BÀI 2. HÀM SỐ LŨY THỪA

A. KIẾN THỨC GIÁO KHOA CẦN NẮM

1.Khái niệm hàm lũy thừa

Hàm số lũy thừa là hàm số có dạng $y=x^{\alpha}, \alpha \in \mathbb{R}$.

Chú ý: Tập xác định của hàm số lũy thừa phụ thuộc vào giá trị của α

- Với α nguyên dương thì tập xác định là R

- Với α nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R}\backslash\{0\}$

- Với α không nguyên thì tập xác định là $(0;+\infty)$

Theo định nghĩa, đẳng thức $\sqrt[n]{x}=x^{\frac{1}{n}}$ chỉ xảy ra nếu $x>0.$ Do đó, hàm số $y=x^{\frac{1}{n}}$ không đồng nhất với hàm số $y=\sqrt[n]{x}\left(n \in \mathbb{N}^*\right)$. Ví dụ $y=\sqrt[3]{x}$ là hàm số căn bậc 3, xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$; còn hàm số lũy thừa $y=x^{\frac{1}{3}}$ chỉ xác định khi $x>0$

2.Đạo hàm của hàm số lũy thừa

$$\left(x^{\alpha}\right)'=\alpha.x^{\alpha-1} \text{ với } x>0;\quad \left(u^{\alpha}\right)'=\alpha.u^{\alpha-1}.u', \text{ với } u>0$$

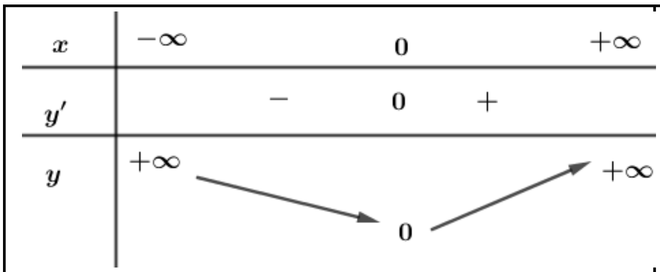
$$\left(\sqrt[n]{x}\right)'=\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}, \text{ với mọi } x>0 \text{ nếu } n \text{ chẵn, với mọi } x\neq 0 \text{ nếu } n \text{ lẻ}$$

$$\left(\sqrt[n]{u}\right)'=\frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}, \text{ với mọi } u>0 \text{ nếu } n \text{ chẵn, với mọi } u\neq 0 \text{ nếu } n \text{ lẻ}$$

3.Khảo sát hàm số lũy thừa

Tập xác định của hàm số lũy thừa $y=x^{\alpha}$ luôn chứa khoảng $(0;+\infty)$ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$. Trong trường hợp tổng quát ta khảo sát hàm số $y=x^{\alpha}$ trên khoảng này**.**

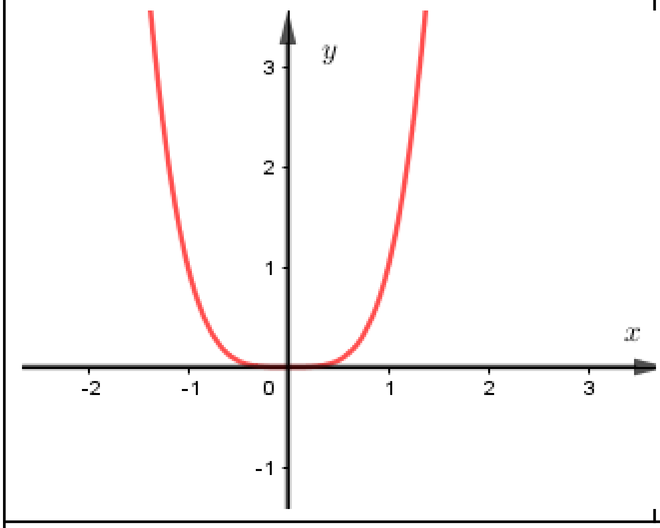
$\alpha \in \mathbb{N}^*$	
$\alpha=2n,\ n\in\mathbb{N}^*$	$\alpha=2n+1,\ n\in\mathbb{N}$
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Sự biến thiên: $y=x^{2n}\Rightarrow y'=2n.x^{2n-1}$. $y'=0\Rightarrow x=0$. Bảng biến thiên	Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Sự biến thiên: $y=x^{2n+1}\Rightarrow y'=(2n+1).x^{2n}\Rightarrow y'\geq 0\ \forall x\in D$. $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên D . Bảng biến thiên

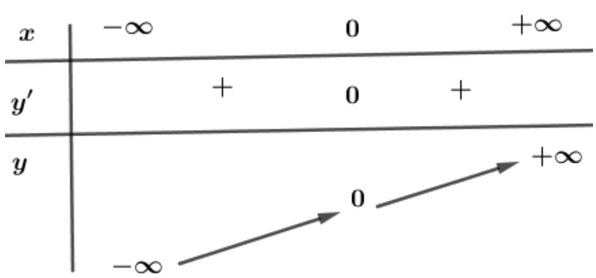


Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

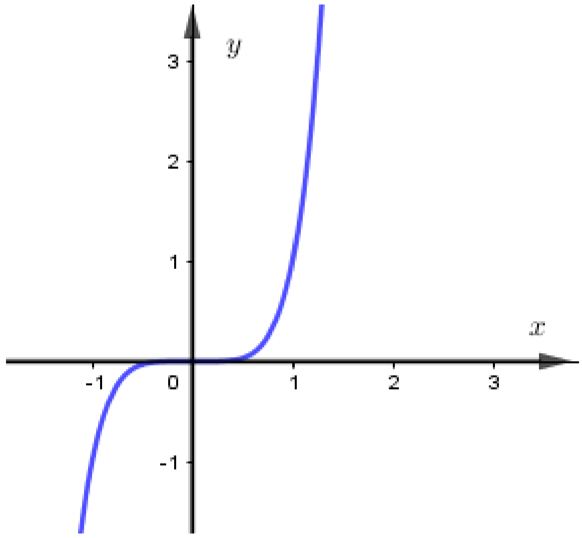
Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Đồ thị:





Đồ thị:



$\alpha \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$

$\alpha = 2k,\ k \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Sự biến thiên:

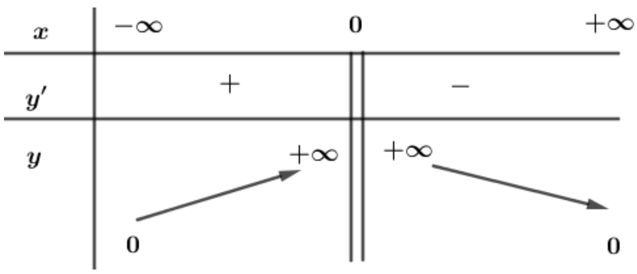
$y = x^{2n} \Rightarrow y' = 2n.x^{2n-1}$.

Giới hạn:

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN.

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty \\ \lim\limits_{x \to 0^-} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = 0$ là TCĐ.

Bảng biến thiên



$\alpha = 2k+1,\ k \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Sự biến thiên:

$y = x^{2k+1} \Rightarrow y' = (2k+1).x^{2k} \Rightarrow y' < 0\ \forall x \in D$.

$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên D.

Giới hạn:

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là TCN.

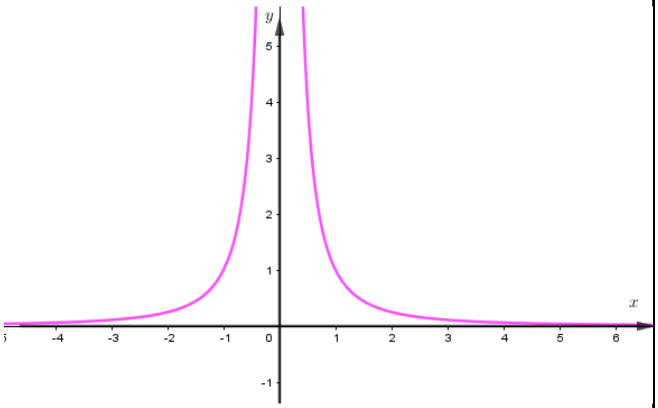
$\begin{cases} \lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty \\ \lim\limits_{x \to 0^-} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = 0$ là TCĐ.

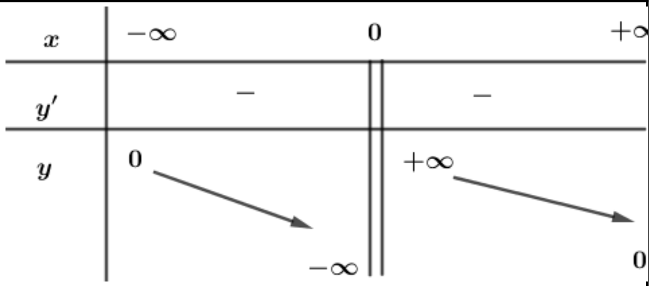
Bảng biến thiên

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$.

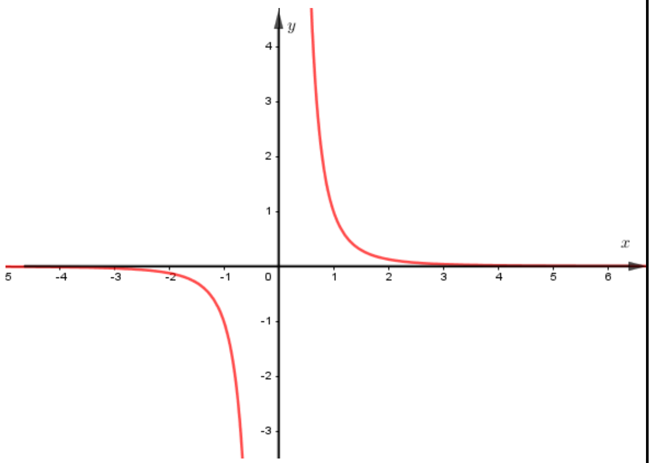
Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Đồ thị:





Đồ thị:



$\alpha \notin \mathbb{Z}$

Trong giới hạn chương trình ta chỉ khảo sát trên $(0;+\infty)$.

$\alpha > 0$

Tập khảo sát: $D=(0;+\infty)$.

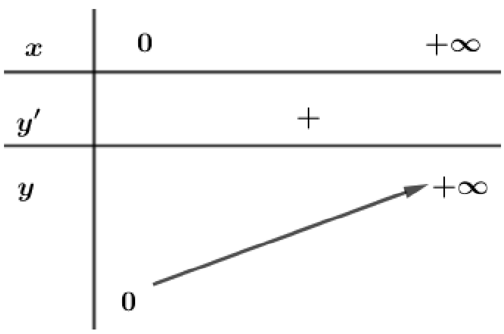
Sự biến thiên:

$y'=\alpha.x^{\alpha-1}>0$ $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\alpha}=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty} x^{\alpha}=+\infty$.

$\Rightarrow$ Hàm số không có tiệm cận.

Bảng biến thiên



$\alpha < 0$

Tập khảo sát: $D=(0;+\infty)$.

Sự biến thiên:

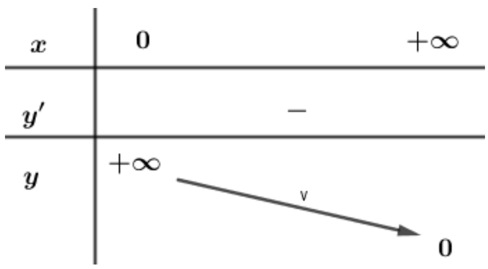
$y'=\alpha.x^{\alpha-1}<0$ $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Giới hạn:

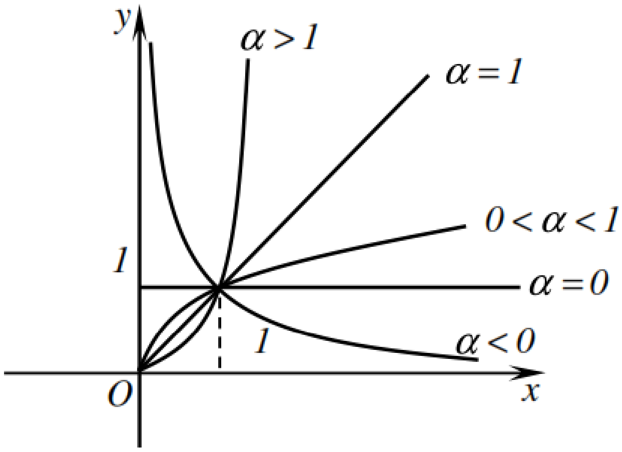
$\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\alpha}=+\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\alpha}=0 \Rightarrow$ TCN: $y=0$

Bảng biến thiên



Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(1;1)$.



B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm tập xác định và tính đạo hàm của hàm số

1. Phương pháp

Cần nhớ lại: Xét hàm số $y = \left[f(x)\right]^a$

- Nếu a nguyên dương thì hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x)$ xác định.
- Nếu a nguyên âm hoặc bằng 0 thì hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x) \neq 0$.
- Nếu a không nguyên thì hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x) > 0$.

2. Các ví dụ

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 3x + 2\right)^{\frac{-1}{3}}$

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{1;2\}$. **C.** $y' = \dfrac{2x}{\left(x^2+2\right)\ln 5}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số lũy thừa có số mũ không nguyên thì điều kiện là cơ số phải dương, nên suy ra

$y = \left(x^2 - 3x + 2\right)^{\frac{-1}{3}}$ có điều kiện là $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 2 \\ x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in (-\infty;1)\cup(2;+\infty)$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D=(-\infty;2]$. **B.** $D=(2;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;2)$. **D.** $D=(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $2-x>0\Leftrightarrow x<2$. Suy ra TXĐ: $D=(-\infty;2)$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{-3}$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{-3}$ là: $x^2-1\neq0\Leftrightarrow x\neq\pm1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Câu 4: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(2x-x^2\right)^{\sqrt{2019}}$.

A. $(-\infty;0]\cup[0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số là $2x-x^2>0\Leftrightarrow 0<x<2$.

Suy ra tập xác định của hàm số đã cho là $(0;2)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-4x\right)^{\frac{2019}{2020}}$ là:

A. $(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $R\setminus\{0;4\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\left(x^2-4x\right)^{\frac{2019}{2020}}$ xác định $\Leftrightarrow x^2-4x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>4\\x<0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có tập xác định **không** phải là khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=x^{-5}$. **B.** $y=x^{\sqrt2}$. **C.** $y=x^{\frac13}$. **D.** $y=x^{-1,7}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\left[f(x)\right]^{\alpha}$ thì tập xác định phụ thuộc vào giá trị của α.
Cụ thể:

+ Nếu α nguyên dương thì hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x)$ xác định.

+ Nếu $\alpha=0$ hoặc α nguyên âm thì hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x)\neq 0$.

+ Nếu α không nguyên thì hàm số xác định khi và chỉ khi $f(x)>0$.

Vì -5 là số nguyên âm nên tập xác định của hàm số $y=x^{-5}$ là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\frac{3}{5}}+\left(x-3\right)^{-2}$ là

A. $D=\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)\setminus\{3\}$. **B.** $D=\left(-\infty;+\infty\right)\setminus\left(1;2\right)$.

C. $D=\left(-\infty;+\infty\right)\setminus\{3\}$. **D.** $D=\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\frac{3}{5}}+\left(x-3\right)^{-2}$ xác định khi $\begin{cases}x^2-3x+2>0\\x-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.\\x\neq 3\end{cases}$.

Vậy $D=\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)\setminus\{3\}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y=\left(2x-1\right)^{-2}$

A. $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số lũy thừa với số mũ nguyên âm nên điều kiện là $2x-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq\frac{1}{2}$

Vậy tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 9: Tập xác định D của hàm số $y=(3x-5)^{\frac{\pi}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{3}\right\}$. **B.** $\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left[\frac{5}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=(3x-5)^{\frac{\pi}{3}}$ xác định khi: $3x-5>0$ $\Leftrightarrow x>\frac{5}{3}$ nên tập xác định $D=\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\left(4-3x-x^2\right)^{-2019}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-4;1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[-4;1]$. **D.** $(-4;1)$.

Lờigiải

Chọn A

Vì $y=\left(4-3x-x^2\right)^{-2019}$ là hàm số lũy thừa có số mũ nguyên âm nên điều kiện xác định là

$4-3x-x^2\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-4;1\}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=\left(-2x^2-x+3\right)^{2e-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{3}{2};1\right\}$. **B.** $\left(-\infty;\frac{-3}{2}\right)\cup(1;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{-3}{2};1\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

+ Vì $2e-1$ không là số nguyên nên điều kiện là $-2x^2-x+3>0\Leftrightarrow x\in\left(\frac{-3}{2};1\right)$

Dạng 2: Tính đạo hàm

Câu 1: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+1\right)^{\frac{e}{2}}$ trên $\mathbb{R}$.

A. $y'=2x\left(x^2+1\right)^{\frac{e}{2}-1}$. **B.** $y'=ex\sqrt{\left(x^2+1\right)^{e-2}}$.

C. $y'=\frac{e}{2}\left(x^2+1\right)^{\frac{e}{2}-1}$. **D.** $y'=\left(x^2+1\right)^{\frac{e}{2}}\ln\left(x^2+1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=\left(\left(x^2+1\right)^{\frac{e}{2}}\right)'=\frac{e}{2}.2x\left(x^2+1\right)^{\frac{e}{2}-1}=ex\left(x^2+1\right)^{\frac{e}{2}-1}=ex\sqrt{\left(x^2+1\right)^{e-2}}$.

Câu 2: Hàm số $y=\sqrt[5]{\left(x^2+1\right)^2}$ có đạo hàm là.

A. $y' = \dfrac{4}{\sqrt[5]{\left(x^2+1\right)^2}}$. **B.** $y' = 2x\sqrt{x^2+1}$. **C.** $y' = 4x\sqrt[5]{x^2+1}$. **D.** $y' = \dfrac{4x}{5\sqrt[5]{\left(x^2+1\right)^3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì Áp dụng công thức $\left(u^n\right)' = n.u^{n-1}.u'$.

Câu 3: Cho $f\left(x\right) = x^2.\sqrt[3]{x^2}$ Giá trị của $f'\left(1\right)$ bằng:

A. 2. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 4. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Với $x > 0$ thì $f\left(x\right) = x^{2+\frac{2}{3}} = x^{\frac{8}{3}} \Rightarrow f'\left(x\right) = \dfrac{8}{3}x^{\frac{5}{3}}$ nên $f'\left(1\right) = \dfrac{8}{3}$.

Câu 4: Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(1-\cos 3x\right)^6$.

A. $y' = 18\sin 3x\left(\cos 3x - 1\right)^5$. **B.** $y' = 18\sin 3x\left(1-\cos 3x\right)^5$.

C. $y' = 6\sin 3x\left(1-\cos 3x\right)^5$. **D.** $y' = 6\sin 3x\left(\cos 3x - 1\right)^5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y = \left(1-\cos 3x\right)^6 \Rightarrow y = 6\left(1-\cos 3x\right)^5.\left(1-\cos 3x\right)'$.

$= 6\left(1-\cos 3x\right)^5.3\sin 3x = 18\sin 3x\left(1-\cos 3x\right)^5$. .

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y' = \dfrac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{2}{3}}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{8}{3}}$. **D.** $y' = \dfrac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+x+1\right)^{\frac{1}{3}-1}\left(x^2+x+1\right)'=\frac{2x+1}{3\sqrt[3]{\left(x^2+x+1\right)^2}}$.

Câu 6: Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y'=\frac{2}{3}x\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$.

B. $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$.

C. $y'=\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(x^2+3\right)$.

D. $y'=2x\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(x^2+3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\frac{1}{3}\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}\left(x^2+3\right)'=\frac{2}{3}x\left(x^2+3\right)^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\sqrt[4]{x^2-3}$, phương trình $y'=0$ có mấy nghiệm thực:

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\sqrt[4]{x^2-3}$.

Ta có: $y'=\left[\left(x^2-3\right)^{\frac{1}{4}}\right]'=\frac{1}{4}\left(x^2-3\right)^{\frac{-3}{4}}.2x=\frac{1}{2\sqrt[4]{\left(x^2-3\right)^3}}$ với $x\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

Ta thấy $y'>0$ với $x\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)$ do đó phương trình $y'=0$ vô nghiệm.

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x\sin x\right)^{\frac{2}{3}}$.

A. $y'=\frac{2}{3}\left(x\sin x\right)^{-\frac{1}{3}}$.

B. $y'=\frac{2}{3}\left(x\sin x\right)^{-\frac{1}{3}}.\left(\sin x+x\cos x\right)$.

C. $y'=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sin x+x\cos x}{\sqrt[3]{x\sin x}}$.

D. $y'=\frac{2}{3}\left(x\sin x\right)^{-\frac{1}{3}}.\cos x$.

Lời giải.

Chọn B

$y'=\frac{2}{3}\left(x\sin x\right)^{\frac{2}{3}-1}.\left(x\sin x\right)'=\frac{2}{3}\left(x\sin x\right)^{-\frac{1}{3}}.\left(\sin x+x\cos x\right)$.

Dạng 3. Sự biến thiên và nhận dạng đồ thị hàm số

1. Phương pháp

Lưu ý: Trong dạng bài toán này lưu ý những đặc điểm sau của đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ **:**

Đồ thị luôn đi qua điểm

Khi $\alpha > 0$ hàm số luôn đồng biến, khi $\alpha < 0$ hàm số luôn nghịch biến

Đồ thị hàm số không có tiệm cận khi $\alpha > 0$. khi $\alpha < 0$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là trục Ox , tiệm cận đứng là trục Oy .

2. Các ví dụ

Câu 1: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

A. Hàm số $y = x^\alpha$ có tập xác định tùy theo α .

B. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha > 0$ có tiệm cận.

C. Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

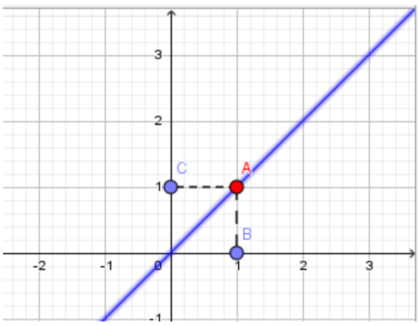
D. Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha < 0$ có hai tiệm cận.

Lời giải

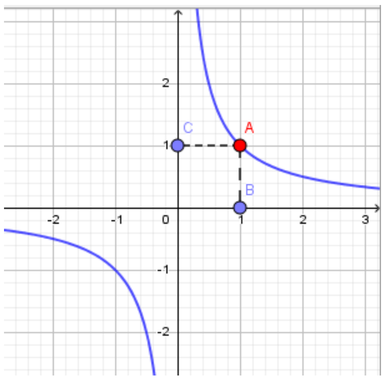
Chọn B

Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha > 0$ không có tiệm cận.

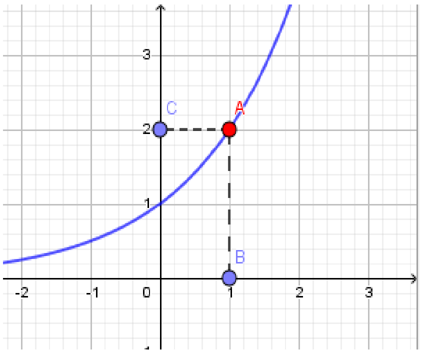
Câu 2: Đồ thị nào dưới đây KHÔNG là đồ thị của hàm số $y = x^\alpha$?

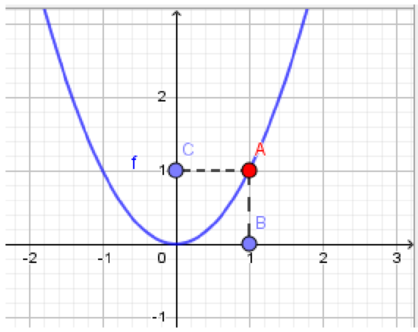
A. 

.

B. 

.

C. 

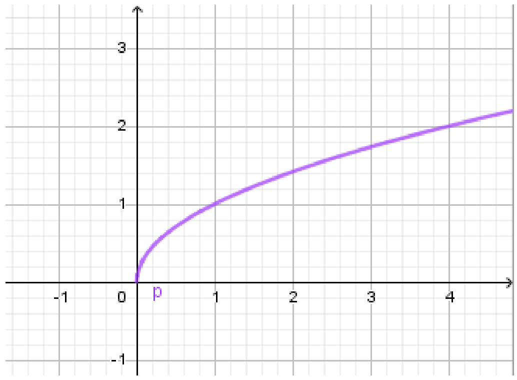
. **D.** 

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = x^{\alpha}$ không đi qua điểm $(0;1)$.

Câu 3: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị hàm số nào?



A. $y = x^{-\frac{1}{2}}$. **B.** $y = x^{\frac{1}{2}}$. **C.** $y = 2^{x}$. **D.** $y = 2^{x-1}$

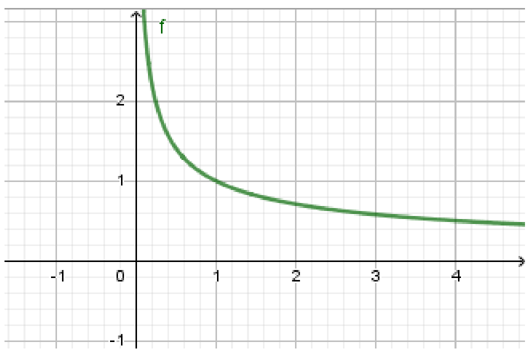
Lời giải

Chọn B

Nhận thấy đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên loại đáp án C và D

Nhận thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(4;2)$ nên loại đáp án A

Câu 4: Hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.



A. $y = x^{-2}$. **B.** $y = 2^{-x}$. **C.** $y = x^{-\frac{1}{2}}$. **D.** $y = \log_2 x$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm nhận Ox,Oy làm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng loại C,D

Dùng máy tính kiểm tra đáp án thấy đồ thị đi qua chọn đáp án **C.**

Câu 5: Cho hàm số $y=x^{-\sqrt{2}}$. Mệnh đề nào sau đây là **SAI**?

A. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số có tập xác định là $(0;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=(0;+\infty)$, suy ra C đúng.

Do $x>0$ nên $x^{-\sqrt{2}}>0$, suy ra A đúng.

Ta có: $y'=-\sqrt{2}.x^{-\sqrt{2}-1}<0;\forall x>0$, suy ra B đúng.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{-\sqrt{2}}=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận Oy làm tiệm cận đứng, đáp án D đúng.

Câu 6: Cho hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$, có các khẳng định sau

I. Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

II. Hàm số luôn đồng biến với mọi x thuộc tập xác định của nó.

III. Hàm số luôn đi qua điểm $M(1;1)$.

IV. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Do $\alpha=\sqrt{2}$ nên hàm số xác định với mọi $x>0$. Vậy khẳng định I đúng.

Do $y'=\sqrt{2}.x^{\sqrt{2}-1}>0$ với mọi $x>0$ nên hàm số đồng biến trên tập xác định. Khẳng định II đúng.

Do $y(1)=1^{\sqrt{2}}=1$ nên khẳng định III đúng.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\sqrt{2}}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\sqrt{2}}=0$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận. Vậy IV đúng.

Câu 7: Cho hàm số $y=x^{\frac{\pi}{2}}$ có đồ thị. Phương trình tiếp tuyến của tại điểm M_0 có hoành độ $x_0=1$ là:

A. $y=\frac{\pi}{2}x+1$. **B.** $y=\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{2}+1$. **C.** $y=\pi x-\pi+1$. **D.** $y=-\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{2}+1$

Lời giải

Chọn B

Tự luận:

Ta có: $y'=\frac{\pi}{2}x^{\frac{\pi}{2}-1} \Rightarrow y'(1)=\frac{\pi}{2}$

Với $x_0=1$ thì $y_0=1$

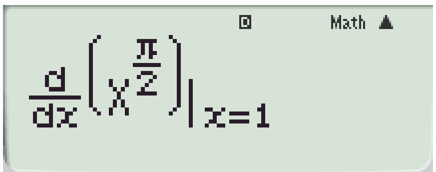
Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=\frac{\pi}{2}x-\frac{\pi}{2}+1$

Trắc nghiệm:

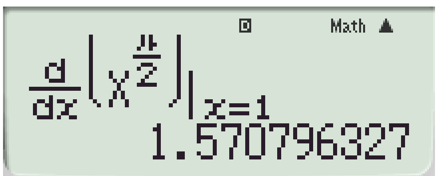
Với $x_0=1$ thì $y_0=1$. Thay vào các đáp án thấy A, D không thỏa mãn nên loại A và D

$y'=\frac{\pi}{2}x^{\frac{\pi}{2}-1} \Rightarrow y'(1)=\frac{\pi}{2}$ Nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng $\frac{\pi}{2}$ nên loại đáp án **C.**

Lưu ý: Có thể dùng CASIO hỗ trợ tính đạo hàm tại $x_0=1$ như sau:

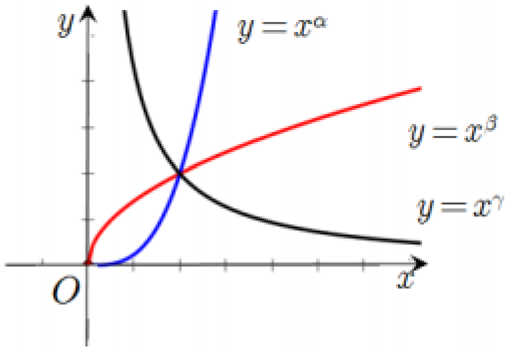


Và có kết quả



Thấy kết quả không bằng $\pi \approx 3,141..$ nên loại đáp án **C.**

Câu 8: Cho các hàm số $y = x^{\alpha}; y = x^{\beta}; y = x^{\gamma}$ có đồ thị trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $\gamma < \alpha < \beta$. **B.** $\beta < \gamma < \alpha$. **C.** $\alpha < \gamma < \beta$. **D.** $\gamma < \beta < \alpha$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình vẽ ta thấy hàm số $y = x^{\gamma}$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ nên $\gamma < 0$.

Từ hình vẽ ta thấy hàm số $y = x^{\beta}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ và nằm dưới đường thẳng $y = x$ nên $0 < \gamma < 1$.

Từ hình vẽ ta thấy hàm số $y = x^{\alpha}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ và nằm trên đường thẳng $y = x$ nên $\alpha > 1$.

Vậy $\gamma < \beta < \alpha$.

Câu 9: Cho hàm số $y = x^{-\sqrt{3}}$ khẳng định nào sau đây đúng?

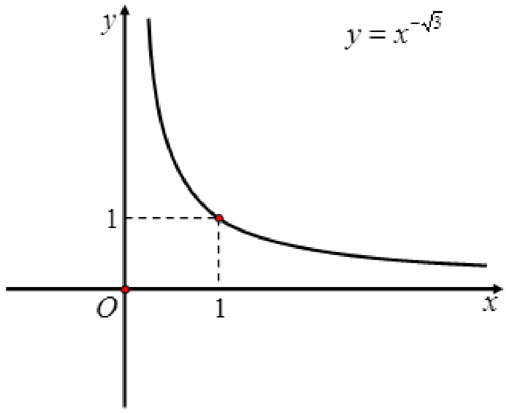
A. Đồ thị hàm số cắt trục Ox.
B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn D

* TXĐ: $D = (0;+\infty)$.

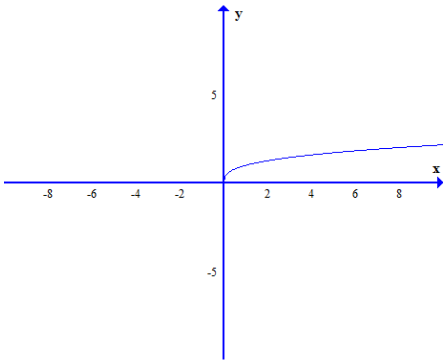
* Đồ thị hàm số:



Từ đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là trục Oy và một tiệm cận ngang là trục Ox.

Đáp án đúng là **D.**

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên, biết $f(x)$ là một trong 4 hàm số dưới đây. Tìm $f(x)$.



A. $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$. **B.** $f(x) = \sqrt[3]{x}$. **C.** $f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$. **D.** $f(x) = x^3$.

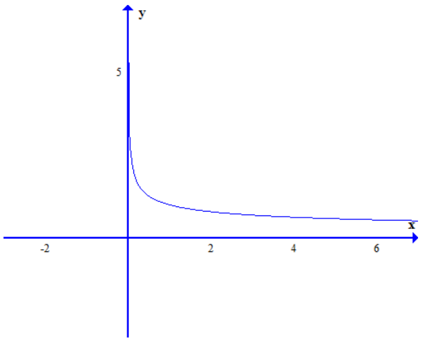
Lời giải.

Chọn A

Hàm số có tập xác định là $D = (0; +\infty)$, loại đáp án B,**D.**

Hàm số tăng trên D, loại **C.**

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên, biết $f(x)$ là một trong 4 hàm số dưới đây. Tìm $f(x)$.



A. $f\left(x\right)=x^{\frac{1}{3}}$. **B.** $f\left(x\right)=\sqrt[3]{x}$. **C.** $f\left(x\right)=x^{-\frac{1}{3}}$. **D.** $f\left(x\right)=x^{3}$.

Lời giải.

Chọn C

Hàm số có tập xác định là $D=\left(0;+\infty\right)$, loại đáp án B,**D.**

Hàm số giảm trên $y'=\frac{bx^2}{\sqrt[3]{\left(a+bx^3\right)^2}}$, loại **A.**

Câu 12: Cho hàm số $f(x)=(1-x^2)^{2019}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên R.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên R.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm: $f'\left(x\right)=2019.\left(1-x^2\right)^{2018}.\left(1-x^2\right)'=2019.\left(1-x^2\right)^{2018}.\left(-2x\right)$

Nhận thấy ngay: $2019.\left(1-x^2\right)^{2018}\ge 0$. Nên ta có thể nhận thấy ngay dấu của đạo hàm cùng dấu với $\left(-x\right)$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)$.