Titre: Optimisation

Productions ou réponses attendues du candidat

Partie A : Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

1. Construction (8 points)

- Construction de la courbe
- Construction des points A et C (intersection de la courbe avec l'axe des abscisses)
- Constructiondu point M
- Construction du trapèze AODB

2. Conjecture (6 points)

- L'aire maximale du trapèze AODBsemble 10,037
- L'abscisse du point M correspondant semble 0,85

Partie B:(6 points)

1.OM =
$$x$$
 avec $x \in [0;3]$ donc **DB** = x et AO = 3

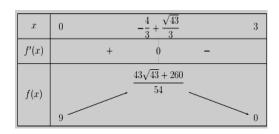
$$MB = \left| \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \right| = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 6 \operatorname{car} \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6 \le 0$$

sur l'intervalle [0;3] .On en déduit que **l'aire trapèze AODB**est

$$f(x) = \frac{\text{(DB+OA)} \times \text{MB}}{2} = \frac{(3+x)\left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 6\right)}{2} = \frac{-\frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + \frac{9}{2}x + 18}{2}$$
$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 - x^2 + \frac{9}{2}x + 9$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 - x^2 + \frac{9}{4}x + 9$$

$$f'(x) = -\frac{3}{4}x^2 - 2x + \frac{9}{4}$$



Le maximum de la fonction est atteint pour

 $x = -\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{43}}{3} \approx 0.85$ et la valeur du maximum est

$$\frac{43\sqrt{43} + 260}{54} \approx 10,037$$