

Texto guía. Números reales

Los números reales son **el conjunto que incluye los números naturales, enteros, racionales e irracionales**. Se representa con la letra $\mathbb{R}$.

La palabra *real* se usa para distinguir estos números del número imaginario i , que es igual a la raíz cuadrada de -1 , o $\sqrt{-1}$. Esta expresión se usa para simplificar la interpretación matemática de efectos como los fenómenos eléctricos.

Características de los números reales

Además de las características particulares de cada conjunto que compone el súper-conjunto de los números reales, mencionamos las siguientes características.

*Orden

Todos los números reales tienen un orden:

$$1 > 2 > 3 > 4 > 5 \dots$$

$$\dots - 5 < - 4 < - 3 < - 2 < - 1 < 0 \dots$$

En el caso de las fracciones y decimales:

$$0,550 < 0,560 < 0,565 \dots$$

$$\frac{3}{15}, \frac{4}{17}, \frac{5}{18}, \frac{6}{19}, \frac{7}{20}, \frac{8}{21}, \dots$$

*Integral

La característica de integridad de los números reales es que no hay espacios vacíos en este conjunto de números. Esto significa que cada conjunto que tiene un

límite superior, tiene un límite más pequeño. Y no dejan espacios en la recta numérica.

*Infinitud

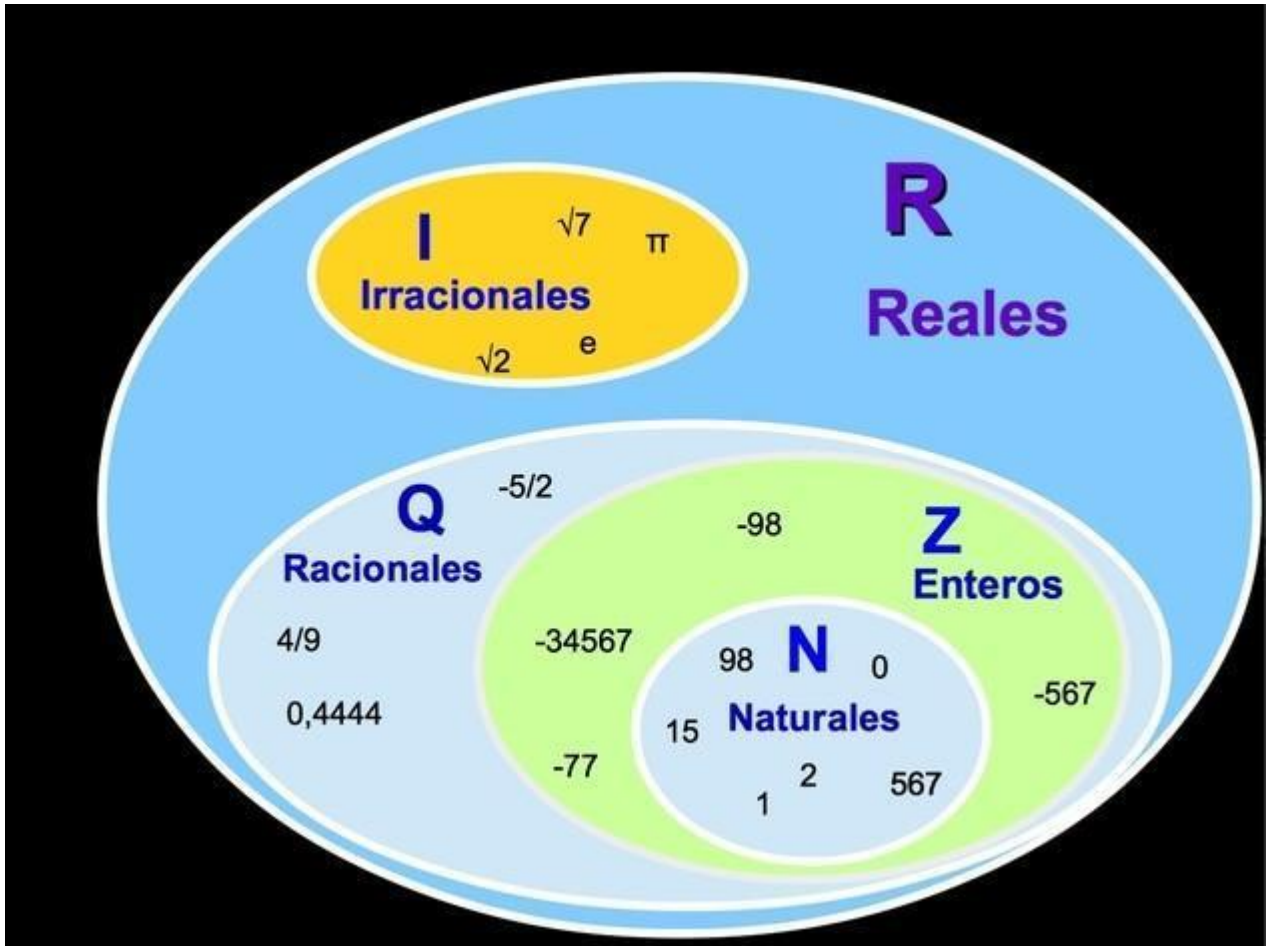
Los números irracionales y racionales son infinitamente numerosos, es decir, no tienen final, ya sea del lado positivo como del negativo.

Expansión decimal

Un número real es una cantidad que puede ser expresada como una expansión decimal infinita. Se usan en mediciones de cantidades continuas, como la longitud y el tiempo.

Cada número real se puede escribir como un decimal. Los números irracionales tienen cifras decimales interminables y no periódicas, por el ejemplo, el número π es aproximadamente 3,14159265358979...

Clasificación de los números reales



Números naturales

De la necesidad de contar objetos surgieron los números naturales. Estos son los números con los que estamos más cómodos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... hasta el infinito. El conjunto de los números naturales se designa con la letra mayúscula **N**.

Todos los números están representados por los diez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9, que reciben el nombre de **dígitos**.

Ejemplo

Los números naturales nos sirven para decir cuántos compañeros tenemos en clases, la cantidad de flores que hay en un ramo y el número de libros que hay en una biblioteca.

Números enteros

El conjunto de los números enteros comprende los números naturales y sus números simétricos. Esto incluye los enteros positivos, el cero y los enteros negativos. Los números negativos se denotan con un signo "menos" (-). Se designa por la letra mayúscula **Z** y se representa como:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots - 5, - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \dots \}$$

Un número simétrico es aquel que sumado con su correspondiente número natural da cero. Es decir, el simétrico de n es $-n$, ya que:

$$n + (-n) = 0$$

$$5 + (-5) = 0$$

$$27 + (-27) = 0$$

Los enteros positivos son números mayores que cero, mientras que los números menores que cero son los enteros negativos.

Los números enteros nos sirven para:

- representar números positivos: ganancias, grados sobre cero, distancias a la derecha;
- representar números negativos: deudas, pérdidas, grados bajo cero y distancias a la izquierda.

Ejemplos

En el polo Norte la temperatura está por debajo de 0°C durante casi todo el año, entre -43 °C y -15°C en invierno. Una persona compra un vehículo por 10.000 pesos pero solo tiene 3.000 pesos.

$$3.000 - 10.000 = - 7.000$$

Esto significa que queda debiendo 7.000 pesos.

Números racionales

Los números fraccionarios surgen por la necesidad de medir cantidades continuas y las divisiones inexactas. Medir magnitudes continuas tales como la longitud, el volumen y el peso, llevó al hombre a introducir las fracciones. El conjunto de números racionales se designa con la letra Q:

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

Ejemplos

Un pastel dividido entre tres personas se representa como $\frac{1}{3}$ un tercio para cada persona; una décima parte de un metro es $\frac{1}{10} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$.

Números irracionales

Los números irracionales comprenden los números que no pueden expresarse como la división de enteros en el que el denominador es distinto de cero. Se representa por la letra mayúscula I.

Aquellas magnitudes que no pueden expresarse en forma entera o como fracción que son inconmensurables son también irracionales. Por ejemplo, la relación de la circunferencia al diámetro el número $\pi = 3,141592\dots$

Las raíces que no pueden expresarse exactamente por ningún número entero ni fraccionario, son números irracionales:

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$$

Propiedades de los números reales

1. La suma de dos números reales es cerrada, es decir, si a y $b \in \mathbb{R}$, entonces $a+b \in \mathbb{R}$.
2. La suma de dos números reales es conmutativa, entonces $a+b=b+a$.
3. La suma de números es asociativa, es decir, $(a+b)+c = a+(b+c)$.
4. La suma de un número real y cero es el mismo número; $a+0=a$.

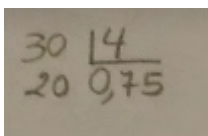
5. Para cada número real existe otro número real simétrico, tal que su suma es igual a 0: $a+(-a)=0$
6. La multiplicación de dos números reales es cerrado: si a y $b \in \mathbb{R}$, entonces $a \cdot b \in \mathbb{R}$.
7. La multiplicación de dos números es conmutativa, entonces $a \cdot b = b \cdot a$.
8. El producto de números reales es asociativo: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
9. En la multiplicación, el elemento neutro es el 1: entonces, $a \cdot 1 = a$.
10. Para cada número real a diferente de cero, existe otro número real llamado el inverso multiplicativo, tal que: $a \cdot a^{-1} = 1$.
11. Si a, b y $c \in \mathbb{R}$, entonces $a(b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

REPRESENTACIÓN DE LOS RACIONALES EN LA RECTA NUMÉRICA

Para representar un número racional en la recta numérica hay dos opciones: en forma decimal y en forma fraccionaria.

Ej: ubicar $\frac{3}{4}$ en la recta numérica.

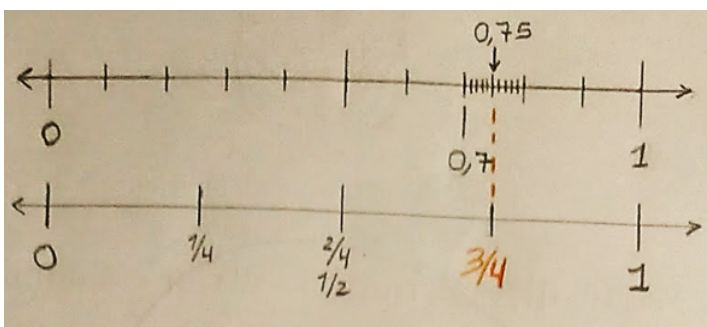
Para ubicar a $\frac{3}{4}$ en forma decimal dividimos 3 entre 4, y da como resultado 0,75



$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 14} \\ 20 \overline{) 0,75} \end{array}$$

- Ubicación de un número decimal en la recta numérica: para esto dividimos la unidad en 10 partes para ubicar las décimas y luego cada décima en 10 partes para ubicar las centésimas y así sucesivamente.

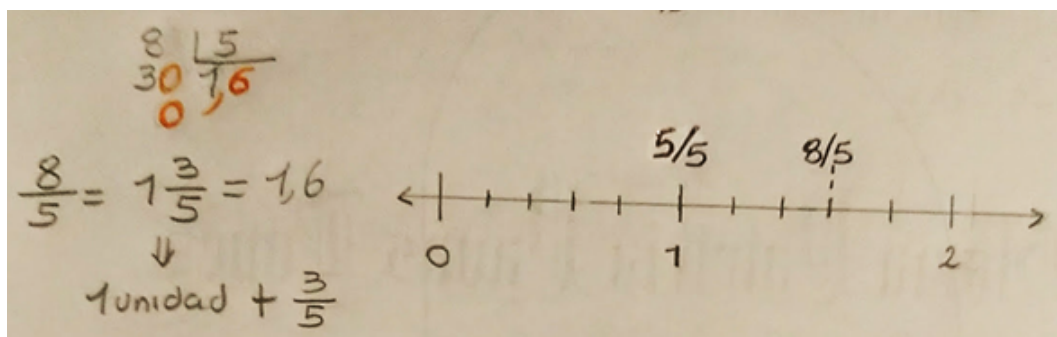
0,75 significa 0 unidades, 7 décimas y 5 centésimas; Entre el 0 y el 1 dividimos la unidad en 10 partes y cogemos 7 décimas, luego entre el 0,7 y el 0,8 dividimos nuevamente en 10 partes y cogemos 5 centésimas



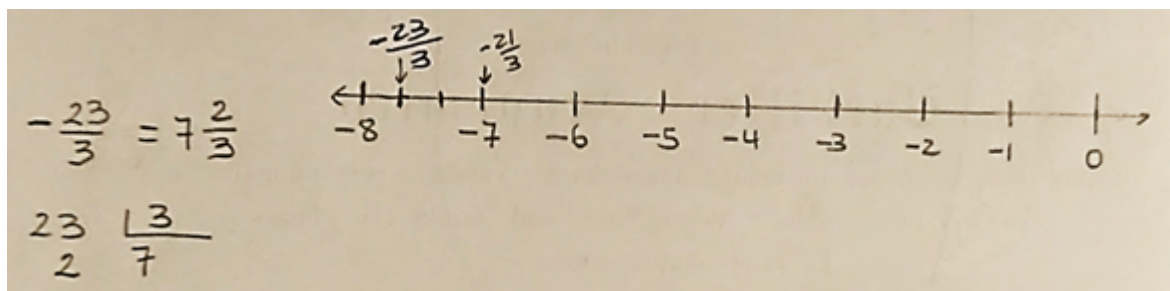
- Para ubicar una fracción en la recta: dividimos la unidad de acuerdo al denominador y se cogen tantas divisiones como indica el numerador.

En el ejemplo de $\frac{3}{4}$ dividimos la unidad en 4 partes iguales y cogemos 3 divisiones como se observa en la recta inferior del ejemplo anterior.

Para ubicar una fracción impropia (donde el numerador es mayor que el denominador) seguimos el mismo procedimiento pero ya estaríamos tomando más de una unidad. Ejemplo representar $\frac{8}{5}$ en la recta

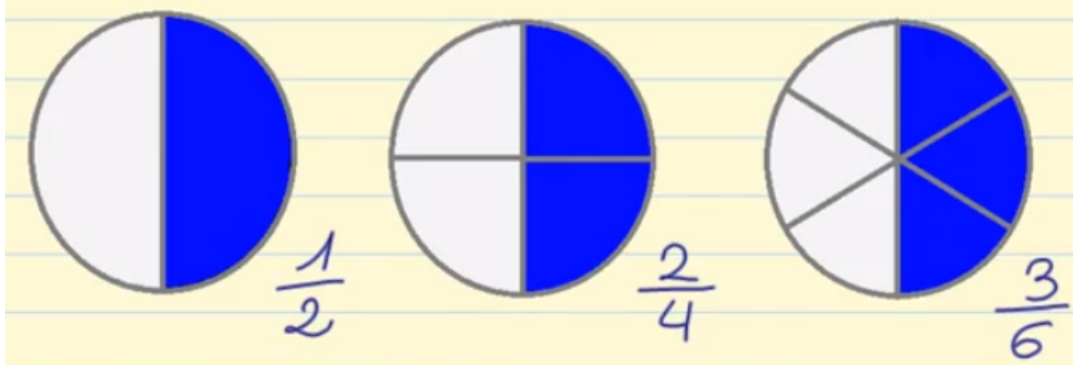


Para ubicar una fracción negativa procedemos de igual forma pero en dirección izquierda. Ejemplo ubicar $-\frac{23}{3}$ en la recta numérica



Fracciones equivalentes

Fíjate en la siguiente imagen:



La primera figura está dividida en dos partes y hemos coloreado una de ellas. Por lo tanto, su fracción será $\frac{1}{2}$.

La segunda figura la hemos dividido en 4 partes y hemos coloreado dos. Por lo tanto su fracción será $\frac{2}{4}$.

Y la tercera figura la hemos dividido en 6 partes y hemos coloreado 3, por lo que su fracción será $\frac{3}{6}$.

Si te fijas la parte coloreada en todas las figuras es la misma aunque las fracciones son diferentes.

Es decir, las tres fracciones dan el mismo resultado, son equivalentes.

¿Qué son las fracciones equivalentes?

Son aquellas fracciones que representan la misma cantidad.

¿Cómo sabemos si dos fracciones son equivalentes?

Lo son si los productos del numerador de una y el denominador de la otra son iguales, es decir, productos cruzados.

Vamos a ver unos ejemplos:

Comprobemos si $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$ son equivalentes.

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{10} \quad 2 \times 10 = 20 \quad 5 \times 4 = 20 \quad \checkmark$$

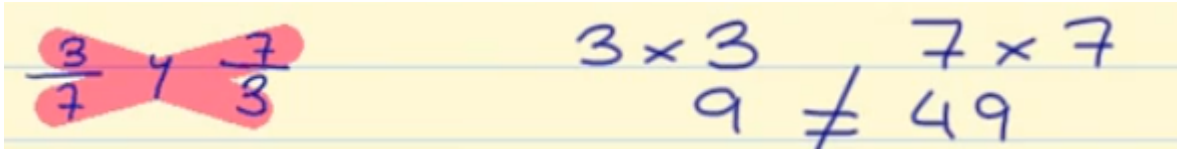
Para ello multiplicamos el numerador de una de las fracciones por el denominador de la otra.

$$2 \times 10 = 20$$

$$5 \times 4 = 20$$

Como el resultado es el mismo, podemos decir que $2/5$ y $4/10$ sí son fracciones equivalentes.

Ahora vamos a comprobar si $3/7$ y $7/3$ son fracciones equivalentes.


$$\frac{3}{7} \text{ y } \frac{7}{3} \quad 3 \times 3 = 9 \neq 49 = 7 \times 7$$

Para ello multiplicamos, como muestra la imagen:

$$3 \times 3 = 9$$

$$7 \times 7 = 49$$

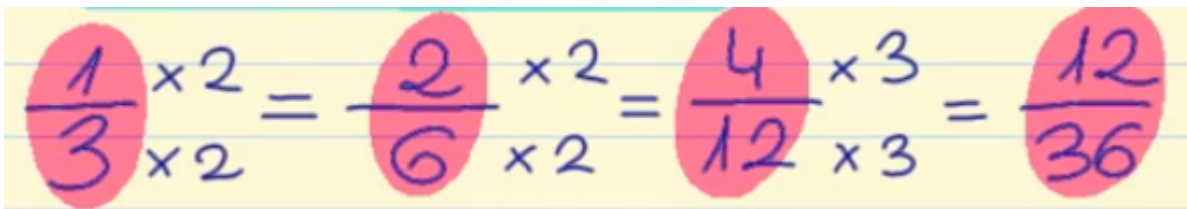
Como el resultado no es el mismo, podemos decir que $3/7$ y $7/3$ no son equivalentes.

¿Cómo podemos calcular fracciones equivalentes?

Por amplificación

Multiplicando numerador y denominador por el mismo número.

Por ejemplo, partiendo de la fracción $1/3$ y multiplicando el numerador y el denominador por el mismo número, podemos obtener diferentes fracciones equivalentes.


$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{6} \times 2 = \frac{4}{12} \times 3 = \frac{12}{36}$$

Si multiplicamos por 2: $1 \times 2 = 2$ $3 \times 2 = 6$

por lo tanto la fracción $2/6$ es equivalente a la fracción $1/3$

Si volvemos a multiplicar por 2: $2 \times 2 = 4$ $6 \times 2 = 12$

por lo tanto la fracción $4/12$ es equivalente a $1/3$ y a $2/6$

Si ahora multiplicamos por 3: $4 \times 3 = 12$ $12 \times 3 = 36$

por lo tanto $12/36$ es una fracción equivalente a $1/3$, a $2/6$, y a $4/12$

Tomado de la web;

<https://www.smartick.es/blog/maticas/fracciones/fracciones-equivalentes/>