

Productions ou réponses attendues du candidat

Partie A : Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

1. Construction (8 points)

- Construction de la courbe
- Construction des points A et C (intersection de la courbe avec l'axe des abscisses)
- Construction du point M
- Construction du trapèze AODB

2. Conjecture (6 points)

- L'aire maximale du trapèze AODB semble **10,037**
- L'abscisse du point M correspondant semble **0,85**

Partie B : (6 points)

1. $OM = x$ avec $x \in [0; 3]$ donc $DB = x$ et $AO = 3$

$$MB = \left| \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \right| = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 6 \quad \text{car } \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \leq 0$$

sur l'intervalle $[0; 3]$. On en déduit que l'aire trapèze AODB est

$$f(x) = \frac{(DB+OA) \times MB}{2} = \frac{(3+x) \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 6 \right)}{2} = \frac{-\frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + \frac{9}{2}x + 18}{2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 - x^2 + \frac{9}{4}x + 9$$

2. $f'(x) = -\frac{3}{4}x^2 - 2x + \frac{9}{4}$

x	0	$-\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{43}}{3}$	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	9	$\frac{43\sqrt{43} + 260}{54}$	0

Le maximum de la fonction f est atteint pour $x = -\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{43}}{3} \approx 0,85$ et la valeur du maximum est

$$\frac{43\sqrt{43} + 260}{54} \approx 10,037$$