التصحيح النموذجي للموضوع الأول

التمرين الاول :4ن

0.5+ 0.5 0.5

1) ا) حل المعادلة $y'=(\ln 2)y$ هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $y=ce^{x\ln 2}$. ب) الحل الخاص هو $y=e^{x\ln 2}$.

2) ا) بواقي قسمة 2^n على 5 هي و منه بواقي القسمة هي متتالية دورية دورها4.

0.25

n	4k	4k+1	4k+2	4k+3	
$2^n\equiv$	1	2	4	3	[5]

0.5

ب) استنتاج باقي قسمة العدد $f(2018)-4$ على 5: لدينا $f(2018)=2^{2018}$ و $2018\equiv 2[4]$ و منه

$f(2018)-4\equiv 0[5]$ و منه باقي قسمة العدد $f(2018)-4$ على 5 هو 0.

3) ا) تعيين قيم n حيث $2^n+3n+1\equiv 0[5]$: لدينا

0.75

$n=4k$ نجد $k\equiv 4[5]$ و منه $n=20m+16, m\in\mathbb{N}$

$n=4k+1$ نجد $k\equiv 2[5]$ و منه $n=20m+9, m\in\mathbb{N}$

0.5

$n=4k+2$ نجد $k\equiv 2[5]$ و منه $n=20m+10, m\in\mathbb{N}$

0.5

$n=4k+3$ نجد $k\equiv 1[5]$ و منه $n=20m+8, m\in\mathbb{N}$

ب) استنتاج بواقي قسمة 2^n على 10:

01

n	4k+1	4k+2	4k+3	4k+4	
$2^n\equiv$	2	4	3	6	[10]

و منه رقم احاد هو4.

4) أ) لدينا $S_n=f(0)+f(1)+\ldots+f(n)$ ومنه $S_n=e^{0\ln 2}+e^{1\ln 2}+\ldots+e^{n\ln 2}$

0.25

أي أن $S_n=e^{\ln 2^0}+e^{\ln 2^1}+\ldots+e^{\ln 2^n}$ و بذلك $S_n=2^0+2^1+\ldots+2^n$ و هي مجموع $n+1$ حد الأولى لمتتالية

0.1+ 0.25

هندسية حدها الأول 1 و أساسها 2 و بذلك $S_n=2^{n+1}-1$

0.75 ب) يكون $S_n \equiv 0[5]$ إذا كان $2^{n+1}-1 \equiv 0[5]$ أي $2^{n+1} \equiv 1[5]$ و منه $n = 4k+3$ حيث k عدد طبيعي غير معدوم.

0.75

التمرين الثاني :4ن

1) شجرة الاحتمالات.

01 $P_{U_3}(NN) = \frac{136}{190}$, $P_{U_2}(RN) = \frac{36}{190}$, $P_{U_2}(NN) = \frac{153}{190}$, $P_{U_1}(RN) = \frac{1}{10}$, $P_{U_1}(NN) = \frac{1}{10}$

0.25 $P_{U_3}(RR) = \frac{3}{190}$, $P_{U_3}(NR) = \frac{51}{90}$ $P_{U_2}(RR) = \frac{1}{190}$

0.75

2) قانون الاحتمال: قيم المتغير الإحصائي X : $X_\Omega = \{0,1,2\}$

0.5

0.5

x_i	0	1	2	Σ
$P(X=x_i)$	$\frac{230}{285}$	$\frac{53}{285}$	$\frac{2}{285}$	1

0.5

0.5

3) الاحتمال الشرطي $P_{RR}(u_3) = \frac{P(u_1 \cap RR)}{P(RR)} = \frac{57}{76}$

0.5

4) A الحادثة إحدى الكرات الثلاثة المسحوبة على الأقل سوداء , $P(A) = -P(\overline{A})$ $\overline{A}$ الكرات الثلاثة حمراء

$P(A) = 1 - \frac{3}{4000}$ بما أن الحوادث مستقلة فان $P(\overline{A}) = \frac{3}{4000}$.

0.5

التمرين الثالث:5ن

1) $\beta = -16+12i$ و ذلك بالمطابقة , استنتاج الحلول $P(z)=0$: $Z = 2-\frac{3}{2}i$ أو $Z = -\frac{5}{2}i$ أو $Z = \frac{5}{2}i$

0.5

0.5

2) ا) تعيين Z_C لاحقة النقطة C : $\arg(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}) = \frac{\pi}{2} + 2K\pi$ و $\left|\frac{z_c - z_A}{z_B - z_A}\right| = \frac{1}{2}$ ومنه $Z_C = -\frac{5}{2}i$

0.5

0.25 ب) استنتاج أن C صورة B : ومنه فإن C صورة B بالتشابه الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$ وزاوية له.

0.5

0.5 ج) طبيعة المثلث ABC قائم في A مساحته : $S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{2} = 5ua$

0.5 د) مساحة المثلث ACD : $S_{ACD}=\frac{5}{4}ua$

0.5

0.5 3) ا) البرهان بالتراجع أن $z'=\frac{1}{2^n}e^{in\frac{\pi}{2}}\left(z-z_A\right)+z_A$

0.5 ب) تعيين قيم n : $n\frac{\pi}{2}=k\pi$ مع $(k\in\mathbb{Z})$ وبما أن n طبيعي $n\geq 2$ نضع $n=2\alpha$ مع $(\alpha\in\mathbb{N}^*)$ يكون

0.25 T_n تحاكيا مركزه النقطة A ونسبته $\frac{1}{2^n}$ أو $-\frac{1}{2^n}$ α عدد طبيعي زوجي غير معدوم نسبة التحاكي مع $\left(\frac{1}{16}\right)^{\beta}$

$\alpha=2\beta$.

0.5 4) ا) تنتمي A $[MN]$

$\overrightarrow{AM}=\left(\frac{1}{16}\right)^K\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AN}=-4\left(\frac{1}{16}\right)^K\overrightarrow{AB}$ و منه $\overrightarrow{AN}=-4\overrightarrow{AM}$ محققة

ب) حساب الطول MN : $MN=10\sqrt{5}\left(\frac{1}{16}\right)^K$; $MN=5\left(\frac{1}{16}\right)^K AB$

ج) حساب $\lim\limits_{K\to\infty}MN=\lim\limits_{k\to\infty}10\sqrt{5}\left(\frac{1}{16}\right)=0$

التمرين الرابع:7ن

I) 1) $g'(x)=2e^{-x}-1$; $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)=0$; $\lim\limits_{x\to\infty}g(x)=-\infty$

2) اتجاه تغير الدالة g : الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;\ln 2]$ و متناقصة تماما على المجال $[\ln 2;+\infty[$.

0.5

0.5 3) المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α .

0.25 4) إشارة الدالة : $g(x)>0$ معناه $x\in]0,\alpha[$ ، $g(x)<0$ معناه $x\in]\alpha,\infty[$

0.25

II) 1 لدينا $1\leq u_n<\alpha$ محققة باعتبار الدالة متزايدة

متزايدة لان $u_{n+1}-u_n=g(u_n)$ و محدودة من الأعلى و متزايدة فهي متقاربة نحو α و $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n=\alpha$

III) 1 $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=-\infty$ ومنه تقبل مستقيم مقارب $x=0$

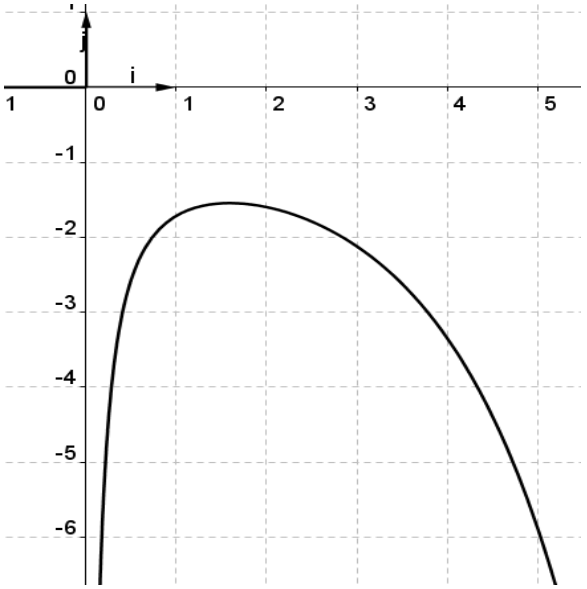
$$f(\alpha)=\frac{1}{\alpha(\alpha-2)}$$

محققة .

2) $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{x^3}$ محققة.ومنه إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ و منه جدول تغيرات الدالة f :

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	$-\infty$

3) الإنشاء:



4) باستعمال التكامل بالتجزئة و بوضع $u(t)=-e^t\;;\;v(t)=-\frac{1}{t}$ نجد $F(x)=\frac{e^{2x}-1}{2x}-\frac{e^x-1}{x}-\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt$

5) ا) بما ان $x\le t\le 2x$ فان $\frac{e^x}{t}\le\frac{e^t}{t}\le\frac{e^{2x}}{t}$ معناه $e^x\int_x^{2x}\frac{1}{t}dt\le\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt\le e^{2x}\int_x^{2x}\frac{1}{t}dt$

ب) بما ان $\lim_{x\to0}\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt=\ln 2$ و لدينا $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$ و $\lim_{x\to0}\int_x^{2x}\frac{e^t}{t}dt=\ln 2$

ومنه $F(0)=\lim_{x\to0}F(x)=-\ln 2$ إذن الدالة F مستمرة على يمين الصفر.