

Lösning

Vindkraft Haliade

Tillförd effekt är rörelseenergin hos den vind som träffar rotorns sveparea per sekund:

$$P_{\text{vind}} = \frac{mv_R^2}{2 \cdot t} = \frac{\rho A \Delta s \cdot v_R^2}{2 \cdot t} = \frac{\rho A v_R^3}{2}$$

$$P_{\text{el}} = c_p \cdot P_{\text{vind}} (= 12 \text{ MW}) \text{ så att } P_{\text{el}} = c_p \frac{\rho A v_R^3}{2}$$

Sveparenan är $A = \pi r^2 = \pi \cdot 110^2 \text{ m}^2 = 38013 \text{ m}^2$.

Vindhastigheten som ger 12 MW:

$$v_R = \frac{v_{\text{rotorspets}}}{\lambda} \text{ där } v_{\text{rotorspets}} = \frac{7,31}{60} \cdot \pi \cdot 220 = 84,2 \text{ m/s}$$

Vi ser att c_p beror på v_R via diagrammet i figuren, som inte har något matematiskt uttryck. Det finns nu flera sätt att numeriskt försöka bestämma lösningen till

$$\text{ekvationen: } c_p \frac{\rho A v_R^3}{2} = 12 \cdot 10^6 \text{ (W) där } v_R = \frac{84,2 \text{ m/s}}{\lambda}$$

Vi kan prova med några värden på c_p och λ avläsa ur diagrammet. När effekten blir 12 MW har vi hittat den rätta lösningen.

T.ex. om $\lambda = 8$ kan vi läsa av $c_p = 0,48$. Vi får då $v_R = \frac{84,2 \text{ m}}{8 \text{ s}} = 10,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ och

$P = \frac{0,48 \cdot 1,29 \cdot 38013 \cdot 10,6^2}{2} \text{ W} = 13,7 \text{ MW}$. Detta är lite för stort, så vi får prova med lite större löptal, se tabell nedan.

λ	c_p	P (MW)
8	0,48	13,7
9	0,45	9,1
10	0,40	5,9
8,5	0,48	11,2

Vi ser att löptalet bör ligga mellan 8 och 8,5 för att ge rätt lösning! Löptalet är alltså

c:a 8,25 och vindhastigheten $v_R = \frac{84,2 \text{ m}}{8,25 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$.

Svar: Den lägsta vindhastighet att uppnå effekten 12 MW är 10 m/s.

Kommentar: Inom rimliga temperaturer varierar luftens densitet mellan cirka

$1,20 \text{ kg/m}^3$ och $1,29 \text{ kg/m}^3$, vilket ger $8,1 < \lambda < 8,3$ och $10,1 \text{ m/s} < v_R < 10,3 \text{ m/s}$. Två

värdessiffror ger i båda fallen svaret 10 m/s.