

قسم : 3 ر المدة : 4 ساعات	امتحان الفصل الأول في مادة الرياضيات	
------------------------------	---	--

التمرين الأول : (3 نقاط)

- 1 (عین مجموعة الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: $8x - 5y = 3$. (E))
 2) ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p; q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $m = 8p + 1$
 و $m = 5q + 4$ ، بين أن الثنائية $(p; q)$ هي حل للمعادلة (E) ، واستنتج أن: $m \equiv 9[40]$.
 3) عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 1433 .

التمرين الثاني : (4 نقاط)

- n عدد طبيعي ، نضع : $\alpha_n = n^2 + n$, $\beta_n = n + 2$
 1) أ. تحقق أن : $n\beta_n - \alpha_n = n$
 ب. أثبت أن : $PGCD(\alpha_n, \beta_n) = PGCD(\beta_n, n)$
 ج. استنتج القيم الممكنة لـ $PGCD(\alpha_n, \beta_n)$
 2) a, b عددان طبيعيين يكتبان في نظام تعداد ذي الأساس n كما يلي : $a = \overline{3520}$, $b = \overline{384}$
 أ. بين أن العدد $3n + 2$ قاسم مشترك لـ a و b .
 ب. استنتج أن : $PGCD(a; b)$ هو: $3n + 2$ أو $2(3n + 2)$
 ج. عين α_n, β_n إذا علمت أن: $PGCD(a, b) = 41$

التمرين الثالث : (4 نقاط)

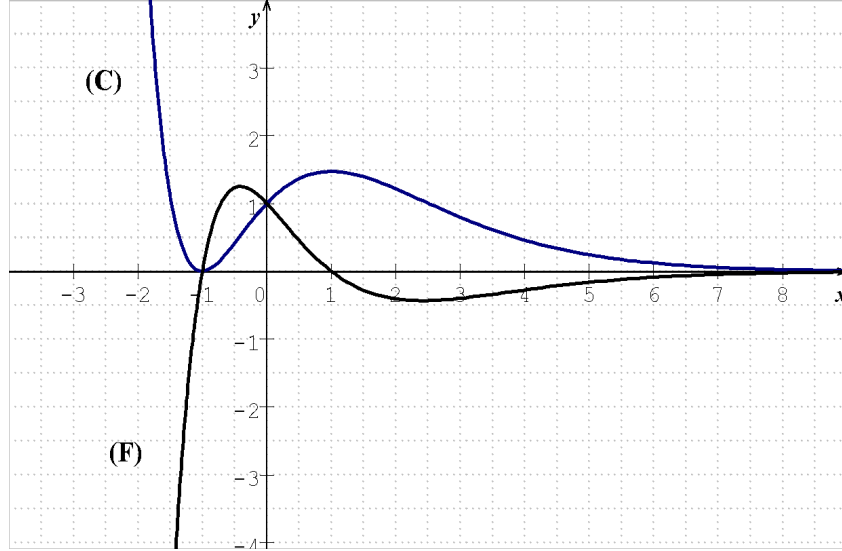
- 1-أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10 .
 ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $7^{1433} - 63 \times 9^{2011}$ على 10 .
 2-أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1)3^{2n+1}[10]$
 ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0[10]$

التمرين الرابع : (9 نقاط)

الجزء الأول : قراءة بيانية : ليكن في المستوي المنسوب إلى معلم ، المنحنيين (C) و (F) الممثلين لدالتين معرفتين و قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

نعلم أن إحدى هاتين الدالتين هي مشتقة الدالة الأخرى . نرمز بـ g و g' لهاتين الدالتين .
اعتمادا على الشكل أدناه ، الذي يعطي التمثيلين البيانيين للدالتين g و g' ، أجب على السؤالين التاليين :
(1) أرفق بكل من الدالتين g و g' تمثيلها البياني .

برر الإجابة بتشكيل جدول يتضمن على المجال $\left[-\frac{3}{2}; 5\right]$ إشارة $g'(x)$ و تغيرات g .



(2) ما هو معامل توجيه المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ؟
الجزء الثاني : حل معادلة تفاضلية : نعتبر المعادلتين التفاضليتين :

$$y' + y = 0 \dots (E') \quad \text{و} \quad y' + y = 2(x+1)e^{-x} \dots (E)$$

الهدف من هذا الجزء هو حل المعادلة (E) و تعيين حلول خاصة لها .

(1) بين أن الدالة φ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $\varphi(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ هي حل للمعادلة (E) .

(2) حل المعادلة (E') .

(3) بين أن : تكون الدالة u حلا للمعادلة (E') إذا و فقط إذا كانت الدالة : $\varphi + u$ حلا للمعادلة (E) .

(4) استنتج عبارة الحلول f للمعادلة (E) .

(5) علما أن الدالة g الواردة في الجزء الأول حل للمعادلة (E) ، عين $g(x)$ من أجل $x \in \mathbb{R}$.

(6) عين الحل h للمعادلة (E) التي تمثيلها البياني يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا أفقيا .

الجزء الثالث : دراسة دالة f و حل مقرب لمعادلة

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$.

نرمز بـ (Γ) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; i, j)$ وحدة الرسم 2 cm .

(1) عين نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

(2) عين الدالة المشتقة f' للدالة f و إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

- (3) عین معادلة لـ (D) المماس للمنحنى (Γ) عند النقطة ذات الفاصلة 1- .
- (4) أرسم المماس (D) ثم المنحنى (Γ) .
- (5) بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α .
- جد النتيجة بيانيا و أعط قيمة مقربة إلى 0,1 للعدد α .