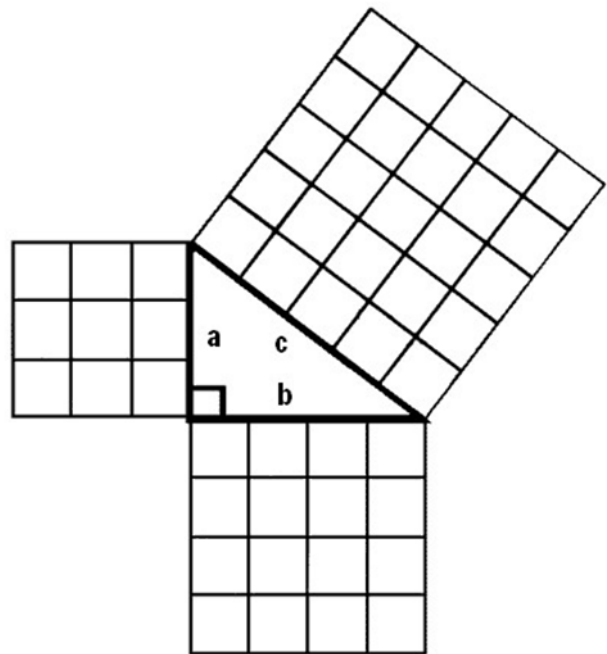
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

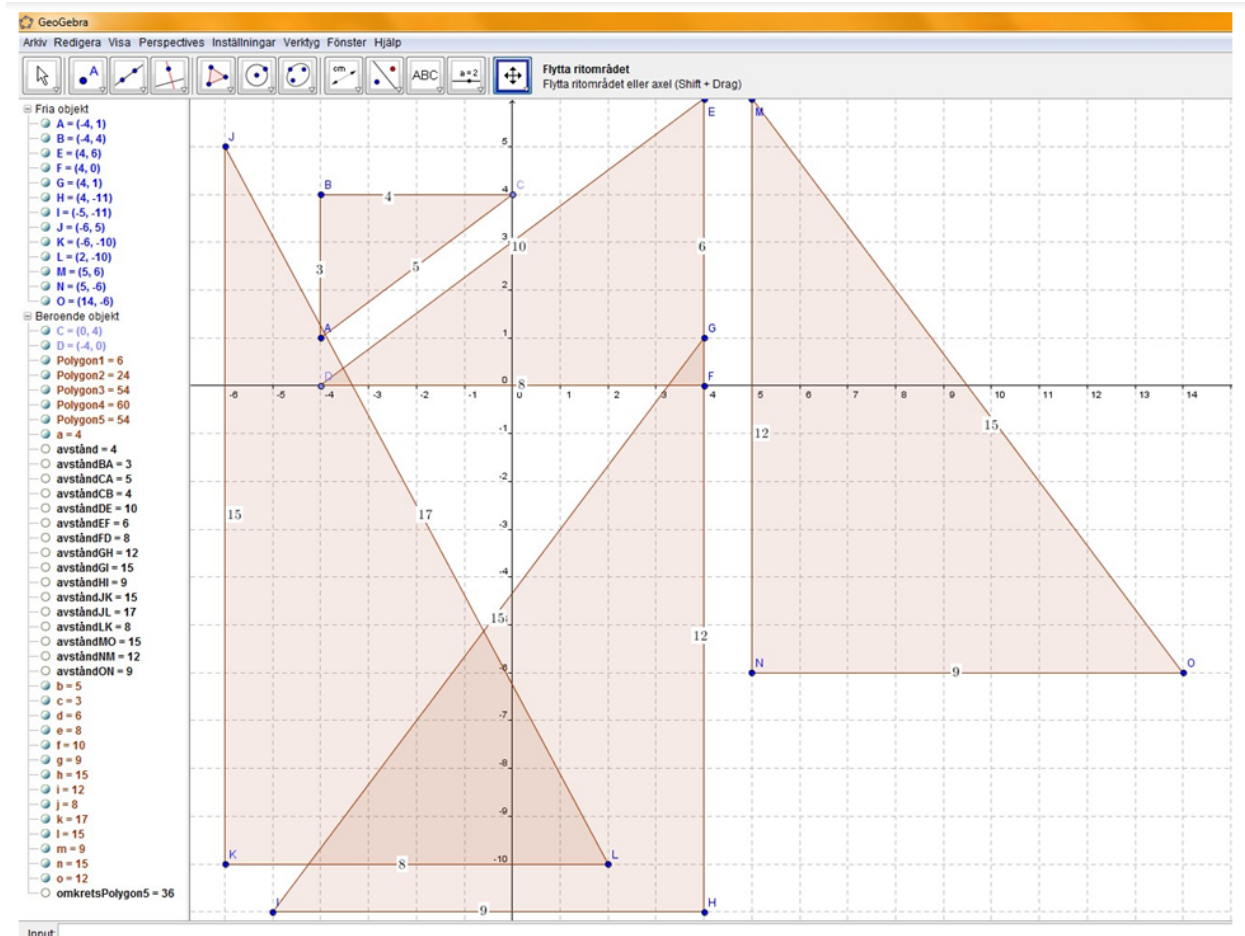
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

om, och endast om, triangeln är rätvinklig.

Låt symbolerna a, b och c beteckna längderna hos de tre sidorna i en triangel, varav c är den längsta.



Pythagorassats kan förstås användas på alla typer av längder men nedan är några pythagorieiska taltriplar vilket innebär att alla sidor är hela tal och ej decimaltal. De rätvinkliga triangelarna är ritade i programmet Geogebra som är ett gratisprogram.



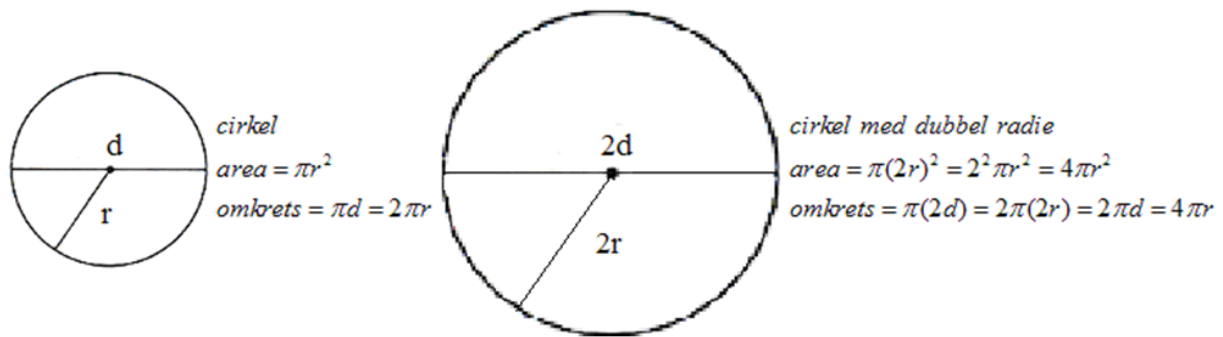
Likformighet och symmetri

Skala

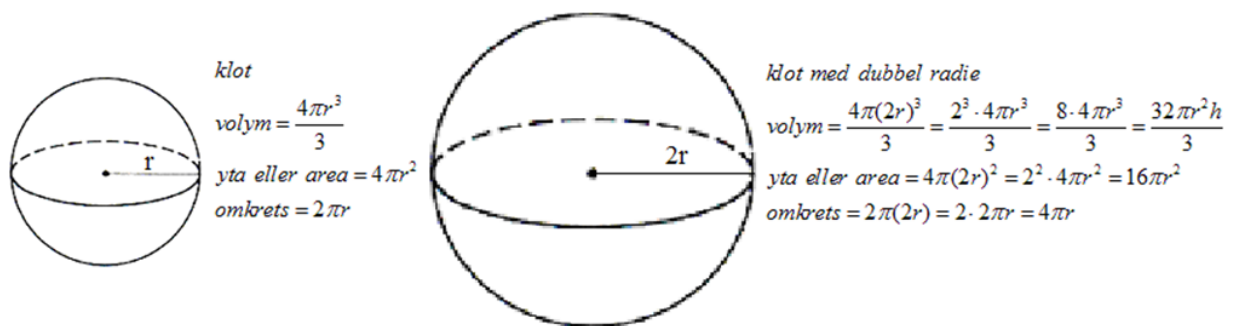
$$\text{skala} = \frac{\text{längd i bild, } a}{\text{längd i verkligheten, } b}$$

Om skalan är >1 så är bilden en förstoring
Om skalan är <1 så är bilden en förminskning

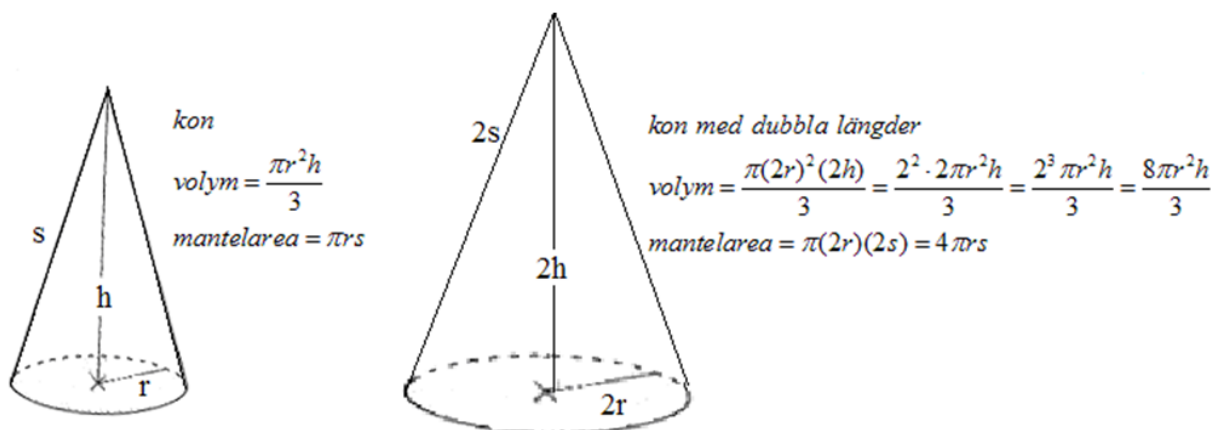
Anta att vi har en cirkel där vi dubblar radiens längd, då blir omkretsen dubbelt så stor men arean blir 4 gånger så stor. Detta beror på att längden inte är proportionell med arean, däremot är längden i kvadrat proportionell mot arean.



Tar vi ett klot ser vi förstås på samma sätt att omkretsen blir dubbelt så stor då vi dubblar radien och arean blir 4 gånger så stor, dessutom ser vi att volymen blir 8 gånger så stor. Längden i kvadrat är alltså proportionell mot arean och längden upphöjt i tre är proportionell mot volymen.



Dessa samband gäller för samtliga geometriska figurer oberoende deras form.



Detta är bra att komma ihåg då man arbetar med skala

$$\text{skala} = \frac{\text{längd i bild, } a}{\text{längd i verkligheten, } b}$$

$$\text{om längdskalan} = \frac{a}{b}$$

$$\text{så är areaskalan} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

$$\text{och volymskalan} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$$

Likformighet

Procenträkning, skala, sannolikhet kan ofta lösas enklast med hjälp av samma tänk som man har då man jobbar med likformighet, vilket jag snart skall visa. Tycker man att det är svårt att ställa upp diverse problem som en ekvation så kan man använda denna triangel vilken fungerar som en liten lathund för procenträkning, skala, sannolikhet. Du kan alltid få det sökta genom att hålla för den ruta som är det värde som du söker.



Från skala till likformighet

Att räkna och lösa problem blir dock mycket enklare då du lärt dig ställa upp enkla ekvationer. Enklaste approach att använda sig av samma metod som man använder då man jobbar med likformighet vilket många använder då de jobbar med geometri.

Låt mig här visa på tänkets styrka så kommer du att kunna lösa alla typer av problem med detta tänk. Historiskt så kallas detta sätt också reguladetri eller "regeln om tre". Med det menar man att om man känner tre värden så hittar du lätt det fjärde värdet.

Titta på dessa figurer som du kan se är ritade i skala 2:1 d v s den andra figuren är 2 ggr större än den första. Man skulle också kunna säga att den är ritad i skala 1:2 men då menar man att den första figuren är hälften så stor som den andra figuren. Dessa figurer är helt likformiga.

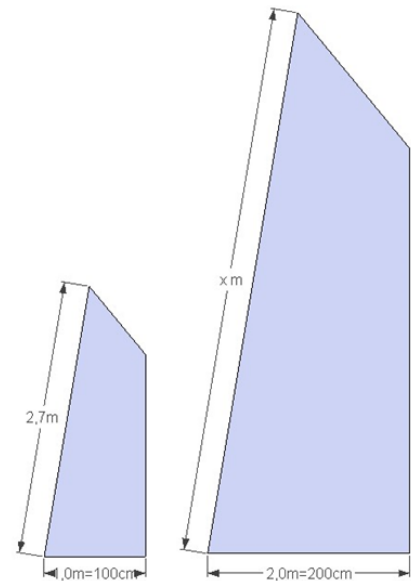
Vi vet att den längsta sidan i den lilla fyrhörningen är 2,7 meter men vi vill veta den längsta sidans längd i den stora fyrhörningen. Du ställer bara upp en enkel ekvation med de likformiga sidorna i figuren som två kvoter.

$$\frac{x}{2,7} = \frac{2}{1} \text{ d v s}$$

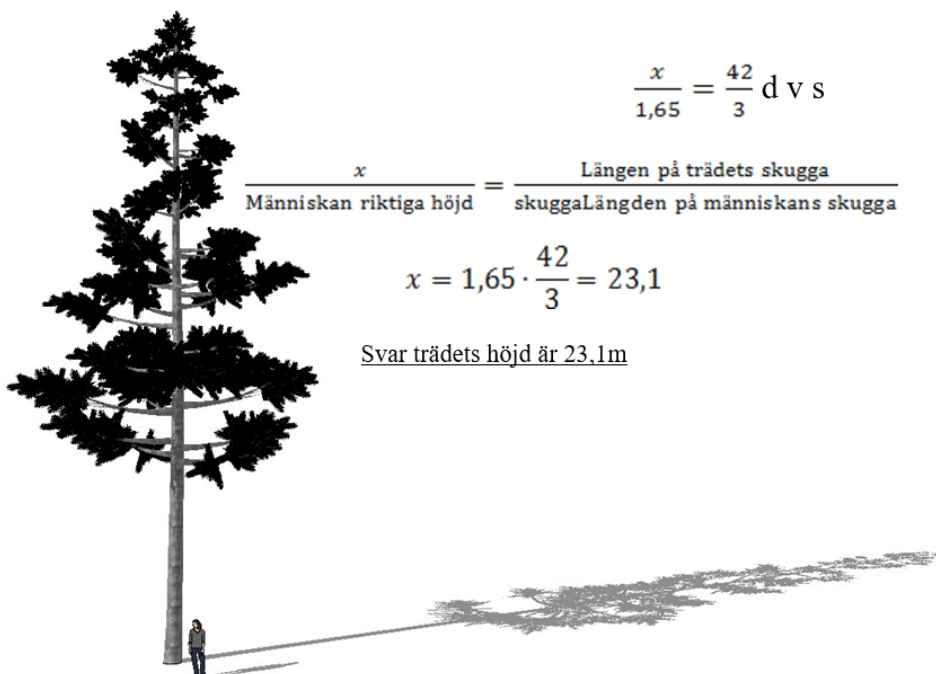
$$\frac{x}{\text{Lilla fyrhörningens långa sida}} = \frac{\text{Stora fyrhörningens korta sida}}{\text{Lilla fyrhörningens korta sida}}$$

$$x = 2,7 \cdot \frac{2}{1} = 2,7 \cdot 2 = 5,4$$

Svar x=5,4m



En skugga ger upphov till likformiga figurer. Anta att människan är 1,65m och ger en skugga på 3m. Du vill veta trädets höjd men vill inte klättra upp för att mäta det. Med hjälp av likformighet så fixar du lätt att beräkna trädets höjd genom att mäta dess skugga som är 42m.



$$\frac{x}{1,65} = \frac{42}{3} \text{ d v s}$$

$$\frac{x}{\text{Människan riktiga höjd}} = \frac{\text{Längen på trädets skugga}}{\text{skuggaLängden på människans skugga}}$$

$$x = 1,65 \cdot \frac{42}{3} = 23,1$$

Svar trädets höjd är 23,1m

Reguladetri är det historiska namnet på det jag kallar likformighetstänk

3 äpplen kostar

Med ett liknande tänk så kan du faktiskt lösa alla tänkbara problem. Anta att 3 äpplen kostar 4,50 kr. Vad kostar 5 äpplen?

$$\frac{x}{4,50} = \frac{5}{3}$$

$$x = 4,5 \cdot \frac{5}{3} = 7,50$$

Svar 5 äpplen kostar 7,50kr

Det är detta som kallas reguladetri eller "regeln om tre". Om man känner tre värden så hittar du lätt det fjärde värdet. PROPORTIONSLÄRA, FÖRHÅLLANDE eller ska vi helt enkelt kalla det likformighetstänk?

Den som förstår vad den gör kan lösa allehanda problem utan chanstagningar, ekvationer eller formler. Utan att kanske ha hört ordet proportionalitet har de flesta elever löst problem av den typen ända ifrån åtminstone sjätte klass.

I sjätte klass löste man problem, ofta i tre steg

1. Ställ upp sambandet enligt förutsättningarna i uppgiften.
2. Tag reda på vad detta samband ger för en "enhet"
3. Ange sambandet för det som ska beräknas och gör beräkningen

Här har jag lagt enheten som söks i frågan till höger, i detta fall vill man ha svaret i enheten, kr.

Ex. Tre äpplen kostar 3,75kr. Hur mycket kostar fem äpplen?

1. 3 äpplen 3,75 kr

Första steget anger det man känner till från början.

2. 1 äpple $\frac{3,75 \text{ kr}}{3} = \frac{5\text{kr}}{4}$

Steg två anger vad ett äpple kostar. Det är för många lätt att inse att det motsvarar en tredjedel av vad tre äpplen kostar men vi kan också tänka att vi delar båda våra uttryck med 3 eftersom $3/3=1$. Detta steg behöver aldrig räknas ut, istället kan man bära med sig hela uttrycket

3. 5 äpplen $\frac{3,75 \text{ kr}}{3} \cdot 5 = \frac{3,75 \cdot 5 \text{ kr}}{3} = 6,25 \text{ kr}$ **Svar** fem äpplen kostar 6,25 kr

Steg tre ger det fullständiga uttrycket vilket man räknar ut med miniräknaren. Att man i det här steget multiplicerar med fem kan man lätt förstå eftersom fem äpplen kostar fem gånger mer än ett äpple. Man kan också tänka sig att man multiplicerar båda våra uttryck med fem eftersom $5 \cdot 1 = 5$. Det enda vi måste känna till här för att ingenting ska slås in fel på miniräknaren är att vid multiplikation med ett bråk och ett heltal så gäller att heltalet multipliceras med bråkets täljare.

Ex. $3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$

kvot $= \frac{\text{täljare}}{\text{nämnare}}$

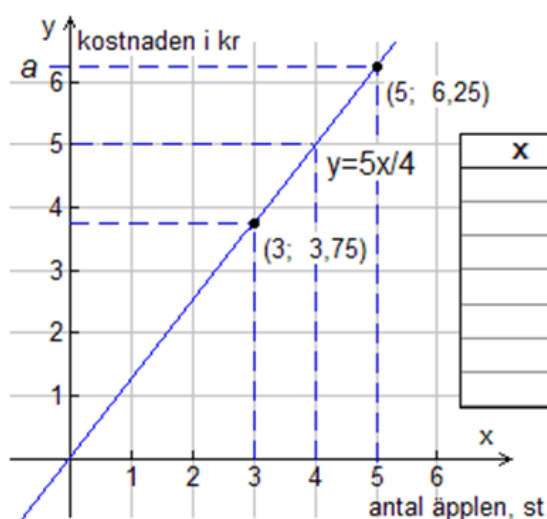
Innan man lämnar in sitt svar bör man göra en rimlighetsbedömning av svaret. Är det rimligt att fem äpplen kostar 6,25 kr. Det första vi kan fundera över är förstås om fem äpplen kostar mer eller mindre än tre äpplen. Vi bör inse att fem äpplen kostar mer än tre äpplen, så vårt svar är åtminstone inte helt felräknat.

Hur mycket mer än tre äpplen kostar fem äpplen? Det kan vara lätt att lura sig att fem äpplen skulle kosta två gånger mer än tre äpplen men tar vi två gånger tre äpplen så får vi sex äpplen. Sex äpplen kostar $3,75 \cdot 2 = 7,5 \text{ kr}$, nu har vi ringat in vårt svar. Vi vet att fem äpplen kostar mer än 3,75 kr och mindre än 7,5 kr. Vårt svar verkar korrekt.

Jag har också sett att en del elever tänker att om 3 äpplen kostar 3,75 kr så kostar 6 dubbelt så mycket alltså 7,5 kr. Då kan man ju dra bort kostnaden för 1 äpple från kostnaden av 6 äpplen för att få kostnaden för 5 äpplen. Detta är jätte smart men även här måste vi då räkna ut kostnaden för ett äpple som är $3,75\text{kr}/3=1,25\text{kr}$. Kostnaden för 5 äpplen blir alltså $7,5\text{kr} - 1,25\text{kr} = 6,25 \text{ kr}$. Vårt redan tidigare beräknade svar är alltså definitivt korrekt.

Det ovanstående sättet att lösa problem kallas reguladetri "regeln om tre". Om du känner tre värden så hittar du lätt det fjärde värdet. I skolan i dag går man ofta igenom ett nytt moment varje ny lektion i matematik men jag tror inte att man nog påpekar att vi egentligen håller på med samma typer av frågor och att även om metoderna ser olika ut så bygger de egentligen på en enda sak. *Hur förhåller sig komponenterna till varandra?*

I nionde klass kan man även lösa proportionalitetsproblem om man får dem ritad som en graf eller genom att man själv ritar grafen utifrån en värdetabell. Om grafen beskriver en direkt proportionalitet kommer grafen att vara en rät linje genom origo.



5/4 är linjens lutning och beskriver med vilken hastighet kostnaden ökar per äpple jag köper.

Linjens lutning $5/4 = 1,25$ talar om vad äpplena kostar per st.

Lutningen på linjen kan alltid

räknas ut som $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{6,25 - 3,75}{5 - 3} = \frac{2,5}{2} = \frac{5}{4}$. Vitsen

med att använda sig av "förhållande-ekvationer" är dock att slippa räkna ut k .

Om man vill veta om en värdetabell beskriver en direkt proportionalitet kan man undersöka om kvoten $\frac{y_n}{x_n}$ blir samma för alla värdepar eller om grafen är en rät linje genom origo. Alla problem av den här typen kan vi lösa med hjälp av vad vi kan kalla "proportionalitetsekvationer". Om vi vill sätta upp ovanstående problem som en ekvation i stället för att läsa ut svaret i koordinatsystemet eller genom att använda oss av värdetabellen sätter man upp ekvationen $\frac{3,75kr}{3st} = \frac{a\ kr}{5\ st}$ och löser den. Förslag på lösning, där jag väljer att faktorisera talen i stället för att söka den gemensamma faktorn att dela täljare och nämnare med. Denna metod är enklare eftersom den gemensamma faktorn ibland kan vara svår att hitta.

$a\ kr = \frac{3,75\ kr \cdot 5st}{3\ st} = \frac{125 \cdot 3 \cdot 5kr}{3 \cdot 100} = \frac{25 \cdot 5 \cdot 5kr}{4 \cdot 25} = \frac{25kr}{4} = 6,25kr$ Grrr, egentligen ska enheterna aldrig skrivas kursivt men dagens enkla matematikverktyg ger mig inte möjlighet att skriva annat än kursiv text.

"Proportionalitetsekvationer" eller "förhållande-ekvationer" är en räknemetod som anger hur man från att känna tre av fyra tal a , b , c och d vilka uppfyller villkoret $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bestämmer det

fjärde. Det vi måste beakta är om problemet verkligen beskriver en proportionalitet, det andra sättet att titta på samma problemställning är med hjälp av hur enheterna förhåller sig till varandra. Med förhållandet mellan två tal menas talens kvot t ex $5 : 4 = 5/4$. Trots att man framgångsrikt kan lösa problem med hjälp av förhållande ekvationer tas dessa ekvationer inte upp förrän man börjar diskutera likformighet i gymnasiets A-kurs. "Förhållande-ekvationer" och "proportionalitetsekvationer" är exakt samma sorts ekvationer och löser exakt samma problem. I "förhållande-ekvationer" tittar man dock på hur variablerna av samma sort förhåller sig till varandra, $\frac{a \text{ kr}}{3.75} = \frac{5 \text{ st}}{3 \text{ st}}$, här har jag istället satt kr till kr och st till st vilket ger samma resultat då jag löser ut . Det senaste sättet att sätta upp ekvationen hade passat de gamla grekerna bättre. Vilken metod känns mest naturlig för dig?

Följande samband kan vara bra att känna till;

Invertering om $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ så är $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

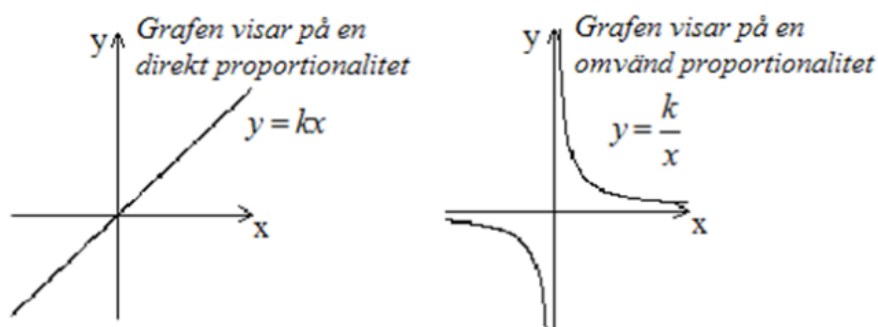
Alternering om $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ så är $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Sammansättning om $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ så är $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

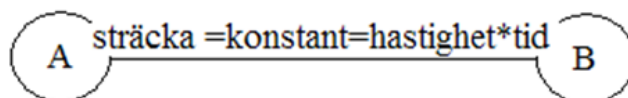
En direkt proportionalitet, där y och x är variabler, är ett samband av typen $y = kx$, man säger att y är proportionell mot x och k kallas för proportionalitetskonstanten. k anger alltså hur y beror av x och kan kännas i gen som den lutning linjen har. k är alltså en konstant som är densamma

oberoende av vilket talpar vi tar kvoten av: $k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n}$

En omväänd proportionalitet där, y och x är variabler, är ett samband där $y = \frac{k}{x}$ man säger att y är omvänt proportionell mot x men k är fortfarande en proportionalitetskonstant även om k nu är konstant oberoende av vilket talpar vi tar produkten av: $k = y_1 \cdot x_1 = y_2 \cdot x_2 = \dots = y_n \cdot x_n$



Vi kan också med samma tänk lösa problem där vi har med en omväänd proportionalitet att göra. Anta att du kör från A till B på 1 timme och 50 minuter med hastigheten 45 km/h. Hur lång tid skulle det ta om vi åkte med hastigheten 55 km/h?



Denna ekvation skulle vi kunna ställa upp som, konstant, $k = v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$. Om vi uttrycker tiden

och hastigheten i minuter respektive min/h får vi $\frac{45}{60} \cdot 110 = \frac{55}{60} \cdot x$, vi löser ut x och får då

$$x = \frac{45 \cdot 110}{55} = \frac{45 \cdot 2 \cdot 55}{55} = 90 \text{ min} = 1 \text{ h och } 30 \text{ min} \quad \textbf{Svar} \quad x = 1 \text{ h och } 30 \text{ min}.$$

Symmetri

Det kommer mer om symmetri men denna länk får duga så länge

<https://www.geogebra.org/m/j6TkFyA4#material/zjvfYWP>

Geometri-ord att plugga in som glosor

• omkrets • area • polygon • triangel • parallelogram • rektangel • i kvadrat • i kubik • romb • parallelltrapets • cirkel • talet π • rätblock • cylinder • prisma • kon • pyramid • klot	• begränsningsarea • vinkel • rak vinkel • rät vinkel • spetsig vinkel • trubbig vinkel • rätvinklig triangel • likbent triangel • liksidig triangel • vinkelsumma • sats • bevis • implikationspil $\rightarrow$ eller $\leftarrow$ • ekvivalenspil $\leftrightarrow$	• pythagoras sats • hypotenus • katet • likformighet • skala • (Det gyllene snittet) • spegling • linjesymmetri • symmetrilinje • rotationssymmetri • (tesselering)
--	--	---

Centralt innehåll kursplan

- Begreppet symmetri och olika typer av symmetriska transformationer av figurer i planet samt symmetriens förekomst i naturen och i konst från olika kulturer.
- Representationer av geometriska objekt och symmetrier med ord, praktiska konstruktioner och estetiska uttryckssätt.
- Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga sammanhang och inom olika ämnesområden.
- Illustration av begreppen definition, sats och bevis, till exempel med Pythagoras sats och triangelns vinkelsumma.
- Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
- Matematiska problem av betydelse för privatekonomi, samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen
- Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

Statistik

Statistik är inget annat än insamling, beskrivning och tolkning av data som ska presenteras på bästa sätt.

Ordet statistik har med stat att göra och det handlar om att samla in, ordna och presentera fakta på ett ändamålsenligt sätt och ändamålet är i allmänhet att vara underlag för beslut och ställningstaganden. Varje minsta del av ett insamlat material (ett svar vid en enkät eller en mätning) kallas en observation. Varje nytt svar eller ny mätning (även om svaret eller mätvärdet är samma som fått tidigare) är en ny observation. Flera observationer kan alltså ha samma observationsvärde. Antalet observationer med ett och samma observationsvärde kallas frekvensen för detta observationsvärde. Om materialet är klassindelad, kan frekvensen också avse antalet observationer i en och samma klass. Relativa frekvensen är frekvensen dividerad med totala antalet observationer i hela materialet.

Lägesmått

Ett lägesmått anger med ett tal ungefär hur stort värde observationerna i ett statistiskt material har. Lägesmättet kan ibland användas som något slags "normal" representant för alla observationerna - ett normalläge då det gäller alla observationernas värden. Vi talar om tre olika lägesmått: Medelvärde, median och typvärde. De tas fram på följande sätt;

Medelvärde

$$\text{Medelvärde} = \frac{\text{Summan av alla observationer}}{\text{antalet observationer}}$$

Från det statistiska materialet: 2 5 5 6 8 9 9, fås medelvärdet

$$\text{medelvärde} = \frac{2+5+5+6+8+9+9}{7} = \frac{44}{7} \approx 6,3$$

Från det statistiska materialet: -9 -2 0 2 4 5 9 13, fås medelvärdet

$$\text{medelvärde} = \frac{-9-2+0+2+4+5+9+13}{8} = \frac{22}{8} \approx 2,8$$

Medianen

Medianen väljs i princip så att hälften av observationerna har ett mindre värde och hälften av observationerna har ett större värde. I praktiken gör man så att om antalet observationer är udda så väljer man till median den av observationerna som gör att de övriga observationerna uppfyller villkoret ovan och om antalet observationer är jämnt så väljer man till median ett tal som ligger mitt emellan den största av observationerna i den hälft som har de lägre värdena och den minsta av observationerna i den hälft som har de högre värdena. Glöm inte att ordna observationerna i **storleksordning**.

Udda antal observationer

Från det statistiska materialet: 2 5 5 6 8 9 9, fås medianen 6

Jämnt antal observationer

Från det statistiska materialet: -9 -2 0 2 4 5 9 13, fås medianen $\frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$
d v s medelvärdet av de två mittersta observationerna.

Typvärde

Om något observationsvärde förekommer oftare än något annat, så kallas detta värde typvärde.
Ibland finns inget typvärde - ibland finns mer än ett.

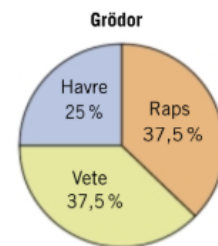
Från det statistiska materialet: 2 5 5 6 8 9 9, fås typvärdena 5 och 9

I det statistiska materialet: -9 -2 0 2 4 5 9 13, saknas typvärde

Diagram

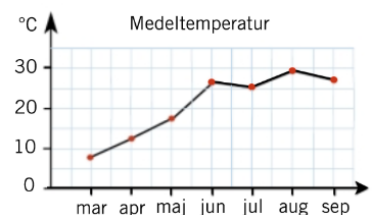
Cirkeldiagram

Cirkeldiagram används ofta för att illustrera storleksförhållandet mellan andelar. De olika andelarna representeras som olika stora cirkelsektorer.



Linjediagram

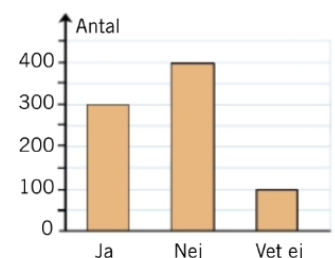
Linjediagram, används för att illustrera förändringar över en tidsperiod.
Om y-axeln i ett linjediagram är avbruten skall detta markeras tydligt, t ex genom att axeln veckas. Tidsaxeln x saknar egentlig nollpunkt och behöver inte veckas.



Stapeldiagram

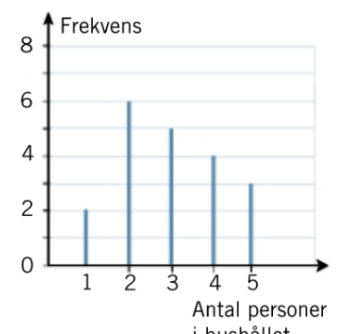
Stapeldiagram, används för att jämföra olika företeelser.

Stapeldiagrammet har vanligen endast en graderad axel. I ett stapeldiagram skall den graderade axeln alltid börja på noll. Veckad axel får inte förekomma. Det ska vara lika breda staplar som ofta anger, sort, art, namn mm.



Stolpdiagram

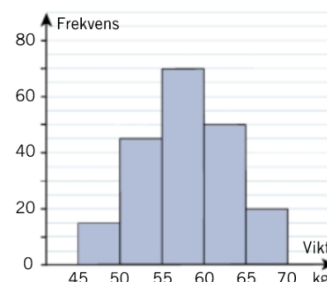
Stolpdiagram, utifrån en frekvenstabell kan statistisk informationen åskådliggöras i ett s.k. stolpdiagram. Ett sådant diagram används ofta när



observationerna består av tal. Längs en horisontell axel placeras observationerna och längs en vertikal axel anges frekvensen, dvs. antalet observationer. För varje typ av observation ritas sedan ett vertikalt tjockt streck, dvs. en "stolpe" i diagrammet. Ett stolpdiagram kan även användas för att visa den relativa frekvensen.

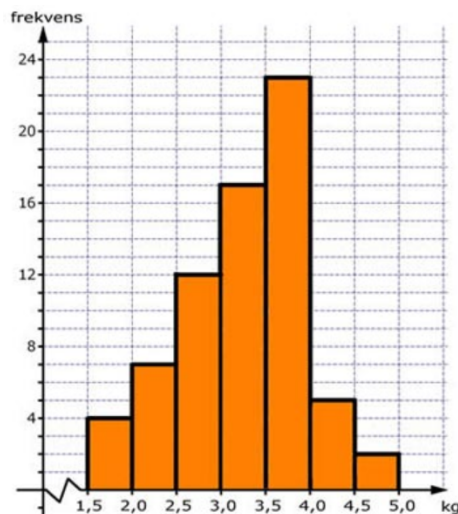
Histogram

Histogram, för ett statistiskt material med många olika observationer av tal kan det vara meningsfullt att klassindela, dvs. gruppera, observationerna innan ett diagram ritas. Dessa grupperingar kallas klasser och diagramtypen som då används kallas histogram. Det intervall som väljs för varje klass kallas klassbredd. Frekvensen för varje klass representeras av staplar. Till skillnad från stapeldiagram, ska staplarna här placeras intill varandra, utan mellanrum.



Ex. På en förlossningsavdelning föddes det under en vecka 70 barn. Deras vikter i gram var: 3600, 1670, 2120, 2910, 3450, 3190, 2940, 4330, 3800, 3900, 3320, 2340, 1990, 3670, 2710, 4420, 3990, 3540, 3620, 2510, 2090, 3310, 3040, 3530, 2230, 2640, 2640, 3960, 3460, 3860, 2230, 1890, 3650, 2470, 3250, 3060, 3510, 3810, 3480, 3490, 3770, 4670, 3440, 2650, 1770, 3270, 3550, 3220, 2570, 3570, 3880, 3840, 3560, 2750, 3470, 3780, 3150, 3740, 2880, 4480, 3710, 3950, 2550, 2750, 4150, 4240, 3400, 3110, 2340, 4840. För att kunna visa denna information i ett histogram, görs till att börja med en klassindelning med klassbredden 500 g = 0,5 kg. Därefter räknas hur många barn som hör hemma i respektive klass. Observera att man måste bestämma sig till vilken klass varje gräns ska tillhöra. I nedanstående tabell hör exempelvis 2000 g hemma i intervallet 2000–2500, 2500 hör hemma i intervallet 2500–3000, osv.

Klass (gram)	Antal barn
0 vikt < 500	0
500 vikt < 1000	0
1000 vikt < 1500	0
1500 vikt < 2000	4
2000 vikt < 2500	7
2500 vikt < 3000	12
3000 vikt < 3500	17
3500 vikt < 4000	23
4000 vikt < 4500	5
4500 vikt < 5000	2



Observera att enheten kg används i histogrammet, precis som i bilden. Dessutom har den horisontella axeln veckats eftersom det inte finns några observationer i de tre första klasserna. Ändpunkterna i delintervallen (dvs. 1,5 kg, 2,0 kg, 2,5 kg, ...) kallas klassgränser. Mittpunkten i

varje delintervall (dvs. 1,75 kg, 2,25 kg, 2,75 kg, ...) kallas klassmitt. Detta är ett exempel från http://www.webbmatte.se/gym/arabiska/4/4_2_6sv.html men länkar härifrån kommer och går, de som finns är bra.

Ord att plugga för sannolikhet och statistik

• Slutförsök • Sannolikhet $0 \leq P(H) \leq 1$ • Händelse • Gynnsamma utfall • Möjliga utfall • Beroende och oberoende händelser • Komplementhändelse • Utfallsdiagram • Träddiagram	• Statistik • Frekvens • Relativ frekvens • Statistiska diagram; Stolpdiagram, stapeldiagram, linjediagram, cirkeldiagram, histogram • Lägesmått • Medelvärde • Median • Typvärde
---	--

Centralt innehåll kursplan

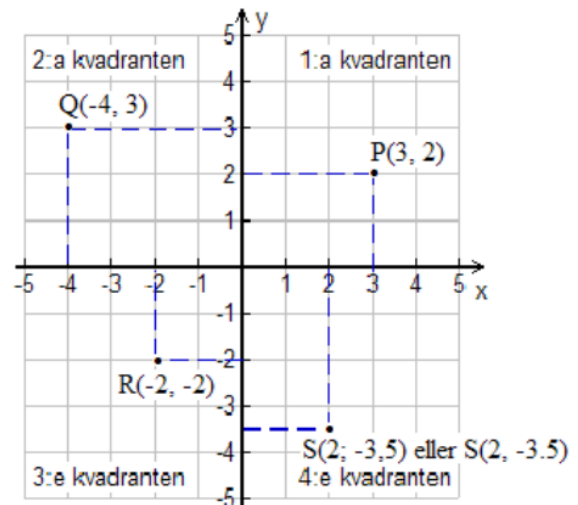
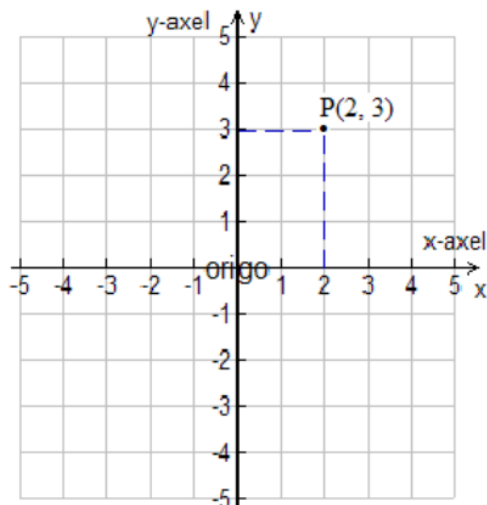
- Begreppen sannolikhet, relativ frekvens, beroende och oberoende händelser
- Metoder för beräkning av sannolikheter vid slutförsök i flera steg
- Granskning av hur statistiska metoder och resultat används i samhället och inom vetenskap

Funktioner

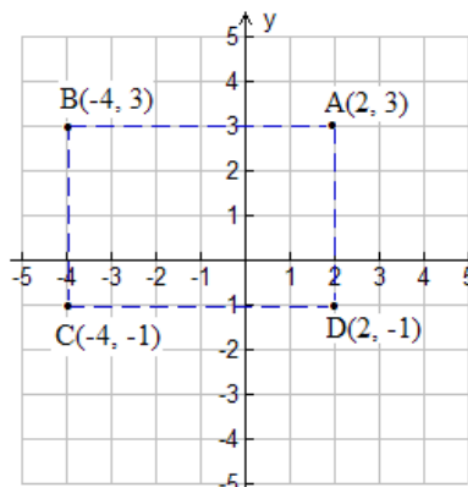
Koordinatsystem

Varje punkt, P, i ett koordinatsystem består av två koordinater, **(x, y)** Obs! ordningen med vilken koordinaterna skrivs är viktig.

Ett koordinatsystem utgörs av två tallinjer vilka kallas y-axel och x-axel. Om de skär varandra under räta vinklar har vi ett rätvinkligt koordinatsystem. De båda tallinjerna skär varandra i den punkt som svarar mot koordinaterna (0, 0), denna punkt kallas origo. I ett koordinatsystem delar koordinataxlarna planet i fyra kvadranter vilka numreras motsols med början i den kvadrant som bara har positiva koordinater.



Då man beräknar sträckor i ett koordinatsystem måste man vara noggrann med koordinaternas tecken.



Beräkna rektangelns omkrets

$$AB = x_A - x_B = 2 - (-4) = 2 + 4 = 6$$

$$BC = y_B - y_C = 3 - (-1) = 3 + 1 = 4$$

$$\text{Omkretsen} = 2AB + 2BC = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 12 + 8 = 20$$

Svar: Rektangeln ABCD har omkretsen 20 längdenheter = 20 l:e

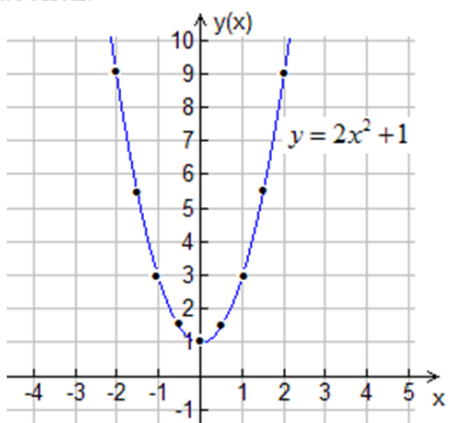
Grafer

Grafer är ett samlingsbegrepp för en mängd punkter utritade i ett diagram eller koordinatsystem. Den ovanstående rektangeln skulle på så sätt kunna utgöra en graf men det finns också många andra grafer så som de statistiska graferna o s v. En speciell typ av grafer kallas för funktioner vilket vi nu ska ge oss i kast med.

Funktioner är allt från grafer, formler eller värdetabeller

En funktion beskriver ett samband t ex "ju fler timmar du effektivt studerar matematik desto fler poäng får du på provet". Vi säger att y är en funktion av x eller som i ditt fall, antalet poäng på provet är en funktion av hur många timmar du effektivt studerar och förstår. En funktion kan beskrivas med hjälp av en värdetabell, med en graf eller med en formel.

EX: Anta att vi har följande funktion; Utryckt med formel $y = 2x^2 + 1$ eller $f(x) = 2(x)^2 + 1$

Utryckt med värdetabell		Utryckt med graf
x	$y = 2(x)^2 + 1$	Med hjälp av värdetabellen plottar man en graf och sammanbinder punkterna till i detta fall med en kurva. Då man märker att punkterna inte hamnar i en rät linje kan det vara bra att ta till några extra värden i värdetabellen. 
-2	$y = 2(-2)^2 + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$	
-1,5	$y = 2(-1,5)^2 + 1 = 2 \cdot 2,25 + 1 = 5,5$	
-1	$y = 2(-1)^2 + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$	
-0,5	$y = 2(-0,5)^2 + 1 = 2 \cdot 0,25 + 1 = 1,5$	
0	$y = 2(0)^2 + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$	
0,5	$y = 2(0,5)^2 + 1 = 2 \cdot 0,25 + 1 = 1,5$	
1	$y = 2(1)^2 + 1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$	
1,5	$y = 2(1,5)^2 + 1 = 2 \cdot 2,25 + 1 = 5,5$	
2	$y = 2(2)^2 + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$	

Vad gäller valen av x-koordinater är det du själv som väljer dessa. Nu valde jag strategiska värden men jobbar du med en linjär funktion så räcker det att välja endast två x-värden. Du kommer att lära dig att bli strategisk om du jobbar med värdetabeller. PS! Glöm aldrig denna fantastiska "funktion" på miniräknaren som kan leverera så många fler svar du förväntas svara på som bara finns där helt gratis utan att behöva ställa in graffönstret.:)

Med hjälp av värdetabellen plottar man en graf och sammanbinder punkterna till i detta fall med en kurva. Då man märker att punkterna inte hamnar i en rät linje kan det vara bra att ta till några extra värden i värdetabellen. OBS! Om du ser att punkterna inte ligger i en rät linje ska du aldrig dra raka streck mellan punkterna i grafen. Om punkterna ligger nästan som en rak linje så gör man en linjär regression, d v s en bästa tänkbar linje, mer om detta i kurs 2.

Linjära funktioner

Anta att vi har följande funktion; uttryckt med formel $y = 2x + 1$ eller $f(x) = 2(x) + 1$

Linjära funktioner uttrycks alltid på formen $y = kx + m$. I det ovanstående fallet kan **k** identifieras

som siffran 2 men **k** beskriver även lutningen på linjen $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{Ändringen i y-led}}{\text{Ändringen i x-led}}$

m är en konstant som talar om var linjen skär y-axeln, d v s där $x = 0$. De viktigaste funktionerna att förstå i kursen är de linjära funktionerna, framförallt de linjära funktioner som går **genom origo** och kallas för **proportionella funktioner**. Du skall också ha ett hum om vad en exponentiell funktion har för egenskaper men det kan du googla lite på. Du vet väl att universum expanderar exponentiellt? Du skall också så småningom ha koll på potensfunktionen. Just nu ska du bara ha koll på de olika sätten att representera en funktion.

Funktioner i formelsamlingen

FUNKTIONS- LÄRA

Linjär funktion

$y = kx + m$ om $y = kx$ är y proportionell mot x

Exponentialfunktion

$y = Ca^x$ där C och a är konstanter $a > 0$ och $a \neq 1$

Potensfunktion

$y = Cx^a$ där C och a är konstanter

Nu när du är expert på den linjära funktionen ska du lära dig att skilja på exponentialfunktionen och potensfunktionen, allt du behöver reflektera över är vart x är. I exponentialfunktionen är x i exponenten. I potensfunktionen är x i basen. Den mest intressanta funktionen av dessa är exponentialfunktionen som är lätt att lära sig förstå.

Exponentialfunktionen $y = f(x) = Ca^{(x)}$

$$y = f(x) = Ca^{(x)}$$

x är i exponenten

C är startvärdet, det du hade från början eller helt enkelt skärningen med y -axeln vilket alltid fås då $x = 0$

a är inget annat än förändringsfaktorn som du lärde dig så mycket om när du jobbade med procent. Nu ska du gå från förändringsfaktorn till procentuell förändring men det är ju lätt som en plätt.

I potensfunktionen är x i basen vilket gör att potensfunktioner inte är lika lätta att tolka då de alltid går genom origo. Däremot är det många exponentialproblem, typiska sådana är ränta-på-banken-problem som normalt beskrivs med exponentialfunktioner men som kan leda till potensfunktioner beroende på hur frågan ställs.

I kursen matematik 1, behöver du inte kunna lösa exponentialekvationer mer än i miniräknaren men du måste kunna lösa potensekvationer.

Definitionsmängd och värdemängd

Symbolen $f(x)=y$ är inget annat än ett förtydligande att y beror av x

Värdemängd; $<y< d v s$ mellan vilka värden y kan variera, titta på frågan eller tänk till själv om symolen $<$ eller $\leq$ ska användas. Det är långtifrån alltid som y är instängt i ett intervall så var uppmärksam.

Definitionsmängd $<x< d v s$ mellan vilka värden x kan variera, titta på frågan eller tänk till själv om symolen $<$ eller $\leq$ ska användas. Det är långtifrån alltid som x är instängt i ett intervall så var uppmärksam.

Ord att plugga om funktioner

• Koordinatsystem • Funktion • Formel • Värdetabell • Graf • Definitionsmängd $\langle x \rangle$ • Värdemängd $\langle y \rangle$	• Räta linjens funktion • Riktungskoefficient • Konstant • Proportionalitet • Exponentialfunktion • Potensfunktion
---	---

Centralt innehåll kursplan

- Begreppen funktion, definitions- och värdemängd.
- Egenskaper hos linjära funktioner, potens- och exponentialfunktioner.
- Grafiska metoder för att lösa linjära ekvationer, olikheter och potensekvationer.

Sammanfattningsvis borde jag nog leverera något nu men har du koll på allt här så är du ändå i hamn för både godkänt betyg och högre, åtminstone i kursen matematik 1b:)