بند1-1)) **النـهـايـات** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر مفهوم نهاية دالة عندما $x \to c$.

2) يعين نهاية دالة معطى بيانها عندما $x \to c$ (إن وجدت) .

3) يوجد جوار للعدد c وفق المعيار a .

الفترة المفتوحة	التمثيل على خط الأعداد	العدد في منتصف الفترة	بعد العدد عن طرفي الفترة	صورة أخرى للفترة المفتوحة
(6 , 2)				
$(4\frac{1}{2} , \frac{1}{2})$				
(2 , 0)				
(5 , 1)				
(2.2 , 1.8)				

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

التمهيد :

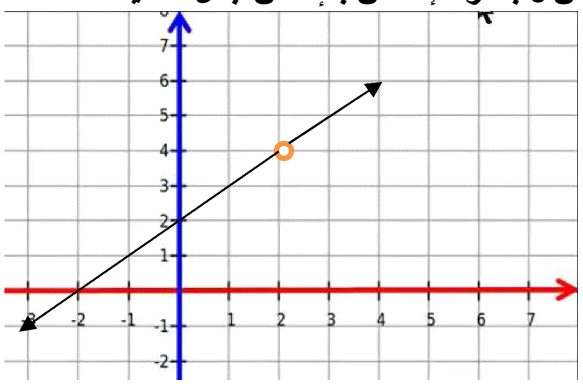
مناقشة ورقة العمل رقم (1) .

إذا كانت لدينا دالة معرّفة على فترة مفتوحة I من الأعداد الحقيقية وتحوي العدد c فإننا نقول إن هذه الدالة معرفة في جوار للعدد c (أي I تحوي جواراً للعدد c) .

أما إذا كانت الدالة معرّفة عند جميع عناصر الفترة I ولكنها غير معرفة عند العدد c نفسه فإن الدالة تكون معرفة في جوار ناقص للعدد c .

العرض :

تعريف (1): لتكن x كمية متغيرة ، c عدداً حقيقياً .نقول إن x تقترب من c باطراد إذا كان بالإمكان جعل الكمية $|x - c|$ أصغر من أي عدد حقيقي موجب.



مثال(1): لتكن الدالة : $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ (ورقة العمل 2)

a) أوجد مجال الدالة .

b) أكمل الجدول التالي .

x	.....	1.9	1.99	.....	.....	.....	2	....	.....	2.001	2.01	2.1	.....
$f(x$							غير معرف						

c) ماذا تلاحظ على قيم x ؟

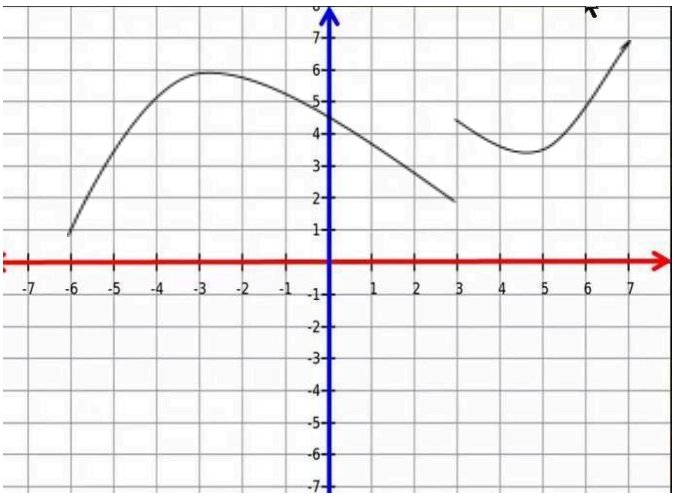
d) ماذا تلاحظ على قيم $f(x$ ؟

تعريف(2): ليكن c , L عددين حقيقيين , f دالة حقيقية معرفة في جوار أو جوار ناقص للعدد c نكتب :

$f(x) = L$ **و تعني أنه عندما تقترب x من c باطراد ، $x \neq c$ فإن قيم $f(x$ تقترب باطراد من L .**

مثال(1): من الشكل المجاور :

$f(x) =$



أسئلة موضوعية : على تعريف الجوار

إذا كانت f دالة معرفة على الفترة $[1, 5]$ أجب بصح أمام العبارة الصحيحة وخطأ أمام العبارة الخاطئة .

1) الفترة $[1, 5]$ تحوي جواراً لكل $x \in [1, 5]$ a b

2) الفترة $[1, 5]$ تحوي جواراً لكل $x \in (1, 5)$ a b

3) الفترة $(1, 5)$ تحوي جواراً لكل $x \in (1, 5)$ a b

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 16**

التطبيق : **حل تمارين صـ 9 ((1 - 2**

التقويم :

بند1-1)) **النـهـايـات** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر مفهوم نهاية دالة عندما $c^{+}x$.

2) يذكر مفهوم نهاية دالة عندما $c^{-}x$.

3) يحدد مفهوم وجود النهاية .

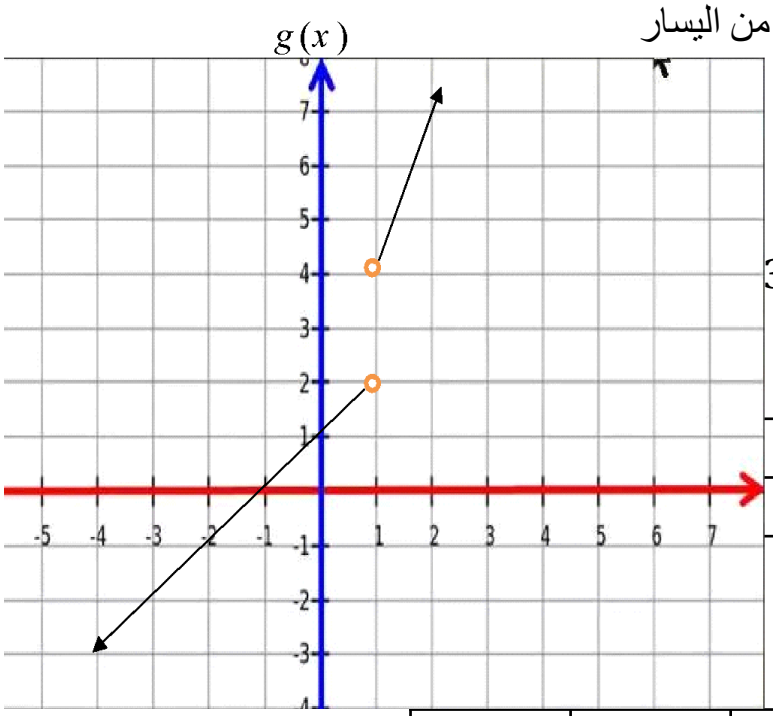
الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: النهاية من اليمين والنهاية من اليسار

التمهيد :

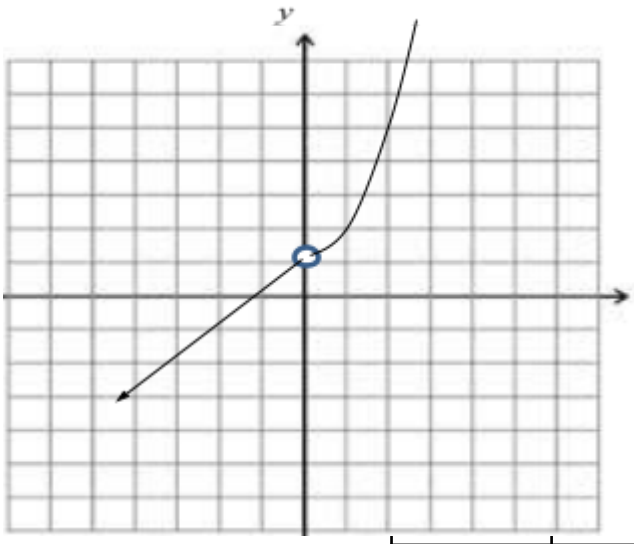
مناقشة ورقة العمل رقم (3) .

$$3x+1 : x>1 \quad x+1 : x<1$$



1.5	1.001	
x		

x	**0**	**0.5**	**0.99**
(g (x			



$$\{x^2 + 1 : x > 0 \quad x + 1 : x < 0$$

	0.5	0.01
x		

	0.5-	0.01-
f (x		

مما سبق نجد أن :

1) إذا كانت *x*) *f*) تؤول الى العدد (1) عندما *x* تقترب من العدد صفر من جهة اليمين نعبر عن ذلك بالصورة :

$f(x) = 1$ **وتسمى النهاية من جهة اليمين**

2) إذا كانت *x*) *f*) تؤول الى العدد (1) عندما *x* تقترب من العدد صفر من جهة اليسار نعبر عن ذلك بالصورة :

$f(x) = 1$ **وتسمى النهاية من جهة اليسار**

3) نلاحظ أن: $g(x) = 4 \quad g(x) = 2$ **,** **إذاً** $g(x) \neq g(x)$

4) نلاحظ أن: $f(x) = f(x) = 1$

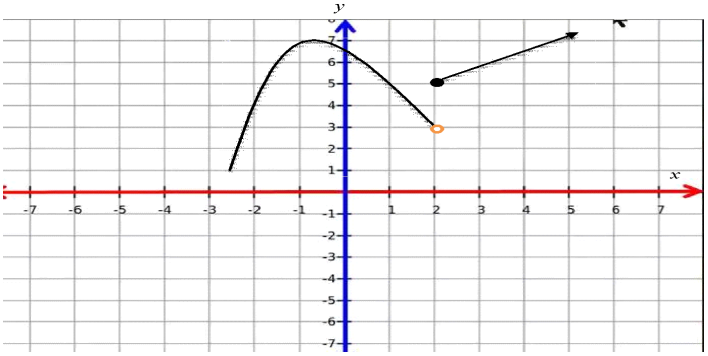
ملاحظة: إذا كانت $f(x) \neq f(x)$ **نقول أن نهاية** $f(x)$ **عندما** ***c*** ***x*** **غير موجودة**

العرض :

نظرية(1): بفرض أن $L, c \in R$

يكون للدالة f **نهاية عندما تقترب *x* من c إذا كانت النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار**

ويعبر عن ذلك : $f(x) = L \quad \leftrightarrow \quad f(x) = \quad f(x) \quad = L$



مثال(1): أوجد مايلي إن أمكن :

a) $f(x)$

b) $f(x)$

c) $f(x)$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 9**

التطبيق : **حل تمارين صـ 9 ((1 – 2-3**

التقويم :

بند1-1)) **النـهـايـات** **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد نهاية دالة ثابتة عندما ~~$cx \to$~~ **حيث** $x \in R$

2) يوجد نهاية الدالة $f(x) = x$ **عندما** ~~cx~~ **حيث** $x \in R$.

3) يذكر خصائص النهاية (نظرية 4).

4) يوظف النظريات 2 , 3 , 4 في حل بعض التمارين .

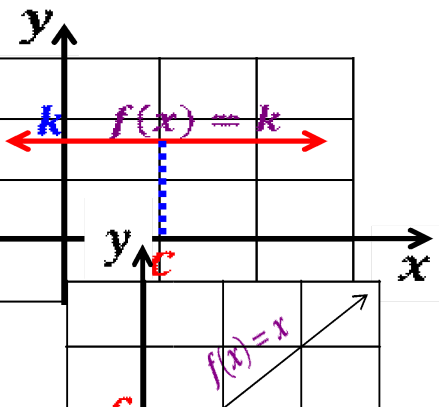
الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: لا يوجد

التمهيد :

مناقشة أاورق العمل السابقة .

العرض :



نظرية(2): إذا كانت f **دالة :** $k = f(x)$ **وكان** $k , c \in R$ **فإن** $f(x) = \quad k \quad = k$

نظرية(3): إذا كانت f دالة: $f(x) = x = c$ وكان $c \in R$ فإن $x = f(x)$

نظرية(4): إذا كانت $f(x) = L$ ، $g(x) = M$ $k, c \, M, L \in R$ فإن

a) قاعدة الجمع : $(f(x) + g(x)) = f(x) + g(x) = L + M$

b) قاعدة الطرح : $(f(x) - g(x)) = f(x) - g(x) = L - M$

c) قاعدة الضرب : $(f(x) \cdot g(x)) = f(x) \cdot g(x) = L \cdot M$

d) قاعدة الضرب في ثابت : $(k \cdot f(x)) = k \cdot f(x) = k \cdot L$

e) قاعدة القسمة : , $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ $M \neq 0$

مثال(1): بفرض أن : , $g(x) = -3$ $f(x) = 7$ **أوجد**

a) $(f(x) + g(x))$ **b)** $(f(x) \cdot g(x))$ **c)** $\left(\frac{8 f(x) \cdot g(x)}{f(x) + g(x)}\right)$

مثال(2): بنود موضوعية : 1) إذا كان $f(x) = \pi$ **فإن** $f(x)$ **دالة ثابتة** a b

2) إذا كانت $(f(x) + g(x))$ **موجودة فإن نهاية كل من** $f(x)$, $g(x)$ **عند c** x **موجودة** a b

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل(2) صـ 17**

التطبيق : **حل تمارين صـ 9 ((3**

التقويم :

بند1-1)) **النـهـايـات** **حصة(4)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد نهاية دالة كثيرة حدود .

2) يوجد نهاية دالة حدودية نسبية مقامها لا يساوي للصفر عند $x = c$ **.**

3) يوظف نظرية 5 لحساب نهايات بعض الدوال .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: لا يوجد

التمهيد :

مناقشة ورقة العمل رقم (4) .

العرض :

نظرية(5): (a إذا كانت: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ **دالة كثيرة حدود ،** $c \in R$ **فإن**

$$f(c)\, f(x) = = a_n c^n + a_{n-1} c^{n-1} + \dots + a_0$$

b) إذا كانت $f(x)$, $g(x)$ **كثيرتي حدود ،** $c \in R$ **فإن** $g(c) \neq 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(c)}{g(c)}$

مثال(1): أوجد :

a) $(x^3 - 3x + 5)$

b) $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$

$\frac{3x^2}{x^2-4}$ **c)**

مثال(2): إذا كانت :

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 5 & : x > 1 \\ \frac{-12}{x+3} & : x < 1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن : **a)** $f(x)$ $f(x)$ **b)**

مثال(3): إذا كانت :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & : x \geq 2 \\ 3x + 4 & : x < 2 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن : $f(x)$

بنود موضوعية : a b

1) $\frac{y^2+5y+6}{y+2} = 5$

2) $(kx + 3)$ a b $\rightarrow k = -1$

3) $\left(x^3 + 3x^2 - 2x - 17\right) =$

a **17** b **-** c **9** d **9 -**

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل(3) صـ 17 ، (4) صـ 19 ، (5) صـ 19**

التطبيق : **حل تمارين صـ 9 ((4 , 5 ، صـ 10 ((10**

التقويم :

بند1-1)) **الـنـهـايـات** **حصة(5)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد نهاية دالة تحوي رمز القيمة المطلقة عندما $x \to c$ **.**

2) يوظف قاعدة القوى في حساب نهايات بعض الدوال .

3) يوجد نهاية دالة تحوي جذر تربيعي . **4) يوجد نهاية دالة تحوي جذر تكعيبي .**

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: قاعدة القوى

التمهيد : **مناقشة ورقة العمل رقم (5) .**

العرض :

مثال(1): إذا كانت : $f(x) = |x - 2| + x$ **فأوجد إن أمكن :**

a) $f(x)$ **b)** $f(x)$ **c)** $f(x)$

نظرية(6): بفرض أن $f(x)$ **موجودة وكان** ***n*** **عدد صحيح موجب فإن:** **a)** $(f(x))^n = (f(x))^n$

b) (في حالة ***n*** **عدد زوجي ،** $\sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{x}$ ***c* > 0)**

c) (في حالة ***n*** **عدد زوجي ،** $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{f(x)}$ ***c* > 0)**

مثال(2): أوجد كلاً مما يلي إن أمكن:

a) $(x^3 - 3x + 1)^{100}$

b) $\sqrt[3]{x + 1}$

c) $\frac{\sqrt{x^2 - 3}}{3x - 4}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل(7) صـ 22**

التطبيق : **حل تمارين صـ 9 ((6 , 7 ، صـ 10 ((9**

التقويم :

بند1-1)) **الـنـهـايـات** **حصة(6)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر مفهوم العامل الصفري .

2) يذكر أن $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ تسمى صورة من صور الصيغ غير المعينة .

3) يوظف التحليل لإلغاء العامل الصفري المشترك بين البسط والمقام .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: العامل الصفري ، الصيغة غير المعينة .

التمهيد : مناقشة ورقة العمل رقم (6) .

العرض :

من ورقة العمل (1) السابقة وجدنا أن $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ لها نهاية عند $x\to1$

ويمكن إيجاد النهاية جبرياً باستخدام التحليل بالتعويض المباشر نجد أن البسط = صفر والمقام = صفر عند $x=1$ فإن $(x-1)$ عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

وتسمى $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ صورة من صور الصيغ غير المعينة .

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}=\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=x+1 \quad : \quad x\neq1$$

$$\therefore \frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1}(x+1)=1+1=2$$

إذا كان لدينا دالة نسبية وكانت نهاية المقام = صفر ونهاية البسط = صفر عندما $x\to c$

فإنه يوجد عامل صفري مشترك بين البسط والمقام وهو $(x-c)$.

ويمكن اختصار العامل الصفري من البسط والمقام بعدة طرق منها التحليل .

مثال(1): أوجد كلاً ممايلي إن أمكن :

(a $\frac{x^2-2x}{x^2-4}$

b) $\frac{(x+1)^3-1}{x^2-x}$

c) $\frac{2x-2}{|x-1|}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل(8) صـ 23**

التطبيق : **حل تمارين صـ 9 ((11 , 12 , 13 , 14**

التقويم :

بند1-1)) **الـنـهـايـات** **حصة(7)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوظف مفهوم العددين المترافقين لحساب النهاية لدالة معطاة .

2) يوظف التحليل لحساب النهاية لدالة معطاة.

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: العامل الصفري ، الصيغة غير المعينة .

التمهيد : مناقشة ورقة العمل رقم (7) .

العرض :

مثال(1): أوجد إن أمكن :

$$\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$$

مثال(2): أوجد إن أمكن :

$$\frac{x^2-9}{\sqrt[3]{x+3}}$$

مثال(3): أوجد إن أمكن :

$$\frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل(9) صـ 24**

التطبيق : **حل تمارين صـ 10 ((15 , 16 موضوعي صـ 12 ((10 , 13**

التقويم :

بند1-1)) **الـنـهـايـات** **حصة(8)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوظف القسمة التركيبية لحساب النهاية لدالة معطاة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: لا يوجد .

التمهيد : مناقشة ورقة العمل رقم (8) .

العرض :

مثال(1): أوجد إن أمكن :

$$\frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x - 2}$$

مثال(2): أوجد إن أمكن :

$$\frac{x^5 + 32}{x + 2}$$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل(10) صـ 26**

التطبيق : **حل تمارين صـ 10 ((17 , 18 , 19**

التقويم :

بند1-2)) نـهـايـات تشتمل على ∞ - , ∞ حصة(1)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد قيم بعض الدوال عندما تأخذ x قيماً موجبة كبيرة جداً $x \to \infty$.

2) يوجد قيم بعض الدوال عندما تأخذ x قيماً سالبة صغيرة جداً $x \to -\infty$.

3) يوجد النهاية المحددة لدالة عندما $x\to\infty$ بيانياً .

4) يوجد النهاية المحددة لدالة عندما $x\to-\infty$ بيانياً .

5) يستنتج نظرية 7 ونظرية 8 .

6) يحل تمارين على النهايات المحددة عندما $x\to\pm\infty$.

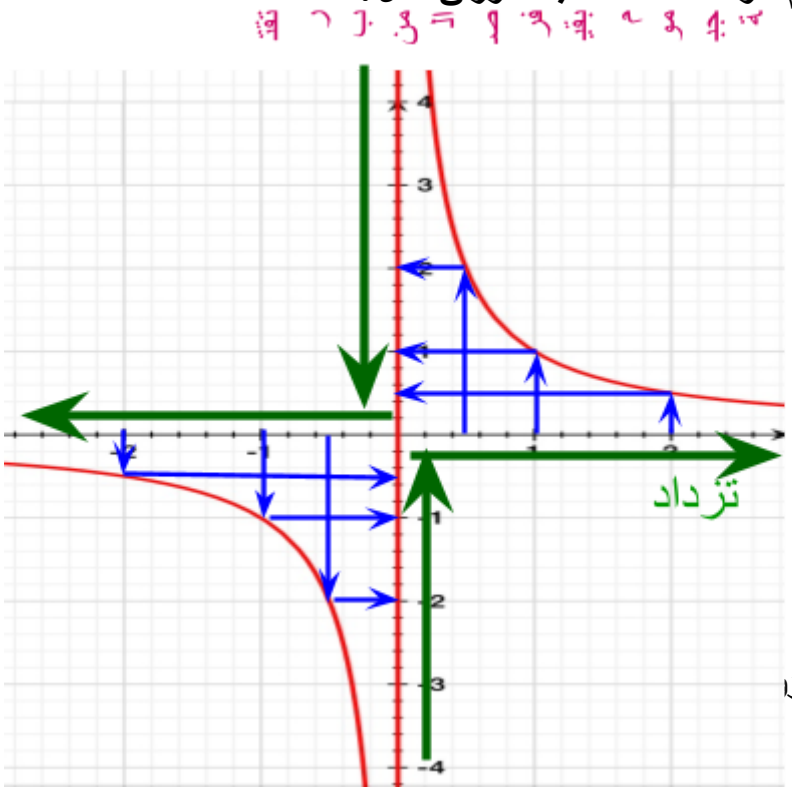
الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: لا يوجد .

التمهيد :

الشكل المقابل يمثل بيان الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$

أوجد $\frac{1}{x}$ ، $\frac{1}{x}$



العرض :

تعريف(3): **لتكن** f **دالة معرفة في الفترة** (a,∞) فإن :

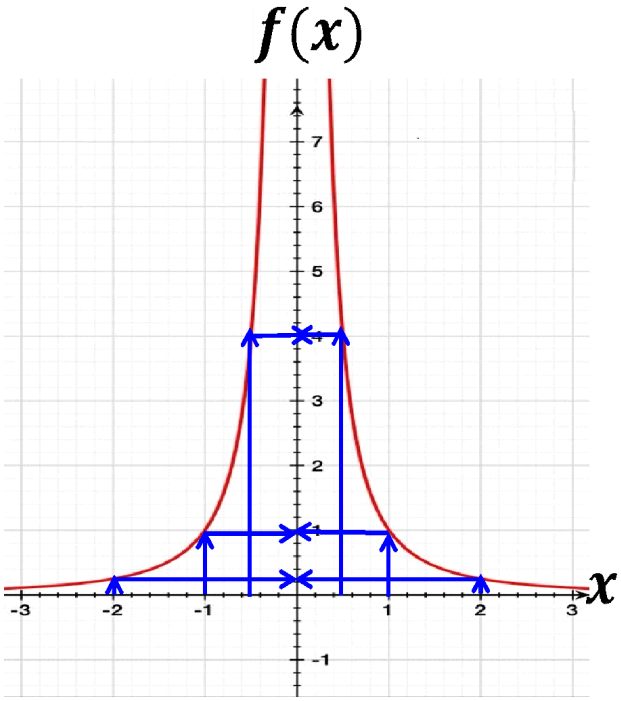
$$f(x)=\ l$$

يعني أن قيم $f(x)$ **تقترب باطراد من** l **عندما** x **تؤ**

تعريف(4): **لتكن** f **دالة معرفة في الفترة** $(-\infty\ ,\ a)$ فإن

يعني أن قيم $f(x)$ **تقترب باطراد من** l **عندما** x **تؤول إلى** $-\infty$

نظرية(7): **لتكن** $f(x)=\frac{1}{x}$ فإن $\frac{1}{x}=0$ ، $\frac{1}{x}=0$



الشكل المقابل يمثل بيان الدالة $f(x)=\frac{1}{x^2}$

أوجد $\frac{1}{x^2}$ ، $\frac{1}{x^2}$

نظرية(8): **لتكن** $f:\ f(x)=\frac{k}{x^n}\ ,k\in R,\ n\in z^+$ **فإن**

$$\frac{k}{x^n}=0\quad ،\quad \frac{k}{x^n}=0$$

ملاحظة: إذا كانت f **دالة :** $f(x)=k$ **و كان** k **عدداً حقيقياً فإن :**

$$f(x)=\ k\ =k\quad ،\quad f(x)=\ k\ =k$$

ملاحظة: إذا كانت l , m أعداداً حقيقية و كانت: $f(x) = l \quad , \quad g(x) = m$

فإن : $[f(x) + g(x)] = f(x) + g(x) = l + m$

وكذلك : $[f(x) - g(x)] = f(x) - g(x) = l - m$

وكذلك : $[f(x) . g(x)] = f(x) . g(x) = l . m$

وكذلك : $[f(x) \div g(x)] = f(x) \div g(x) = l \div m \quad , \quad m \neq 0$

وكذلك : $[k . f(x)] = k . f(x) = k . l \quad , \quad k \in R$

مثال(1): أوجد : $\frac{1}{x-2}$

مثال(2): أوجد : $\frac{2x-3}{x^2+1}$

مثال(3): أوجد : $\frac{3x^3-5x}{2x^2+x^3}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (1) (a , b , c) صـ 30**

التطبيق : **حل تمارين صـ 13 ((1 , 2 , 3 , 4**

التقويم :

بند1-2)) **نـهـايـات تشتمل على ∞ - , ∞** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يعرف النهاية غير المحددة (∞) تزايد الدالة بلا حدود عندما $x \to c$.

2) يعرف النهاية غير المحددة ($\infty -$) تناقص الدالة بلا حدود عندما $x \to c$.

3) يستنتج نظرية (9) .

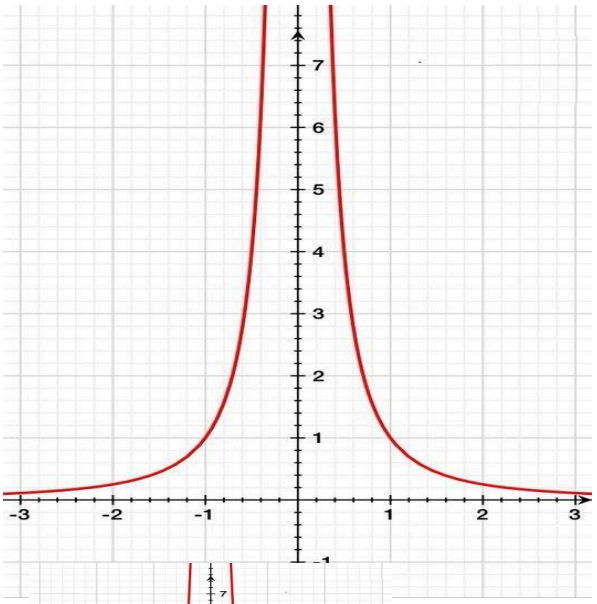
4) يذكر بعض الملاحظات على نظرية (9) .

5) يحل تمارين على النهايات غير المحددة ($\pm\infty$) عندما $x \to c$

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة ، أوراق عمل .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: لا يوجد .

التمهيد :



الشكل المقابل يمثل بيان الدالة $f(x)=\frac{1}{|x|}$

نلاحظ أن قيم $f(x)$ **تزداد بلا حدود كلما اقتربت** x

من الصفر سواء من جهة اليمين أو من جهة اليسار

أي أن : $\frac{1}{|x|} = \frac{1}{|x|} = \infty$

$\therefore \quad \frac{1}{|x|} = \infty$

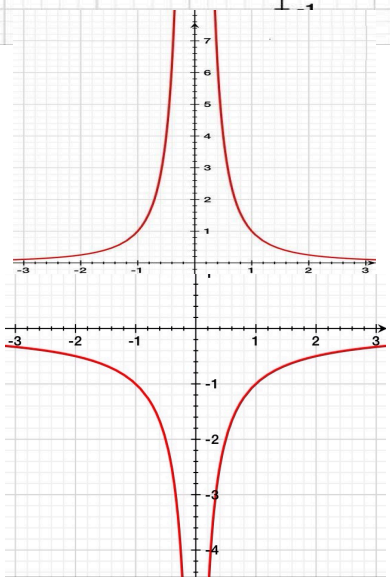
العرض :

تعريف(5): 1) **إذا كانت قيم** $f(x)$ **تزداد بلا حدود عندما تؤول** x **إلى** c

فإننا نعبر عن ذلك رياضياً كالتالي: $f(x) = \infty$

2) **إذا كانت قيم** $f(x)$ **تتناقص بلا حدود عندما تؤول** x **إلى** c

فإننا نعبر عن ذلك رياضياً كالتالي: $f(x) = -\infty$



نظرية(9): $f(x)=\infty \quad (f(x)=\infty \quad f(x)=\infty)$

$f(x)=-\infty \quad (f(x)=-\infty \quad f(x)=-\infty)$

ملاحظات: (1 إذا كان $f(x)=\pm\infty$ **وكان b عدد حقيقي فإن** $(f(x)+b)=\pm\infty$

(2 إذا كان $f(x)=\pm\infty$ **وكان b عدد حقيقي موجب فإن** $(b\,.\,f(x))=\pm\infty$

وإذا كان b عدد حقيقي سالب فإن $(b\,.\,f(x))=\mp\infty$

(3 إذا كان $g(x)=\infty$, $f(x)=\infty$ **فإن**

$[f(x)\,.\,g(x)]=\infty$ ، $[f(x)+g(x)]=\infty$

(4إذا كان $g(x)=-\infty$, $f(x)=-\infty$ **فإن**

$[f(x)\,.\,g(x)]=\infty$ ، $[f(x)+g(x)]=-\infty$

(5إذا كان $g(x)=\infty$, $f(x)=-\infty$ **فإن**

$[f(x).\,g(x)]=-\infty$

(5إذا كان $x \to \infty$ **فإن** $|x| = x$ ، **وإذا كان** $x \to -\infty$ **فإن** $|x| = -x$

مثال(1): أوجد : $\frac{1}{|x+3|}$

مثال(2): أوجد : $\frac{3}{|x+1|}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (2) صـ 33**

التطبيق : **حل تمارين صـ 13 ((5 , 6 , 7**

التقويم :

بند1-2)) **نـهـايـات تشتمل على** ∞ **,** $-\infty$ **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر نظرية (10) .

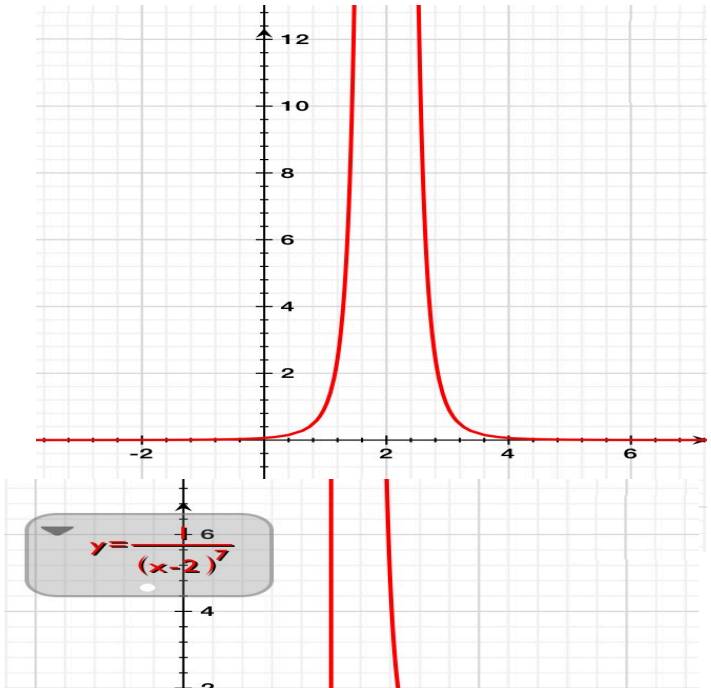
2) يحل تمارين على نظرية (10) .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: لا يوجد .

التمهيد :

الشكل المقابل يمثل بيان الدالة $f(x) = \frac{1}{(x-2)^4}$



نلاحظ أن : $\frac{1}{(x-2)^4} = \infty$

الشكل المقابل يمثل بيان الدالة $f(x) = \frac{1}{(x-2)^7}$

نلاحظ أن : $\frac{1}{(x-2)^7} = \infty$

وكذلك : $\frac{1}{(x-2)^7} = -\infty$

العرض :

نظرية(10): إذا كان n عدد صحيح زوجي موجب فإن : $\frac{1}{(x-c)^n} = \infty$

إذا كان n عدد صحيح فردي موجب فإن :

$\frac{1}{(x-c)^n} = -\infty$ $\quad$ $\frac{1}{(x-c)^n} = \infty$ $\quad$ **c ∈ R ,**

أمثلة على نظرية (10):

1) $\frac{1}{(x-4)^6} = \infty$

2) $\frac{1}{(x+4)^8} = \infty$

3) $\frac{1}{(x-4)^7} = \infty$

4) $\frac{1}{(x-4)^7} = -\infty$

مثال(1): أوجد : $\frac{1}{|x+3|}$

مثال(2): أوجد : $\frac{-3}{|x-1|}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (2) صـ 33**

التطبيق : **حل تمارين صـ 14 ((11 , 12**

التقويم :

بند1-3)) **صيغ غير معينة** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد نهاية دالة قوى على الصورة : $f(x) = a\,x^{n}$, $n \in z^{+}$, $a \neq 0$.

2) يوجد نهاية دالة حدودية عندما $x \to \pm\infty$.

3) يذكر بعض الصيغ غير المعينة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: صيغة غير معينة .

التمهيد :

إذا كانت f **دالة قوى على الصورة :**

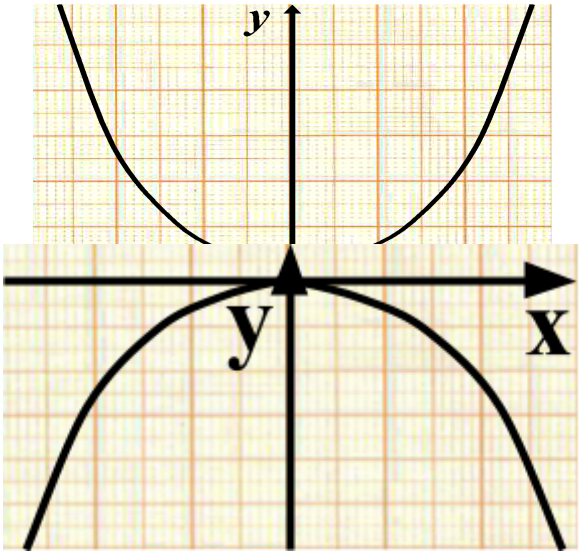
$f(x) = a\,x^{n}$, $n \in z^{+}$, $a \neq 0$.

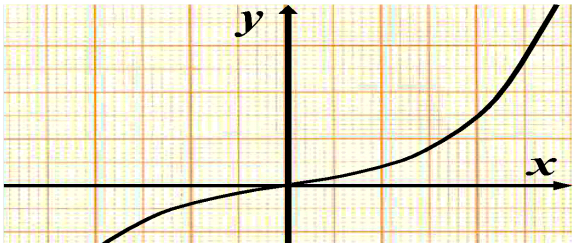
* **أكمل مايلي : n عدد زوجي ، a > 0**

$f(x) =$ ، $f(x) =$

** **أكمل مايلي : n عدد زوجي ، a < 0**

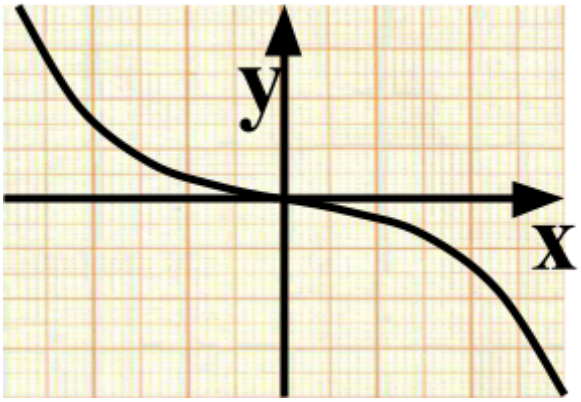
$f(x) =$ ، $f(x) =$





*** أكمل مايلي : n عدد فردي ، $a > 0$

$f(x) =$ ، $f(x) =$



**** أكمل مايلي : n عدد فردي ، $a < 0$

$f(x) =$ ، $f(x) =$

العرض :

الاستنتاج: **لتكن** $f(x) = a\,x^{n}$, $n \in Z^{+}$, $a \in R$

1) إذا كان n عدد زوجي فإن : $a\,x^{n} = \{ \infty \ , \ a > 0 \quad -\infty \ , \ a < 0$

2) إذا كان n عدد فردي فإن : $a\,x^{n} = \{ -\infty \ , \ a > 0 \quad \infty \ , \ a < 0$ ،

$a\,x^{n} = \{ \infty \ , \ a > 0 \quad -\infty \ , \ a < 0$

أمثلة: **(3** $(-x^{5}) = -\infty$ ، **(2** $(2x^{3}) = \infty$ ، **(1** $(-x^{5}) = -\infty$

ملاحظة: إذا كانت $f(x) = a_n x^{n} + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots\ldots + a_0$, $a_n \in R$

فإن $f(x) = a_n x^{n}$

إذا حسبنا نهاية دالة على الصورة : $\frac{f(x)}{g(x)}$ **أو** $(f(x) - g(x))$

فإننا نحصل على إحدى الصور التالية : $\frac{\infty}{\infty}$ **أو** $\frac{\infty}{-\infty}$ **أو** $\frac{-\infty}{\infty}$ **أو** $\frac{\infty}{\infty}$ **أو (∞ -∞)** **ونسميها صيغ غير معينة**

مثال(1): أوجد : $(3x^{2} - 5x + 4)$

مثال(2): أوجد : $(2x^{3} - 3x + 7)$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (1) صـ 37**

التطبيق : **حل تمارين صـ 15 ((1 , 2 , 3 , 4**

التقويم :

بند1-3)) صيغ غير معينة حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد نهاية دالة حدودية نسبية عند حسابها بالتعويض المباشر يعطي صيغة غير معينة.

2) يستنتج نظرية (11) .

3) يوظف النظرية في حل تمارين على النهايات .

4) يوظف النظرية في إيجاد قيمة بعض الثوابت.

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: صيغة غير معينة .

التمهيد :

ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة وظلل b إذا كانت العبارة خاطئة .

a b

$\left(5x^2 - 3x + 1\right) = \infty$

a b

$\left(7x^3 - 5x + 7\right) = \infty$

العرض :

إذا حسبنا نهاية دالة على الصورة : $\frac{f(x)}{g(x)}$ **أو** $(f(x) - g(x))$

فإننا نحصل على إحدى الصور التالية : $\frac{\infty}{\infty}$ **أو** $\frac{\infty}{-\infty}$ **أو** $\frac{-\infty}{\infty}$ **أو** $\frac{\infty}{\infty}$ **أو (∞ -∞) ونسميها صيغ غير معينة**

مثال(1): أوجد : $\frac{-3x^2+5x+1}{6x^2 - x+1}$

الإستنتاج : **أن درجة الحدودية في البسط = درجة الحدودية في المقام = 2**

الناتج (– 2) هو ناتج قسمة معامل x بأكبر قوة في البسط على معامل x بأكبر قوة في المقام

نظرية (11): إذا كانت كل من f , g دالة حدودية حيث :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots\ldots + a_0$$

$$g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \ldots\ldots + b_0$$ **فإن**

a) $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_m}$: $n = m$

a) $\frac{f(x)}{g(x)} = 0$: $n < m$

ملاحظة : تبقى النظرية صحيحة عندما $x \to -\infty$

مثال(2): استخدم النظرية 11)) في حساب كل من : $\frac{2x+1}{4x^3 - 2x+3}$

$\frac{4x^2 - 5x+7}{-2x^2 + 3x-1}$

مثال(3): أوجد قيمة كل من الثابتين a , b إذا كانت : $\frac{x-2}{ax^2 + bx - 3} = -1$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (2) صـ 39 ، (3) صـ 40**

التطبيق : **حل تمارين صـ 15 ((5 , 6 , 7 , 8 , 14 , 15**

التقويم :

بند1-3)) **صيغ غير معينة** **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يعيد تعريف دالة المطلق .

2) يوجد نهاية دالة نسبية تحوي جذر عندما $x \to \infty$.

3) يوجد نهاية دالة نسبية تحوي جذر عندما $x \to \infty$.

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: صيغة غير معينة .

التمهيد :

أوجد ناتج مايلي : $\sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}$

$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{2}{x}+\frac{5}{x^2}}}$

العرض :

مثال(1): أوجد : $\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$

مثال(2): أوجد : $\frac{3x-5}{\sqrt{ax^2+7x-2}}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (3) صـ 41**

التطبيق : **حل تمارين صـ 15 ((9 , 10**

التقويم

بند1-4)) **نـهـايـات بعض الدوال المثلثية** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يستنتج نـهاية الدالة : $f(x) = \sin sin\,(x)$ **بيانيا .**

2) يستنتج نـهاية الدالة : $f(x) = cos(x)$ **بيانيا .**

3) يستنتج $\frac{\sin sin\, x}{x}$ **من بيان الدالة** f **:** $f(x) = \frac{\sin sin\, x}{x}$ **.**

4) يستنتج $\frac{\sin sin\, ax}{bx}$ **حيث** a , b **عددان حقيقيان لا يساويان الصفر .**

5) يستنتج $\frac{bx}{sinax}$ **حيث** a , b **عددان حقيقيان لا يساويان الصفر .**

6) يوظف المفاهيم السابقة في حساب نـهايات لدوال مثلثية عند نقطة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: نهاية دالة مثلثية .

التمهيد :

ظلل a **إذا كانت العبارة صحيحة وظلل** b **إذا كانت العبارة خاطئة .**

1) $x)(1 + \cos cos\, x) = x$ a b

2) $2x = 2x$ a b

3) $x\,\cos \sin sin\, 2x = 2 \sin sin\, x$ a b

العرض :

من خلال تمثيل بيان الدالة: $f(x) = sin\,(x)$ **نستنتج أن** $sin\,(x) = 0$

من خلال تمثيل بيان الدالة: $f(x) = cos\,(x)$ **نستنتج أن** $cos\,(x) = 1$ **(حيث** x **بالراديان)**

نظرية(12): $\frac{sin\,(x)}{x} = 1$ **(حيث** x **بالراديان)**

نتيجة(1): إذا كان a , b عددين حقيقيين لا يساويان الصفر فإن :

$$\frac{sin\,(a\,x)}{b\,x} = \frac{a}{b} \quad ، \quad \frac{b\,x}{sin\,(a\,x)} = \frac{b}{a}$$ **(حيث x بالراديان)**

مثال تمهيدي: أوجد

$$\frac{sin\,x}{2\,x}$$

$$\frac{sin\,2\,x}{5\,x}$$

$$\frac{2\,x}{sin\,3\,x}$$

مثال(1): أوجد : $$\frac{sin^{2}\,x}{2\,x}$$

مثال(2): أوجد : $$\frac{x-3}{cos\,x}$$

مثال(3): أوجد : $$\frac{x^{2}}{1-cos\,x}$$

مثال(4): أوجد : $$\frac{1-cos\,2x}{sin\,2x}$$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (1 , 2) صـ 43 ، (3) صـ 43**

التطبيق : **حل تمارين صـ 17 ((1 , 3 , 8**

التقويم

بند1-4)) **نـهـايـات بعض الدوال المثلثية** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يستنتج $\frac{\tan tan\, x}{x}$ **من بيان الدالة** f **:** $f(x) = \frac{\tan tan\, x}{x}$

2) يستنتج $\frac{tan\, ax}{bx}$ **حيث** ***a , b*** **عددان حقيقيان لا يساويان الصفر .**

3) يوظف المفاهيم السابقة في حساب نهايات لدوال مثلثية عند نقطة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: نهاية دالة مثلثية .

التمهيد :

من خلال تمثيل بيان الدالة: $f(x) = tan\,(x)$ **نستنتج أن** $tan\,(x) = 0$ **(حيث *x* بالراديان)**

العرض :

نتيجة(2): $\frac{tan\, x}{x} = 1$ **(حيث *x* بالراديان)**

نتيجة(3): إذا كان ***a , b*** **عددين حقيقيين لا يساويان الصفر فإن :**

$\frac{tan\, ax}{bx} = \frac{a}{b}$ **(حيث *x* بالراديان)**

مثال تمهيدي: أوجد

$\frac{tan\, x}{2}$

$\frac{tan\, 2\, x}{5\, x}$

$\frac{tan\, x}{2\, x}$

مثال(1): أوجد : $\frac{tan\, x}{x}$

مثال(2): أوجد : $\frac{5\ tan\ x - 3\ sin\ x}{4\ x}$

مثال(3): أوجد : $\frac{5\ x + sin\ x}{x}$

مثال(4): أوجد : $\frac{cos\ x\ \ tan\ x - 2\ x\ cos\ x}{3\ x}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (1 , 2) صـ 44 ، (3 b) صـ 45**

التطبيق : **حل تمارين صـ 17 ((5 , 11**

التقويم

بند1-5)) **الإتـصــال** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يتعرف معنى اتصال دالة عند نقطة بيانياً .

2) يستنتج شروط إتصال الدالة f عند $x = c$ على مجالها .

3) يبحث إتصال الدالة f عند $x = c$ على مجالها .

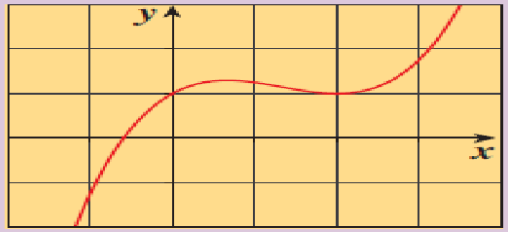
الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: الاتصال ، الانفصال ، الاتصال عند نقطة .

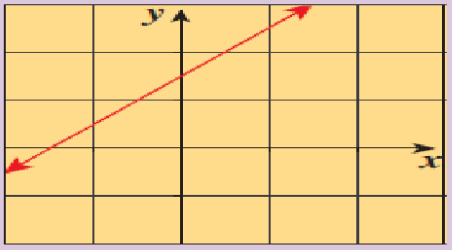
التمهيد :

البيانات التالية توضح منحنيات دوال مختلفة.

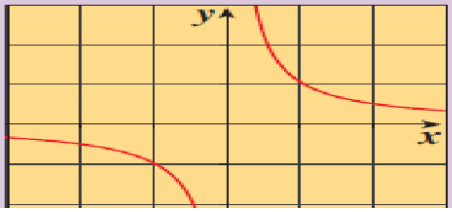
a



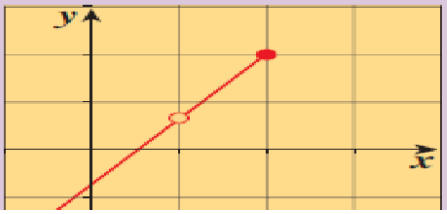
b



c

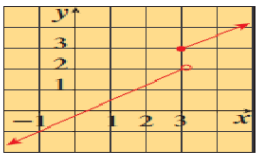


d



تدريب

1

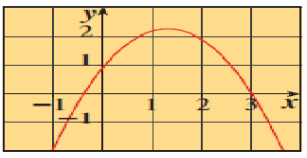


$\lim_{x \to 3} f(x)$ .....

$f(3)$ .....

ماذا تلاحظ؟

2

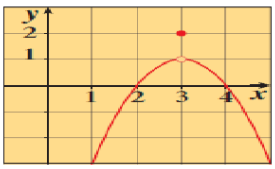


$\lim_{x \to 3} f(x)$ .....

$f(3)$ .....

ماذا تلاحظ؟

3

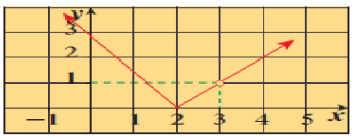


$\lim_{x \to 3} f(x)$ .....

$f(3)$ .....

ماذا تلاحظ؟

4



$\lim_{x \to 3} f(x)$ .....

$f(3)$ .....

ماذا تلاحظ؟

$f(x) - f(c)$

∴ تكون الدالة f ليست متصلة عند $x = c$ إذا تحقق أي شرط من الشروط الثلاث التالية :

1) الدالة غير معرفة عند $x = c$ أي أن $f(c)$ غير موجودة .

2) $f(x)$ غير موجودة .

3) $f(x) \neq f(c)$.

مثال(1): ابحث اتصال الدالة *f* عند *x* = 0 : $f(x) = \{ x + 5 : x \geq 0 \quad 5 - x : x < 0$

مثال(2): ابحث اتصال الدالة *f* عند : *x* = -1

$f(x) = \{ \frac{x^2 - 3x - 4}{x+1} : x \neq -1 \quad -1 : x = -1$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (1 , 2) صـ 50**

التطبيق : **حل تمارين صـ 19 ((1 , 2 , 3 تمارين موضوعية صـ 21 ((8 , 9**

التقويم

بند1-5)) الإتصـال حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر شروط اتصال دالة عند نقطة في مجالها .

2) يبحث إتصال دالة تحتوي على مطلق عند *x* = *c* في مجالها .

3) يبحث إتصال دالة جذرية عند $x = c$ على مجالها .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: الاتصال ، الانفصال ، الاتصال عند نقطة .

التمهيد :

حلل تحليلاً تاماً : $x^3 - x$ ، $x^3 - 8$

أعد تعريف الدالة : $f(x) = |x - 1|$

أوجد إن أمكن : $\sqrt{2x + 3}$

$\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$

العرض :

مثال(1): ابحث اتصال الدالة f عند : $x = -1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$$

مثال(2): ابحث اتصال الدالة f عند : $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+3x} - 2}{x-1} & : x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & : x = 1 \end{cases}$$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل (3) صـ 51**

التطبيق : **حل تمارين صـ 19 ((7 , 8 , 9 تمارين موضوعية صـ 21 ((3 , 4**

التقويم:

بند1-5)) الإتصـــال حصة(3)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يتعرف أنواع الانفصال من خلال الرسم .

2) يوجد نقاط الانفصال للدالة ويحدد نوع الانفصال .

3) يوجد قيمة أحد الثوابت في الدالة بحيث تصبح متصلة عند $x = c$.

4) يحل تمارين متنوعة .

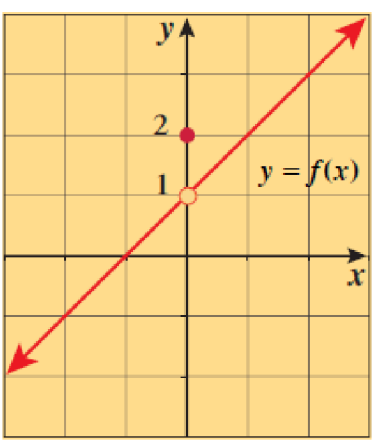
الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

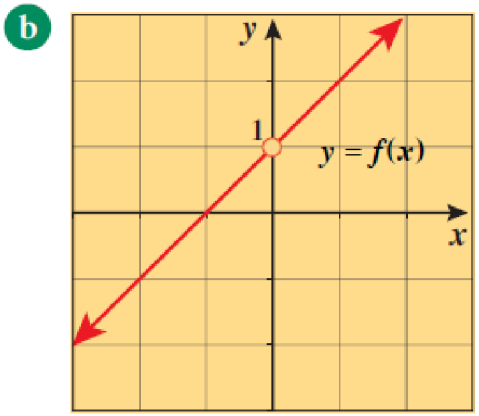
الألفاظ والمفردات الجديدة: الانفصال ، أنواع الانفصال ، نقاط الانفصال .

التمهيد : **أنواع الانفصال :**

(1انفصال يمكن التخلص منه من خلال إعادة تعريف الدالة عند x = 0 وذلك بوضع

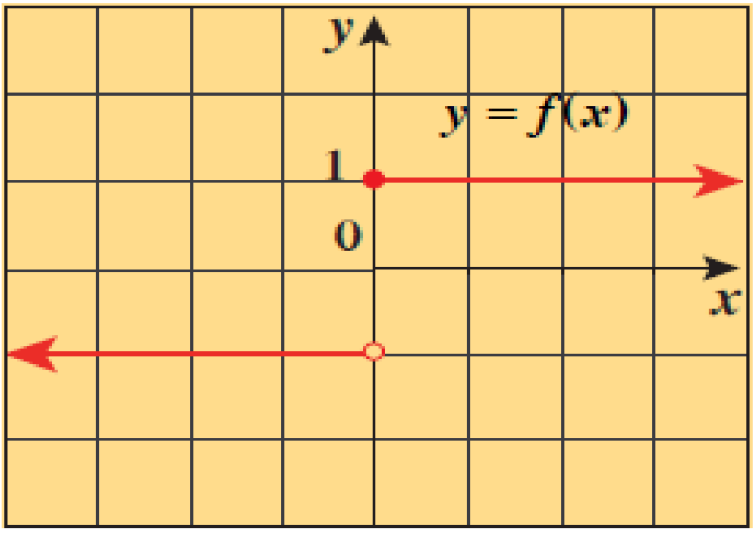
$$f(x) = f(0)$$

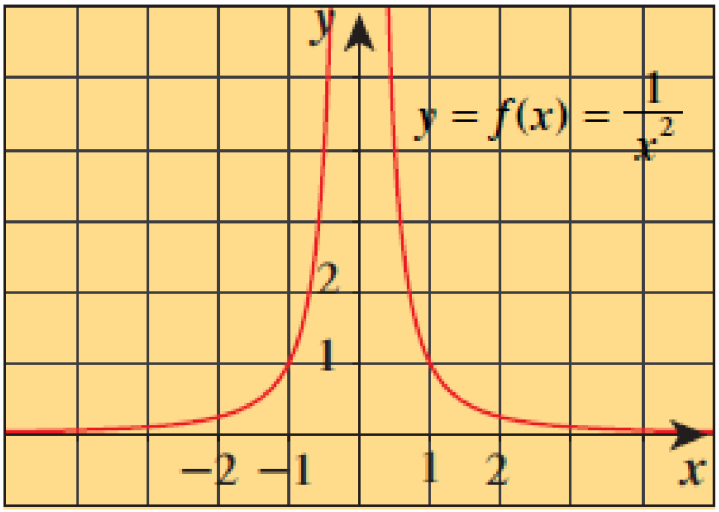




(1انفصال نتيجة قفزة : لا توجد طريقة لإصلاح هذا الوضع حيث النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

(1انفصال لا نهائي : لا توجد طريقة لإصلاح هذا الوضع حيث النهاية غير موجودة





مثال(1): أوجد نقاط الإنفصال للدالة ثم حدد نوع الإنفصال :

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 4x + 3}$$

مثال(2): هل للدالة نقاط إنفصال ؟ فسر إجابتك ؟

$$f(x) = \sqrt[3]{2x - 1}$$

مثال(3): أوجد قيمة a بحيث تصبح الدالة التالية متصلة عند $x = 3$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & : x < 3 \\ 2ax & : x > 3 \end{cases}$$

التقييم : **متابعة الطلاب في حل تمارين صـ 51 (16 , 17)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 20 ((10 , 11 , 12 , 13**

التقويم:

بند1-6)) **نظريات الإتـصــال** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يتوصل من خلال الرسم البياني إلى بعض خواص الدوال المتصلة.

2) يتعرف بعض الدوال المتصلة .

3) يستخدم خواص الدوال المتصلة في حل مسائل على الاتصال .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: دالة متصلة .

التمهيد : **لتكن الدالة :** $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

والدالة : $g(x) = |x - 2|$

والدالة : $q(x) = x^2 - 5$

من خلال رسم الدوال الثلاثة نجد أنها متصلة عند $x = 2$

أيضاً عند رسم الدوال $t(x) = (f + q)(x)$ ، $p(x) = (f . q)(x)$ نلاحظ أنها متصلة عند $x = 2$

أما عند رسم الدالة : $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ نجد أنها ليست متصلة عند $x = 2$ لأن $h(x)$ غير معرفة عند $g(2) = 0$ ($x = 2$)

العرض :

نظرية (14): خواص الدوال المتصلة

إذا كانت f , g دالتين متصلتين عند $x = 2$ فإن الدوال التالية هي دوال متصلة عند $x = 2$

1) الجمع $f + g$

2) الطرح $f - g$

3) الضرب $f . g$

4) الضرب في ثابت $k \in R$, $k . f$

5) القسمة $\frac{f}{g}$, $g(c) \neq 0$

دوال متّصلة — Continuous Functions

1. الدالة $f : f(x) = k$ حيث k ثابت متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$.
2. الدالة كثيرة الحدود متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$.
3. الدالة الحدودية النسبية $\frac{f}{g}$ متصلة عند كل عدد حقيقي c في مجالها أي $c \in D$.
4. الدالة $f : f(x) = |x|$ متصلة عند كل $c \in \mathbb{R}$.
5. الدوال المثلثية متصلة عند كل عدد حقيقي c في مجالها أي $c \in D$.

مثال(1): ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$: $f(x) = x^2 + 3x + |x|$

مثال(2): **ابحث اتصال الدالة f عند $x = \frac{\pi}{4}$:** $f(x) = \frac{\tan x}{x+1}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 55 (1 , 2)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 23 ((1 , 2 , 3 موضوعي صـ 24 ((1 , 2 , 3 , 6 , 7**

التقويم:

بند1-6)) **نظريات الإتـصــال** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر نظرية اتصال الدوال الجذرية عند نقطة .

2) يحل تمارين على اتصال الدوال الجذرية عند نقطة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: اتصال الدالة الجذرية عند نقطة .

التمهيد : **لتكن الدالة :** $f(x) = \sqrt{x}$

والدالة : $g(x) = \sqrt[3]{x}$

والدالة : $q(x) = \sqrt{x - 5}$

من خلال رسم الدوال الثلاثة ندرس اتصال كل منها عند $x = 6$

العرض :

اتصال الدوال الجذرية عند نقطة

نظرية (15)

a) الدالة الجذرية $y = \sqrt[n]{x}$ متصلة عند كل $x = c \; ; c \in \mathbb{R}^+$ ، n عدد صحيح زوجي موجب،

ومتصلة عند كل $x = c \; ; c \in \mathbb{R}$ ، n عدد صحيح فردي أكبر من 1.

b) إذا كانت f دالة متصلة عند $x = c$ وكانت $f(c) > 0$

فإن الدالة: $g(x) = \sqrt{f(x)}$ متصلة عند $x = c$

مثال(1): ابحث اتصال الدالة f عند $x = -2$: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$

مثال(2): ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$: $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{x^2 + 1}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 56 (3)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 23 ((4 , 5 موضوعي صـ 24 ((4 , 5 , 11 , 12**

التقويم:

بند1-6)) **نظريات الإتصـال** **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر مفهوم الدالة المركبة .

2) يذكر شرط ايجاد الدالة المركبة .

3) يوجد دالة تركيب دالتين .

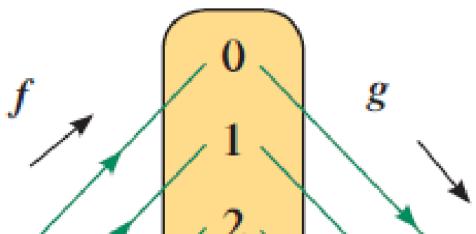
الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: الدالة المركبة ، تركيب دالتين .

التمهيد : **لتكن الدالة :** $f(x) = 3x + 2$

أوجد $f(3)$ ، $f(0)$ ، $f(a)$ ، $f(x+1)$

العرض :



لتكن الدالة : $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow R$

حيث $f(x) = x - 1$

لتكن الدالة : $g: \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow R$

حيث $g(x) = 3x + 1$

أوجد $f(4)$ ، $f(3)$ ، $f(2)$ ، $f(1)$

أوجد $g(3)$ ، $g(2)$ ، $g(1)$ ، $g(0)$

نرمز للدالة الجديدة بالرمز $g\ f$ **وتقرأ g بعد f**

<u>الدالة المركبة</u> : إذا كانت كل من f , g **دالتين حقيقيتين وكان مدى الدالة** f **مجموعة جزئية من مجال الدالة g فإنه يتعين دالة مركبة :** $h(x) = (g\ f)(x) = g(f(x))$ ***h***

<u>مثال(1):</u> لتكن $f(x) = -x + 2$ ، $g(x) = x^2 - 3$

a) أوجد $(g\ f)(x)$

b) $(g\ f)(-1)$

c) $(f\ g)(x)$

d) $(f\ g)(-1)$

<u>مثال(2):</u> لتكن $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$ ، $g(x) = \frac{3}{x^2 + 4}$

a) أوجد $(g\ f)(x)$

b) $(g\ f)\left(\sqrt{3}\right)$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 58 (4 , 5)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 23 ((6 , 7 , 8 موضوعي صـ 24 ((8 , 9 , 10**

التقويم:

بند1-6)) **نظريات الإتـصــال** **حصة(4)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر نظرية 16 .

2) يبحث اتصال دالة تركيب دالتين .

3) يستخدم النظرية في بحث اتصال تركيب دالتين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: اتصال الدالة المركبة .

التمهيد : **ابحث اتصال الدوال التالية :**

a) $f(x) = |x|$ **عند** $x = -3$

b) $f(x) = \sqrt{x}$ **عند** $x = 7$

c) $f(x) = x^2 - 3x + 5$ **عند** $x = -3$

العرض :

نظرية (16): إذا كانت f متصلة عند c ، و g متصلة عند $f(c)$ فإن الدالة المركبة $g\,f$ متصلة عند c

مثال(1): لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$

ابحث اتصال الدالة $(g\,f)(x)$ عند $x = -2$

مثال(2): ابحث اتصال الدالة $f(x) = |\sqrt{x-3}|$ عند $x = 4$

التقييم : متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 60 (6) ، صـ 61 (7)

التطبيق : حل تمارين صـ 24 ((9 , 10 , 11

التقويم:

بند1-7)) **الإتصـــال على فترة** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر متى تكون الدالة متصلة على فترة مفتوحة .

2) يذكر متى تكون الدالة متصلة علي فترة مغلقة .

3) يدرس اتصال دالة على فترة مفتوحة .

4) يدرس اتصال دالة على فترة مغلقة .

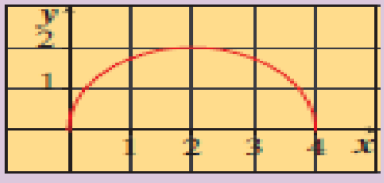
الوسائل التعليمية: السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .

الألفاظ والمفردات الجديدة: الاتصال على فترة .

التمهيد :

دعنا نفكر ونتناقش

لتكن الدالة f ، $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$ معرّفة على الفترة $(0, 4)$



a) ابحث اتصال f عند $x = 2$, $x = 1$

b) هل f متصلة عند $x = 0$ من جهة اليمين؟

c) هل f متصلة عند $x = 4$ من جهة اليسار؟

d) هل توجد نقاط تنتمي إلى الفترة $(0, 4)$ لا تكون فيها الدالة f متصلة؟

العرض :

تعريف: لتكن الدالة f معرفة على الفترة (a, b) فإننا نقول أن الدالة f متصلة على الفترة المفتوحة (a, b)

إذا كانت f متصلة عند كل x تنتمي للفترة المفتوحة (a, b)

تعريف: لتكن الدالة f معرفة على الفترة $[a, b]$ فإننا نقول أن الدالة f متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$

إذا تحققت الشروط الثلاثة التالية:

(1 الدالة f متصلة على الفترة المفتوحة (a, b)

(2 الدالة f متصلة عند $x = a$ من جهة اليمين أي أن $f(x) = f(a)$

(3 الدالة f متصلة عند $x = b$ من جهة اليسار أي أن $f(x) = f(b)$

ملاحظات: أولا: إذا تحقق الشرطان (1) , (2) من التعريف 10)) نقول إن الدالة f متصلة علي $[a, b)$.

ثانيا : إذا تحقق الشرطان (1) , (3) من التعريف 10)) نقول إن الدالة f متصلة علي $(a, b]$

ثالثا : تبقى النظرية(14)صحيحة إذا استبدلنا النقطة بفترة بحيث تكون هذه الفترة مجموعة جزئية من مجال الدالة .

رابعا : إذا كانت الدالة متصلة على فترة ما فإنها متصلة على أي فترة جزئية منها .

خامسا : إذا كانت الدالة متصلة على كل من الفترتين $[c, b]$ ، $[a, c]$ فإن الدالة متصلة على $[a, b]$

سادسا : يبقى التعريف (10) صحيحا في حالة الفترات علي الصورة $[a, \infty)$, $(-\infty, b]$.

مثال(1): ادرس اتصال الدالة : $f(x) = x^2 + 2x - 3$ على الفترة $[-2, 5]$

مثال(2): ادرس اتصال الدالة : $f(x) = \frac{7x}{x^2 + 5}$ على الفترة $[1, 3]$

مثال(3): ادرس اتصال الدالة : $f(x) = \frac{-x + 3}{x^2 - 5x + 4}$ على الفترة $[-2, 6]$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 62 (1)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 26 ((1 , 2 , 3 , 4**

التقويم:

بند1-7)) **الإتصـــال على فترة** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر متى تكون الدالة متصلة علي يمين العدد .

2) يذكر متى تكون الدالة متصلة علي يسار العدد.

3) يوجد قيمة مجهول متى كانت دالة متصلة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: الاتصال على فترة .

التمهيد :

ظلل (a) **إذا كانت العبارة صحيحة وظلل** (b) **إذا كانت العبارة خاطئة .**

1) إذا كانت f دالة متصلة على كل من [3 , 5] , [1 , 3) فإن f متصلة على [1 , 5] (a) (b)

2) الدالة : $f(x) = x^2 - |x|$ متصلة لكل قيم $x \in R$ (a) (b)

3) الدالة : $f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$ متصلة على (- ∞ , 0) (a) (b)

العرض :

مثال(1): ادرس اتصال الدالة f على الفترة [1 , 5] :

$$f(x) = \begin{cases} 2 & : x = 1 \\ \frac{x^2+1}{x} & : 1 < x < 5 \\ \frac{26}{5} & : x = 5 \end{cases}$$

مثال(2): **ادرس اتصال الدالة f على مجالها :**

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : x < 1 \\ -x + 2 & : 1 \leq x < 3 \\ 1 & : x \geq 3 \end{cases}$$

مثال(3): **لتكن الدالة f :**

$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$$

متصلة على [1 , 4] . أوجد قيم الثابتين a , b

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 63 (2) ، صـ 64 (3) ، صـ 65 (4)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 26 ((5 , 6 , 7 , 8 , 9 ، صـ 27 ((10 , 11**

التقويم:

بند1-7)) **الإتـصــال على فترة** **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر متى تكون الدالة $f(x)=\sqrt{g(x)}$ متصلة على فترة .

2) يبحث اتصال تركيب دالتين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: الاتصال على فترة .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت f دالة متصلة على [-2 , 3] فإن :

a) $f(x)=f(3)$ b) $f(x)=f(x)$

c) $f(x)=f(-2)$ d) $f(x)=f(-2)$

العرض :

تعميم: إذا كانت الدالة g متصلة على فترة ما ، $g(x)\geq 0$ في هذه الفترة فإن الدالة $f(x)=\sqrt{g(x)}$ متصلة على هذه الفترة .

مثال(1): لتكن الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-7x+10}$:

أوجد D_f (مجال الدالة f) ثم ادرس اتصال الدالة f على [6 , 10]

مثال(2): **لتكن الدالة** $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ **: f**

أوجد D_f (مجال الدالة f) ثم ادرس اتصال الدالة f على [1 , 3]

مثال(3): **لتكن الدالة** $f(x) = \sqrt[3]{-x^2 + 2x + 5}$ **: f**

ادرس اتصال الدالة f على R

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 66 (5 , 6) ، صـ 67 (7)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 27 ((12 , 13 , 14 , 15 , 16**

التقويم:

بند2-1)) **معدلات التغير وخطوط المماس** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يدرك مفهوم التغير في الدالة ومعدل التغير ومتوسط معدل التغير .

2) يحسب السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية .

3) يوجد ميل المماس لمنحنى الدالة عند نقطة .

4) يوجد معدل التغير للدالة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: معدل التغير - السرعة اللحظية - السرعة المتوسطة .

التمهيد :

دعنا نفكر ونتناقش

أظهرت التجارب أن المسافة التي يقطعها جسيم سقط سقوطًا حرًّا من السكون نحو سطح الأرض تعطى بالعلاقة: $d(t) = 4.9t^2$ حيث d المسافة بالمتر (m)، t الزمن بالثواني (s) (قانون جاليليو).

فإذا سقط جسيمًا سقوطًا حرًّا من مرتفع، أوجد بعد مرور ثانيتين من السقوط:

a) التغير في الزمن.

b) التغير في المسافة.

c) السرعة المتوسطة $\overline{v}$: $\overline{v} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}}$

السرعة المتوسطة $= \frac{\text{التغير في المسافة}\ \Delta d}{\text{التغير في الزمن}\ \Delta t}$

فعندما يتحرك جسيم في خط مستقيم خلال فترة زمنية صغيرة جداً مقدارها h فإنه عندما $t = t_1$ يكون الجسيم عند الموقع $(d(t_1)$ وعندما $t = t_1 + h$ يكون الموقع هو $d(t_1 + h)$ ويكون متوسط سرعة الجسيم خلال تلك الفترة

$$\overline{v} = \frac{d(t_1 + h) - d(t_1)}{h}$$

وعندما تؤول h إلى الصفر نحصل على السرعة اللحظية

∴ يمكن أن نعرف السرعة اللحظية v عند الزمن t_1 كالتالي :

$$v = \overline{v} = \frac{d\left(t_1 + h\right) - d\left(t_1\right)}{h}$$ **بشرط أن تكون النهاية موجودة .**

متوسط معدل التغير للدالة y : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f\left(x_2\right) - f\left(x_1\right)}{x_2 - x_1}$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة (P(a , $f(a$)) إن وجد : $m = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

معدل التغير لدالة f عند النقطة (P(a , $f(a$)) إن وجد : $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

<u>الناظم</u> : هو المستقيم العمودي على مماس المنحنى عند نقطة ما

<u>مثال(1):</u> أوجد ميل المماس للقطع المكافئ : $y = (x - 2)^2 + 2$ **عند النقطة (A (1 , 3**

<u>مثال(2):</u> أوجد ميل المماس للدالة : $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ **عند** $x = 2$

<u>التقييم :</u> **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 79 (1)**

<u>التطبيق :</u> **حل تمارين صـ 33 ((1 , 2 , 3 , 4**

<u>التقويم:</u>

بند2-2)) **الـمـــشـــــتـقـة** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يعرف المشتقة عند نقطة.

2) يعرف الصيغة البديلة للمشتقة عند نقطة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: المشتقة عند نقطة .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة: (1ميل مماس منحنى الدالة : $f(x) = 9 - x^2$ عند $x = 2$ هو

a **5** b **5** c **4** d **4 -**

(2ميل مماس منحنى الدالة : $f(x) = \frac{-1}{x-1}$ عند $x = 0$ هو

a **1-** b **2** c **1** d **0**

العرض :

تعريف: مشتقة الدالة f عند $x = a$ هي : $f'(a)$: $f'(a) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ شرط وجود النهاية .

مثال(1): بإستخدام التعريف أوجد مشتقة الدالة : $f(x) = 3x^2$ عند $x = -2$

تعريف (بديل): مشتقة الدالة f عند $x = a$ هي : $f'(a) = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ شرط وجود النهاية .

مثال(2): أوجد مشتقة الدالة : $f(x) = 2x^3$ عند $x = 1$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 80 (1) ، صـ 81 (2)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 35 ((1 , 2**

التقويم:

بند2-2)) **الـمـــشـــــتـقـة** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد مشتقة دالة معرفة بقاعدتين (المشتقة من جهة اليمين ومن جهة اليسار) .

2) يذكر متى تكون للدالة مشتقة عند نقطة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: المشتقة من جهة واحدة .

التمهيد :

ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة و b إذا كانت خاطئة:

(1الدالة : $f(x) = x \mid x \mid$ **غير قابلة للاشتقاق** $\forall\ x \in R$ a b

(2الدالة : $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4x - 5}$ **غير قابلة للاشتقاق عندما** $x = -1$ **فقط** a b

العرض :

المشتقة من جهة واحدة:

مشتقة الدالة f **من اليمين يرمز لها بالرمز** $f_+`(a)$ **:** $f_+`(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ **إن وجدت .**

مشتقة الدالة f **من اليسار يرمز لها بالرمز** $f_-`(a)$ **:** $f_-`(a) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ **إن وجدت .**

يكون للدالة مشتقة عند نقطة إذا وفقط إذا كانت المشتقتان لجهة اليمين ولجهة اليسار موجودتين ومتساويتين .

مثال(1): لتكن f : $f(x) = \{ x^2 + 2x : x \leq 1 \quad 4x - 1 : x > 1$ ابحث قابلية الإشتقاق عند $x = 1$

مثال(2): لتكن f : $f(x) = \mid x - 2 \mid$ ابحث قابلية الإشتقاق عند $x = 2$

مثال(3): لتكن f : $f(x) = \begin{cases} x^3 & : x \leq 1 \\ x & : x > 1 \end{cases}$ ابحث قابلية الإشتقاق عند $x = 1$

التقييم : متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 82 (3) ، صـ 83 (4)

التطبيق : حل تمارين صـ 35 ((3 , 4

التقويم:

بند2-2)) **المـــشـــــتقـة** **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) تدرس قابلية الاشتقاق على فترة .

2) يبحث فيما اذا كانت مشتقة الداله موجودة أو غير موجودة .

3) يذكر حالات المماس .

4) تذكر العلاقة بين الاتصال والاشتقاق .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: الركن ، الناب .

التمهيد :

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت خاطئة:

(1الدالة : $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & : x \leq 1 \\ x^2 - 9 & : x > 1 \end{cases}$ **قابلة للاشتقاق عند** $x =$ **(a) (b)**

العرض :

ملاحظات:

- إذا كانت الدالة $y = f(x)$ قابلة للاشتقاق عند كل $x : x \in (a,b)$، فإننا نقول إن الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة (a,b).
- إذا كانت الدالة $y = f(x)$ قابلة للاشتقاق عند كل نقطة في الفترة $(-\infty,\infty)$، فإننا نقول إن الدالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.
- إذا وضعنا x بدلًا من a في تعريف المشتقة عند النقطة نحصل على $f'(x)$ حيث $f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
  ويمكن أن نرمز للمشتقة بأحد الرموز التالية: $y', f'(x), \frac{d}{dx}(f(x)), \frac{dy}{dx}$
- لأيّ دالة f تكون f' دالة أخرى مجالها مكوّن من جميع قيم x التي يكون للدالة مشتقة عندها أي $(D_{f'} \subseteq D_f)$ أي أن f' دالة مستخلصة من الدالة f.

مثال(1): لتكن : $f(x) = x^2 + 2$ أوجد $f(x)$ **باستخدام تعريف المشتقة .**

متى تكون غير موجودة ؟

1) ركن : تكون المشتقتان من جهة اليمين ومن جهة اليسار عند التقاء الشعاعين غير متساويتين مثل

2) ناب : يكون ميل المماس للمنحنى عند نقطة تقاطع محددة يقترب من في إحدى الجهات ويقترب من - في الجهة الثانية ويوجد مماس رأسي عندها مثل

مماس رأسي: يكون المماس للمنحنى عند نقطة (3
محددة رأسياً

عدم اتصال : تكون المشتقة من جهة واحدة (4
أو كل من الجهتين غير موجودة
مثل

مثال(2): لتكن : f $f(x) = \{x^2 - 4 : x \leq 2 \; 3x - 2 : x > 2$ ابحث قابلية الإشتقاق عند $x = 2$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 86 (6)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 35 ((5 , 6 , 7**

التقويم:

بند2-2)) **المـــشـــــتقـة** **حصة(4)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر نظرية الاشتقاق والاتصال .

2) يوظف النظرية في حل بعض التمارين .

3) يذكر أن معكوس النظرية ليس صحيح دائماً .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: نظرية الاشتقاق والاتصال .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة :

(1الدالة : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ **ليست قابلة للاشتقاق عند** $x = 0$ **والسبب هو**

a) **ناب** b) **ركن** c) **مماس عمودي** d) **غير متصلة**

العرض :

نظرية الاشتقاق والاتصال : إذا كانت الدالة f **لها مشتقة عند نقطة ، فإنها تكون متصلة عند هذه النقطة .**

ملاحظة : معكوس النظرية ليس صحيحاً دائماً .

حيث أن الدالة المتصلة قد يكون لها ركن أو ناب أو مماس رأسي ، ومن ثم لا تكون قابلة للاشتقاق عند نقطة معينة .

مثال(1): **لتكن :** $f(x) = \{-x - 1 : x > \frac{-1}{3}\ 5x + 1 : x \leq \frac{-1}{3}$ **بين أن الدالة متصلة وغير قابلة للاشتقاق عند** $x = \frac{-1}{3}$ **.**

مثال(2): **ادرس اتصال الدالة** f **عند** $x = 1$ **وقابلية اشتقاقها عند هذه النقطة حيث :**

$$f(x) = \{ \frac{2}{x^2 + 1} : x \leq 1 \quad 2x - 1 : x > 1$$

مثال(3): **لتكن الدالة** $f(x) = \{ \quad x^2 + x \quad : x \leq -1 \; x^2 - x - 2 : x > -1$ **: f** **أوجد إن أمكن** $f'(-1)$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 87 (7) ، صـ 88 (8) ، صـ 89 (9)**

التطبيق : **حل تمارين صـ 35 ((8 , 9 , 10**

التقويم:

بند2-3)) **قواعد الإشـــــتـقـاق** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) **يستنتج قاعدة مشتقة الدالة الثابتة .**
2) **يستنتج قاعدة مشتقة الدالة $f(x) = x$.**
3) **يذكر قاعدة القوى للأسس الصحيحة الموجبة للمتغير .**
4) **يستنتج قاعدة الضرب بعدد ثابت .**

5) يذكر قاعدة الجمع والطرح .

6) يذكر قاعدة اشتقاق ضرب دالتين .

7) يحل تمارين تطبيقية .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: مشتقة ثابت ، مشتقة قوى صحيحة موجبة ، مشتقة قوى صحيحة سالبة .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة :

(1الدالة : f القابلة للاشتقاق عند $x = 3$ هي

a) $x=3$ b) $\sqrt{3}$ c) $\{3x : x \leq 3 \quad 1 : x > 3$ d) $\sqrt[3]{x+2}$

العرض :

1) مشتقة الدالة الثابتة: إذا كانت $f(x) = k$ حيث k ثابت فإن $f(x) = 0$ لجميع قيم x الحقيقية .

البرهان : صـ (90) .

2) مشتقة الدالة $f(x) = x$: إذا كانت $f(x) = x$ فإن $f(x) = 1$ لجميع قيم x الحقيقية .

البرهان : صـ (90) .

3) قاعدة القوى للأسس الصحيحة الموجبة للمتغير x: إذا كانت $f(x) = x^n$ حيث n عدد صحيح موجب $n \neq 1$ فإن

$\frac{d}{dx}(x^n) = n\,x^{n-1}$ **أي أن:** $f(x) = n\,x^{n-1}$.

4) قاعدة الضرب بعدد ثابت: إذا كانت f دالة في x قابلة للإشتقاق وكان k ثابت فإن

$\frac{d}{dx}(k\,f(x)) = k\,\frac{d}{dx}(f(x))$ **أي أن:** $(kf(x)) = k\,f(x)$.

البرهان : صـ (91) .

5) قاعدة الجمع والطرح: إذا كانت f ، g دالتين في x قابلتين للإشتقاق فإن مجموعهما والفرق بينهما يكونان قابلتين للاشتقاق عند كل نقطة تكون عندها كل من f ، g قابلة للإشتقاق .

$\frac{d}{dx}(f(x) \mp g(x)) = \frac{d}{dx}(f(x)) \pm \frac{d}{dx}(g(x))$ **أي أن:** $(f(x) \pm g(x)) = f(x) \pm g(x)$.

6) اشتقاق ضرب دالتين: ضرب دالتين f ، g في x قابلتين للإشتقاق يكون قابلاً للاشتقاق بحيث :

$$\frac{d}{dx}(f(x).\,g(x)) = f(x).\ \frac{d}{dx}(g(x)) + g(x).\ \frac{d}{dx}(f(x))$$

أي أن: $(f(x).g(x))' = f(x).g(x)' + g(x).f(x)'$.

مثال(1): أوجد $\frac{dy}{dx}$ **حيث :** $y = 5x^3 - 4x^2 + 6$.

مثال(2): أوجد $f'(x)$ **حيث** $f(x) = (2x^5 + 4)(5 - x^2)$

مثال(3): أوجد $f'(x)$ **حيث** $f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x^3 + 2x^2 + 1)$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 92 (1) ، صـ 93 (2) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 38 ((1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6**

التقويم:

بند2-3)) قواعد الإشـــــتـقـاق حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر قاعدة اشتقاق دالة نسبية باستخدام قاعدة القسمة .

2) يوجد اشتقاق دالة نسبية باستخدام قاعدة القسمة .

3) يوجد اشتقاق دالة نسبية بسطها عدد ثابت باستخدام قاعدة القسمة .

4) يوجد ميل المماس وميل الناظم عند نقطة تنتمي لمنحنى الدالة .

5) يوجد معادلة المماس ومعادلة الناظم عند نقطة تنتمي لمنحنى الدالة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: مشتقة ثابت ، مشتقة قوى صحيحة موجبة ، مشتقة قوى صحيحة سالبة .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كانت : (1 $y = 1 - x + x^2 - x^3$ **فإن** $\frac{dy}{dx}$ **تساوي**

a) x b) $-6x + 2$ c) $1 - x$ d) $-1 + 3x^2 - 2$

إذا كانت : (2 $f(x) = 5x^3 - 3x^5$ **فإن** $f'(x) =$

a) $x^2 - 15x^4$ b) $30x - 30x^4$ c) $30x - 30x^4$ d) $20x + 60x^3 - 15$

العرض :

7) قاعدة القسمة: لتكن f ، g دالتين في x قابلتين للإشتقاق حيث $g(x) \neq 0$ فإن :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{g(x) \cdot \frac{d}{dx} f(x) - f(x) \cdot \frac{d}{dx} g(x)}{(g(x))^2}$$

أي أن: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{g(x) \cdot f(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$.

نتيجة: لتكن g دالة قابلة للإشتقاق حيث $g(x) \neq 0$ ، k عدد ثابت فإن :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{k}{g(x)}\right) = \frac{-k \cdot \frac{d}{dx} g(x)}{(g(x))^2}$$ **أي أن:** $\left(\frac{k}{g(x)}\right)' = \frac{-k \cdot (g'(x))}{(g(x))^2}$.

معادلة المماس لمنحنى الدالة f (x) : نوجد ميل المماس عند النقطة $(a , f(a))$ عن طريق إيجاد المشتقة عند هذه النقطة وتكون معادلة المماس هي $y - f(a) = f'(a)(x - a)$.

معادلة العمودي (الناظم) على منحنى الدالة f (x) : معادلة الناظم هي $y - f(a) = \frac{1}{f'(a)}(x - a)$.

مثال(1): أوجد مشتقة الدالة : $f(x) = \frac{4x^2 + 2x}{2x^3 + 5}$.

مثال(2): أوجد مشتقة الدالة : $f(x) = \frac{-4}{x^2 + 2x + 5}$.

مثال(3): أوجد معادلة المماس والناظم على منحنى الدالة $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ **عند النقطة (1 , 0)**

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 95 (2) ، صـ 96 (4 , 5) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 38 ((7 , 8 , 9 , 10 , 11**

التقويم:

بند2-3)) قواعد الإشـــــتـقـاق حصة(3)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر قاعدة القوى للأسس الصحيحة السالبة للمتغير .

2) يذكر قاعدة القوى للأسس النسبية للمتغير .

3) يوجد اشتقاق دالة بإستخدام القاعدة(8) والقاعدة (9) .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: مشتقة قوى صحيحة موجبة ، مشتقة قوى صحيحة سالبة .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة :

ميل مماس منحنى (1 $y = x^2 + 5x$ **عند** $x = 3$ **يساوي**

a) **8** b) **11** c) $-\frac{5}{2}$ d) **24**

إذا كانت : (2 $y = \frac{x^2 + 5x - 1}{x^2}$ **فإن** $\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}$

a) $-\frac{7}{2}$ b) $\frac{7}{2}$ c) **3** d) **3 -**

العرض :

8) قاعدة القوى للأسس الصحيحة السالبة للمتغير x: إذا كان n عدداً صحيحاً فإن :

$$\frac{d}{dx}\left(x^{-n}\right) = -n\,x^{-n-1} \qquad \text{أي أن} \qquad (x^{-n}) = -n\,x^{-n-1}$$

البرهان : صـ (97)

9) قاعدة (9): إذا كان $f(x) = x^{\frac{m}{n}}$ **حيث** m, n **عددان صحيحان** $n \neq 0$ **فإن :**

$$\frac{d}{dx}\left(x^{\frac{m}{n}}\right) = \frac{m}{n}\,.\,x^{\frac{m}{n}-1} \qquad \text{أي أن:} \qquad (x^{\frac{m}{n}}) = \frac{m}{n}\,(x)^{\frac{m}{n}-1}$$

مثال(1): لتكن : $y = \frac{3x^2 + 7}{8x^2}$ **أوجد** $\frac{dy}{dx}$ **عند** $x = -1$

مثال(2): أوجد مشتقة الدالة : $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$.

التقييم : متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 98 (6 , 7) .

التطبيق : حل تمارين صـ 38 ((12 , 13

التقويم:

بند2-3)) **قواعد الإشـــــــتـقـاق** **حصة(4)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد مشتقة دالة متصلة معرفة بقاعدتين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: لا يوجد .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة :

1) معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = 2x^2 - 13x + 2$ **عند** $x = 3$ **هي**

a) $y = -x + 16$ b) $y = x - 16$

c) $y = -x - 16$ d) $y = -x - 13$

العرض :

مثال(1): **أوجد المشتقة إن أمكن للدالة المتصلة:** $f(x) = \{ x^2 + 1 : \ x < 1 \ \ 2\sqrt{x} : \ x \geq 1$

مثال(2): **أوجد المشتقة إن أمكن للدالة المتصلة:** $f(x) = \{ x^2 + 1 : \ x \leq 2 \ \ 4x - 3 : \ x > 2$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 99 (8) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 38 ((14**

التقويم:

بند2-4)) **مشتقات الدوال المثلثية** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر قانون مشتقة *sin x* .

2) يوظف قانون مشتقة *sin x* في حل التمارين على مشتقة *sin x* .

3) يذكر قانون مشتقة *cos x* .

4) يوظف قانون مشتقة *cos x* في حل التمارين على مشتقة *cos x* .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: مشتقة دالة الجيب ، مشتقة دالة جيب التمام .

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة :

لتكن الدالة (1 $f(x) = \{ x^2 + 2x : x \geq 1 \ \ 4x - 1 : x \geq 1$ **فإن مجال** f **هو**

a) $\{1\}$ b) $[1, \infty)$ c) $\mathbb{R}$ d) $\{1\}$

باستخدام تعريف المشتقة أوجد مشتقة الدالة : $f(x) = \sin x$

العرض :

مشتقات الدوال المثلثية : 1) مشتقة دالة الجيب هي موجب دالة جيب التمام $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

2) مشتقة دالة جيب التمام هي سالب دالة الجيب $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

مثال(1): أوجد المشتقة للدالة : $f(x) = \cos^2 x$

مثال(2): أوجد المشتقة للدالة : $f(x) = \frac{x}{\cos x}$

مثال(3): أوجد المشتقة للدالة : $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 101 (1) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 41 ((2 , 4**

التقويم:

بند2-4)) **مشتقات الدوال المثلثية** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) **يذكر قانون مشتقة دالة** ***tan x*** **.**

2) **يذكر قانون مشتقة دالة** ***cot x*** **.**

3) **يذكر قانون مشتقة دالة** ***sec x*** **.**

4) **يذكر قانون مشتقة دالة** ***csc x*** **.**

5) **يوظف القوانين السابقة في حل التمارين .**

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة:مشتقة دالة الظل،مشتقة دالة ظل التمام ، مشتقة دالة القاطع ،مشتقة دالة قاطع التمام.

التمهيد :

اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كانت (1 $y = \frac{1}{x} + 5\ sin\ x$ **فإن مجال** $\frac{dy}{dx}$ **تساوي**

(a) $\frac{1}{x^2} - 5\ cos\ x$ (b) $-\frac{1}{x^2} + 5\ cos\ x$ (c) $\frac{1}{x^2} + 5\ cos\ x$ (d) $-\frac{1}{x^2} - 5\ cos\ x$

أوجد مشتقات الدوال التالية : $\frac{sin\ x}{cos\ x} f\ (x) =$ ، $\frac{cos\ x}{sin\ x} f\ (x) =$ ، $\frac{1}{cos\ x} f\ (x) =$ ، $\frac{1}{sin\ x} f\ (x) =$

العرض :

مشتقات الدوال المثلثية : 1) مشتقة دالة الظل : $\frac{d}{dx}\ (\ tan\ x\ ) = sec^2\ x$

2) **مشتقة دالة ظل التمام :** $\frac{d}{dx}\left(\cot x\right) = -\csc^2 x$

3) **مشتقة دالة القاطع :** $\frac{d}{dx}\left(\sec x\right) = \sec x \tan x$

4) **مشتقة دالة قاطع التمام :** $\frac{d}{dx}\left(\sec x\right) = -\csc x \cot x$

مثال(1): **أوجد المشتقة للدالة :** $f(x) = \frac{1+\tan x}{\tan x}$

مثال(2): **أوجد المشتقة للدالة :** $f(x) = \sec x + \csc x$

مثال(3): **أوجد معادلة المستقيم العمودي لمنحنى الدالة :** $y = \sec x$ **عند النقطة** $F(\frac{\pi}{3}, 2)$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 102 (2 , 3) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 41 ((1 , 3 , 5 , 6 , 7**

التقويم:

بند2-5)) **قاعدة السلسلة** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد مشتقة تركيب دالتين بإستخدام قاعدة السلسلة .

2) يوظف قاعدة السلسلة في حل بعض التمارين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: قاعدة السلسلة ، دالة مركبة .

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

إذا كانت (1 $f(x) = 3x + x\tan x$ **فإن** $f'(0)$ **تساوي**

a) 3 b) 1 c) 0 d) 3 -

إذا كانت (2 $y = \frac{1}{\sin x}$ **فإن** y' **تساوي**

a) $\cot x \cdot \csc x$ b) $\cos x$ c) $-\cot x \cdot \csc x$ d) $-\cos x$

*** لتكن :** $f(x) = 3x^2 + 1$ ، $g(x) = x^2$

أوجد $(f\ g)'(x)$ ، $(f \circ g)(x)$

العرض :

قاعدة السلسلة (التسلسل): إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق عند $g(x)$ ، الدالة g قابلة للإشتقاق عند x

فإن الدالة المركبة : $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

تكون قابلة للإشتقاق عند x ، ويكون : $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

مثال(1): **لتكن :** $g(x) = x^{13}$ ، $f(x) = -2x^3 + 4$

أوجد باستخدام قاعدة السلسلة : $(f \circ g)'(0)$ ، $(f \circ g)'(x)$

مثال(2): **لتكن :** $g(x) = \sqrt{x}$ ، $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$

أوجد باستخدام قاعدة السلسلة : $(f \circ g)'(1)$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 104 (1) ، صـ 105 (2) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 43 ((1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6**

التقويم:

بند2-5)) **قاعدة السلسلة** **حصة(2)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يتعرف صورة أخرى لقاعدة السلسلة .

2) يوظف الصورة الأخرى لقاعدة السلسلة في حل بعض التمارين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: لا يوجد .

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

إذا كانت (1 $f(u) = cot\frac{\pi u}{10}$ **و** $u = g(x) = 5\sqrt{x}$ **فإن** $(f \circ g)'$ **عند x = 1 تساوي**

a) $-\frac{3\pi}{4}$ b) $\frac{-\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{3\pi}{4}$

العرض :

صورة أخرى لقاعدة السلسلة: إذا كانت $u = g(x)$ ، $y = f(u)$

فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ **يتم حسابها عند (u = g(x**

مثال(1): لتكن : $u = 2x^3 + x$ ، $y = u^2 + 4u - 3$

أوجد : $\frac{dy}{dx}$ **باستخدام قاعدة التسلسل .**

مثال(2): أوجد مشتقة : $y = sin(x^2 + x)$ **بالنسبة إلى المتغير x .**

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 105 (3) ، صـ 106 (4 , 5) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 43 ((7 , 8 , 9 , 10**

التقويم:

بند2-5)) **قاعدة السلسلة** **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يتعرف قاعدة سلسلة القوى .

2) يوظف قاعدة سلسلة القوى في حل بعض التمارين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: قاعدة سلسلة القوى .

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

إذا كانت (1 $r = tan(2 - \theta)$ **فإن** $\frac{dr}{d\theta}$ **تساوي**

(a) $sec(2 - \theta)$ (b) $sec^2(\theta + 2)$ (c) $sec^2(2 - \theta)$ (d) $sec^2(2 - \theta)$

العرض :

قاعدة سلسلة القوى : إذا كانت $f(x)$ **قابلة للإشتقاق على مجالها وكان** n **عدداً نسبياً فإن**

$$\frac{d}{dx}(f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \cdot f'(x)$$

مثال(1): **لتكن :** $y = \sqrt[4]{(2x^4 - 3x^3 + 4)^3}$ **أوجد** y'

مثال(2): **أوجد معادلة المماس والعمودي لمنحنى الدالة :** $f(x) = (x^3 + x)^8$ **عند النقطة (1 , 0) .**

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 107 (6 , 7) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 43 ((11 , 12 , 13 , 14 , 15 , 16 , 17**

التقويم:

بند2-6)) المشتقات ذات الرتب العليا والاشتقاق الضمني حصة(1)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يوجد المشتقة من الرتبة الثانية لدالة .

2) يوجد المشتقة من الرتبة الثالثة لدالة .

3) يوجد المشتقة من الرتبة النونية لدالة .

4) يوظف المشتقات ذات الرتب العليا في حل بعض التمارين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: مشتقة ذات رتبة عالية .

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

إذا كانت (1 $y = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$ **فإن** $\frac{dy}{dx}$ **:تساوي**

a) $(2x+1)^{-1}$ b) $-3(2x+1)^{\frac{-1}{2}}$ c) $-3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$ d) $3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$

العرض :

المشتقات ذات الرتب: نرمز للمشتقة الأولى $y' = \frac{dy}{dx}$ **وتسمى المشتقة من الرتبة الأولى .**

إذا كانت y' **قابلة للإشتقاق على مجالها فنرمز للمشتقة الثانية** $y'' = \frac{dy}{dx}$ **وتسمى المشتقة من الرتبة الثانية .**

إذا كانت y'' **قابلة للإشتقاق على مجالها فنرمز للمشتقة الثالثة** $y''' = \frac{dy}{dx}$ **وتسمى المشتقة من الرتبة الثالثة .**

وبصورة عامة إذا كان n **عدداً صحيحاً حيث** $n > 1$ **فإن مشتقة الدالة** y من الرتبة n **بدلالة** x

هي بالشكل $\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{d}{dx}\left(y^{(n-1)}\right) = y^{(n)}$ **وتسمى المشتقة من الرتبة النونية .**

مثال(1): **لتكن :** $y = 4x^5 - 5x^3 + 7$ **أوجد المشتقات حتى الرتبة الثالثة .**

مثال(2): **لتكن الدالة :** $y = \cos x$ **بين أن** $y^{(4)} + y'' = 0$.

مثال(3): أوجد y'' حيث $y = \frac{1}{\sin x}$

مثال(4): أوجد $\frac{dy}{dx}$ ، $\frac{d^2y}{dx^2}$ ، $\frac{d^3y}{dx^3}$ حيث $y = \frac{3}{x-2}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 109 (1 , 2) ، صـ 110 (3) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 45 ((1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 13**

التقويم:

بند2-6)) المشتقات ذات الرتب العليا والاشتقاق الضمني حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يعرف الاشتقاق الضمني .

2) يشتق قاعدة في متغيرين اشتقاقاً ضمنياً بالنسبة للمتغير x .

3) يوظف الاشتقاق الضمني في حل بعض التمارين .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: اشتقاق ضمني .

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

إذا كانت (1 $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ **فإن** $f''(x)$ **تساوي:**

a) $-4(1 + 6x)^{\frac{-4}{3}}$ b) $-8(1 + 6x)^{\frac{-4}{3}}$ c) $8(1 + 6x)^{\frac{-4}{3}}$ d) $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{\frac{-4}{3}}$

العرض :

الاشتقاق الضمني : كل دالة غير مكتوبة بالصيغة الصريحة ($y = f(x$) مثل $y - xy = x$

، $y^3 + 5y^2 - x^3 = 0$ **،** $y^2 + x^2 = 25$ **يمكن إيجاد** $\frac{dy}{dx}$ **بطريقة الاشتقاق الضمني**

مثال(1): **لتكن :** $y^2 = x^2 - 2x$ **أوجد** $\frac{dy}{dx}$ **.**

مثال(2): **أوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته :** $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$ **عند (1 , 1).**

مثال(3): **إذا كانت :** $y = x \sin x$ **أثبت أن** $y''' + y' + 2\sin x = 0$ **.**

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 112 (4 , 5) ، صـ 113 (6) ، صـ 114 (7 , 8) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 45 ((7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12**

التقويم:

بند3-1)) القيم القصوى (العظمى / الصغرى) للدوال حصة(1)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يعرف القيم القصوى المطلقة للدالة .

2) يوجد القيم القصوى المطلقة للدالة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: قيمة قصوى ، قيمة قصوى مطلقة .

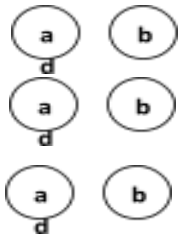
التمهيد :

* ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة وظلل b إذا كانت خاطئة :

ميل مماس منحنى الدالة 1) $f(x) = x^2$ عند $x = 2$ هو 4

ميل مماس منحنى الدالة 2) $f(x) = |x|$ عند $x = -2$ هو 2

يكون مماس منحنى الدالة 3) $f(x) = 4$ موازياً لمحور السينات (-1,4) عند النقطة



العرض :

تعريف (1): القيم القصوى المطلقة

إذا كانت f دالّة مجالها D، $c \in D$، فإن $f(c)$ تسمى:

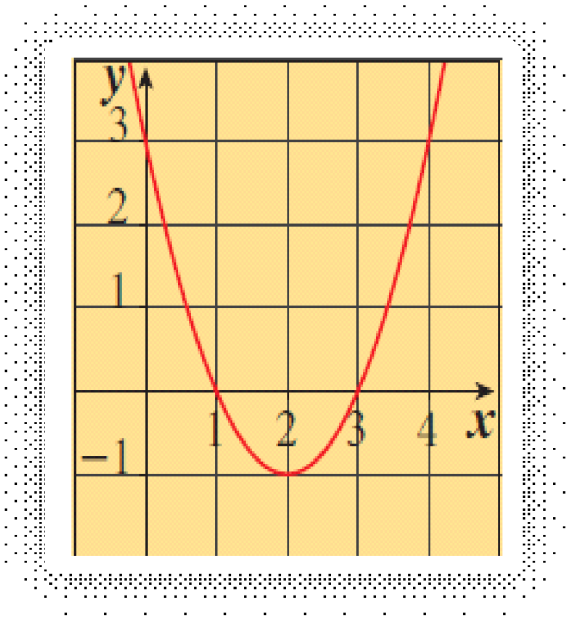
a) قيمة عظمى مطلقة للدالة f على D عندما:

$$f(c) \geqslant f(x) \quad , \quad \forall x \in D_f$$

b) قيمة صغرى مطلقة للدالة f على D عندما:

$$f(c) \leqslant f(x) \quad , \quad \forall x \in D_f$$

القيم القصوى المطلقة تسمى بالقيم القصوى .



مثال(1): الشكل المقابل يمثل بيان الدالة :

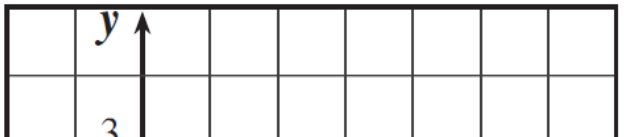
$y = x^2 - 4x + 3$ أوجد القيم القصوى للدالة على المجالات التالية .

(a (∞ , ∞-)

[b) [2 , 3

(c) (1 , 3

(d) [3 , 4



مثال(2): في الشكل المقابل :

أوجد إن أمكن القيمة العظمى المطلقة للدالة f

أوجد إن أمكن القيمة الصغرى المطلقة للدالة f

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 124 (1) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 50 ((1 , 2**

التقويم:

بند3-1)) القيم القصوى (العظمى / الصغرى) للدوال حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر نظرية القيمة القصوى .

2) يوظف نظرية القيمة القصوى في حل بعض التمارين .

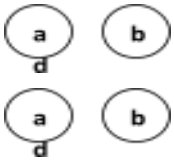
الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: نظرية القيمة القصوى .

التمهيد :

*** ظلل إذا كانت العبارة صحيحة وظلل إذا كانت خاطئة :**

a b



إذا كانت الدالة (1 f **متصلة على** (a, b) **فإن** f

. لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة

الدالة (2 $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ **. لها قيمة عظمى في مجالها**

العرض :

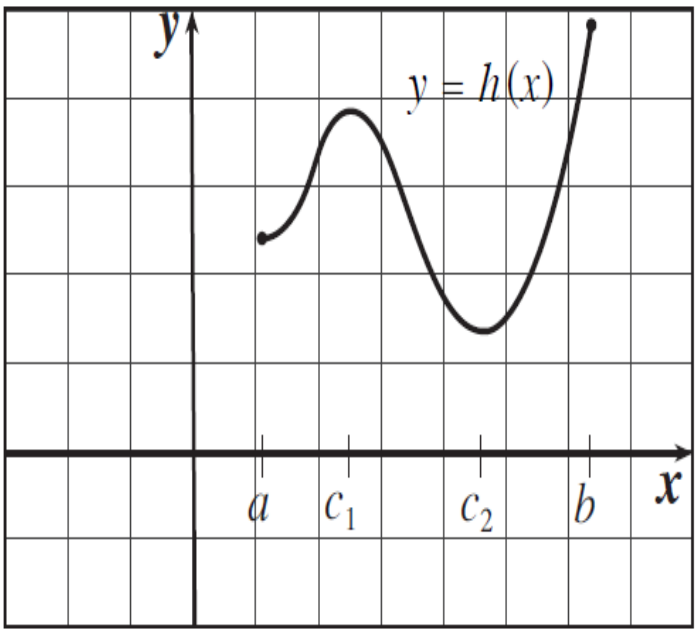
نظرية (1) : نظرية القيمة القصوى

إذا كانت f **دالة متصلة على فترة مغلقة** $[a, b]$ **فإن** f **تكون لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة على هذه الفترة .**

ملاحظة: لتكن الدالة f **معرفة على** $[a, b]$ ، $c \in (a, b)$ **فإننا نسمي :**

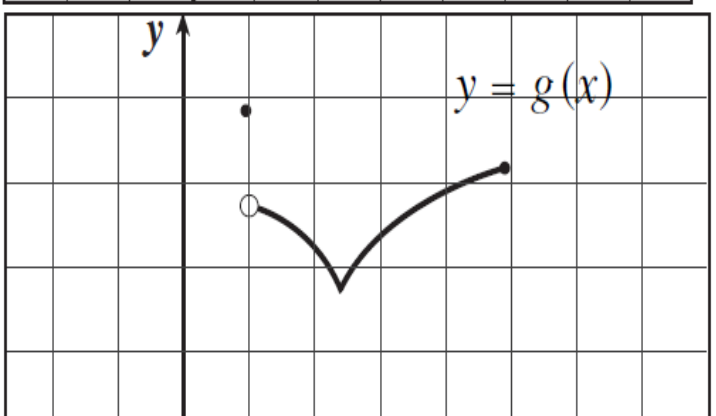
(1 $(a, f(a))$ ، $(b, f(b))$ **نقاط طرفية .**

(2 $(c, f(c))$ **نقطة داخلية .**



مثال(1): الشكل المقابل يمثل بيان دالة f **:**

حدد قيمة x التي قد تقع عندها إحدى القيم القصوى المطلقة مستخدماً نظرية القيمة القصوى .



مثال(2): الشكل المقابل يمثل بيان دالة f **:**

حدد قيمة x التي قد تقع عندها إحدى القيم القصوى المطلقة مستخدماً نظرية القيمة القصوى .

التقييم :

اختر الإجابة الصحيحة :

لتكن $y = |x|$ **فإن الدالة** ***y*** **:**

a **لها قيمة عظمى مطلقة فقط .** b **لها قيمة صغرى مطلقة فقط .**

c **لها قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة .** d **ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 50 ((3 , 4 , 5 , 6**

التقويم:

بند3-1)) **القيم القصوى (العظمى / الصغرى) للدوال** **حصة(3)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يعرف القيم القصوى المحلية .

2) يعرف النقطة الحرجة .

3) يوجد النقطة الحرجة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: نظرية القيمة القصوى ، قيمة قصوى محلية ، نقطة حرجة .

التمهيد :

*** ظلل** a **إذا كانت العبارة صحيحة وظلل** b **إذا كانت خاطئة :**

a b

a b d

الدالة (1 $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ **. لها قيمة عظمى في مجالها**

العرض :

تعريف (2) : القيم القصوى المحلية :

لتكن (c , $f(c)$) نقطة داخلية للدالة D ، f فترة مفتوحة تحوي c وتكون $f(c)$:

(1 قيمة عظمى محلية عند c عندما: $\forall x$ $f(x) \leq f(c)$, $x \in D$)

(2 قيمة صغرى محلية عند c عندما: $\forall x$ $f(x) \geq f(c)$, $x \in D$)

تعريف (3) : النقطة الحرجة :

النقطة الداخلية للدالة f (c , $f(c)$) تسمى نقطة حرجة للدالة f عندما $f(c) = 0$ أو $f(c)$ غير موجودة ويسمى العدد c العدد الحرج .

مثال(1): أوجد النقاط الحرجة للدالة المتصلة :

$$f(x) = |x - 5|$$

مثال(2): أوجد النقاط الحرجة للدالة المتصلة :

$$f(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 10$$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 127 (2) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 50 ((7 , 8 , 9**

التقويم:

بند3-1)) **القيم القصوى (العظمى / الصغرى) للدوال** **حصة(4)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر خطوات ايجاد القيم القصوى لدالة ما في فترة مغلقة [*a* , *b*] .

2) يوجد القيم القصوى المطلقة لدالة ما في فترة مغلقة [*a* , *b*] .

3) يوظف القيم القصوى المحلية لإيجاد قيمة مجهول .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: لا يوجد .

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

عدد النقاط الحرجة للدالة : (1 $y = 3x^3 - 9x - 4$ **) هو : (0 , 2 على الفترة**

a b c d

0 1 2 3

إذا كانت : (2 $f(x) = ax^2 - 25\,x$ **لها قيمة قصوى محلية عند** $x = \frac{5}{2}$ **فإن** a **:تساوي**

a 5 b c 3 d 2

العرض :

نظرية (2) : القيم القصوى المحلية :

إذا كانت للدالة f **قيمة قصوى(عظمى أو صغرى) محلية عند** $x = c$ **فإن (** c **,** $f(c)$ **) نقطة حرجة .**

خطوات إيجاد القيم القصوى المطلقة للدالة f **في الفترة [** a **,** b **]:**

(1 إيجاد قيم الدالة عند النقاط الطرفية : $x = a$ ، $x = b$

(2 إيجاد النقاط الحرجة للدالة f **في الفترة (** a **,** b **) إن وجدت .**

(3 أكبر قيمة للدالة في الخطوتين (2) , (1) هي قيمة عظمى مطلقة في [a **,** b **]**

وأصغر قيمة للدالة هي قيمة صغرى مطلقة في [a **,** b **] .**

مثال(1): أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة f **:**

= $f(x)$ $x^3 - 3\,x + 1$ **في الفترة [2- , 1]**

مثال(2): أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة f **:**

= $f(x)$ $\frac{1}{x^2}$ **في الفترة [1 , 3]**

مثال(3): لتكن = $f(x)$ $2x^3 + ax^2 + bx + 1$, $a, b \in R$ f **:**

وكان للدالة قيمة قصوى محلية عند كل من : $x = -1$ ، $x = 2$

أوجد قيمة كل من الثابتين a , b

التقييم : متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 128 (2) ، صـ 129 (4) ، صـ 130 (5) .

التطبيق : حل تمارين صـ 51 ((10 , 11 , 12 , 13 , 14

التقويم:

بند3-2)) تزايد وتناقص للدوال حصة(1)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر نظرية القيمة المتوسطة .

2) يتحقق من شروط نظرية القيمة المتوسطة .

3) يوجد ميل القاطع .

4) يوجد الإحداثي السيني للنقطة التي يكون عندها المماس موازيا للقاطع .

الوسائل التعليمية: السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .

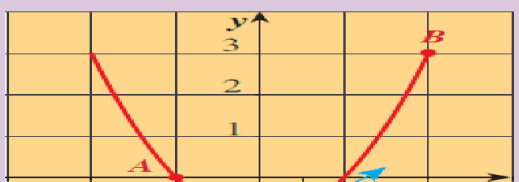
الألفاظ والمفردات الجديدة: نظرية القيمة المتوسطة .

التمهيد :

دعنا نفكر ونتناقش

إذا كانت $f(x) = x^2 - 1$ فأجب عمّا يلي:

1. ارسم المستقيم المار بالنقطتين $B(2, f(2))$, $A(-1, f(-1))$ ثم أوجد الميل $m(\overleftrightarrow{AB})$.
2. هل الدالة f متصلة على $[-1, 2]$؟ وهل f قابلة للاشتقاق على الفترة $(-1, 2)$؟
3. أوجد ميل المماس لمنحنى f عند $x = \frac{1}{2}$



العرض :

نظرية (3) : نظرية القيمة المتوسطة :

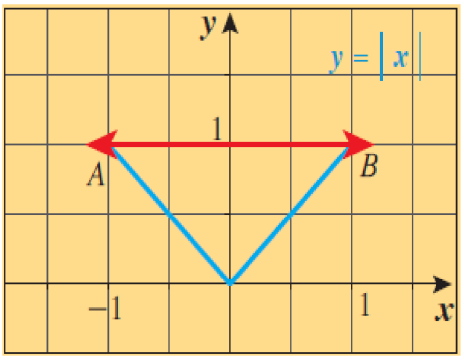
إذا كانت f دالة : (1 متصلة على الفترة [2] . [a , b قابلة للإشتقاق على الفترة (a , b) .

فإنه يوجد على الأقل $c \in (a , b)$ بحيث $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

ملاحظات :

(1 إذا لم يتحقق أحد شرطي النظرية (3) فإنه قد لا يكون لبيان الدالة مماس موازٍ للقاطع $\overleftrightarrow{AB}$. فمثلا ، $f(x) = |x|$ دالة متصلة على الفترة [-1,1] وقابلة للاشتقاق عند كل x تنتمي إلى (-1,1) باستثناء عند $x = 0$.

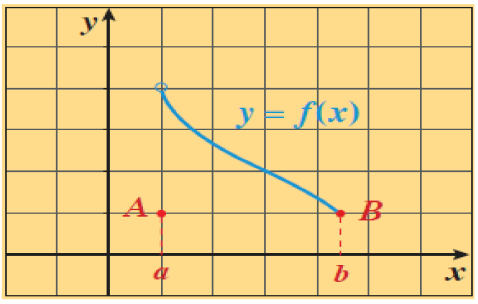
بيان الدالة ليس له مماس يوازي $\overleftrightarrow{AB}$.



شكل (2)

(2 يبين شكل (3) بيان دالة f قابلة للاشتقاق عند كل x تنتمي إلى الفترة (a , b) ومتصلة على الفترة $[a , b]$.

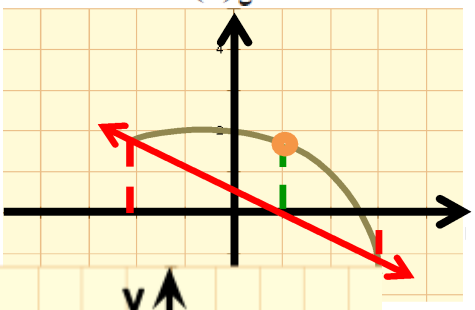
ولكن لا يوجد مماس يوازي $\overleftrightarrow{AB}$.

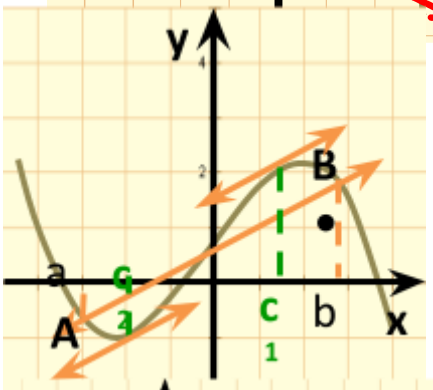


شكل (3)

(3بيان الدالة في الشكل يبين نقطة انفصال وبالرغم من عدم توفر شرط من شروط نظرية القيمة المتوسطة

إلا أنه يوجد مماس للمنحنى عند c يوازي $\overleftrightarrow{AB}$.

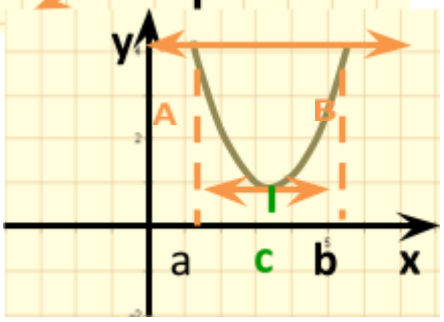




(4يمكن ايجاد أكثر من نقطة واحدة بحيث $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$c \in (a,b)$ أي أن المماس عند كل نقطة من النقاط $(c_1 , f(c_1))$,

$(c_2 , f(c_2))$ يوازي $\overleftrightarrow{AB}$ كما في الشكل التالي



(5 في نظرية القيمة المتوسطة إذا كان $f(a) = f(b$ فإن $f'(c) = 0$

أي أن المماس للمنحنى عند c يوازي القاطع ويوازي محور السينات

أي أن المماس أفقي كما في الشكل التالي

مثال(1): بين أن الدالة : $f(x) = x^2 + 2x$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [-3 , 1]

ثم أوجد قيمة c التي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك .

مثال(2): بين أن الدالة : $f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [0, 4]

ثم أوجد قيمة c التي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك .

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 133 (1) ، صـ 134 (2).**

التطبيق : **حل تمارين صـ 54 ((1 , 2 .**

التقويم:

بند3-2)) تزايد وتناقص للدوال حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر تعريف الدالة المتزايدة على فترة .

2) يذكر تعريف الدالة المتناقصة على فترة .

3) يذكر تعريف الدالة الثابتة على فترة .

4) يذكر تعريف الدالة المطردة على فترة .

5) يذكر نظرية (4) .

6) يدرس إشارة مشتقة الدالة في الفترة

7) يكتب فترات التزايد والتناقص

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: الدوال المتزايدة ، الدوال المتناقصة ، الدالة المطردة .

التمهيد :

*** ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة وظلل b إذا كانت خاطئة :**

(1 الدالة $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [0 , 1]

العرض :

تعريف (4) : تزايد وتناقص الدوال :

لتكن f دالة معرفة على الفترة I نقول إن:

(1 f دالة متزايدة على I إذا كان : $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2) \quad , \quad \forall x_1 , x_2 \in I$

(2 f دالة متناقصة على I إذا كان : $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2) \quad , \quad \forall x_1 , x_2 \in I$

ملاحظة : **تكون الدالة f ثابتة على الفترة I عندما :** $f(x_1) = f(x_2) \quad , \quad \forall x_1 , x_2 \in I$

الدالة المطردة: **هي الدالة التي تكون دائماً متزايدة على فترة أو دائماً متناقصة على فترة .**

نظرية (4) : الدوال المتزايدة ةالدوال المتناقصة والدوال الثابتة:

لتكن f دالة قابلة للإشتقاق على (a , b) :

(1 إذا كانت $f(x) > 0$ **عند كل x تنتمي للفترة (a , b) فإن f تتزايد على (a , b)**

(2 إذا كانت $f(x) < 0$ **عند كل x تنتمي للفترة (a , b) فإن f تتناقص على (a , b)**

(3 إذا كانت $f(x) = 0$ **عند كل x تنتمي للفترة (a , b) فإن f ثابتة على (a , b)**

مثال(1): أوجد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

مثال(2): أوجد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة: $f(x) = x^3 - 6x$

مثال(3): حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

التقييم : متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 135 (3) ، صـ 136 (4) ، صـ 137 (5).

التطبيق : حل تمارين صـ 54 ((3 , 4 , 5 , 6 , 7 .

التقويم:

بند3-3)) **ربط المشتقة الأولى f' والمشتقة الثانية f'' بمنحنى الدالة f** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يستنتج أن للدالة قيمة عظمى محلية من بيانها .

2) يستنتج أن للدالة قيمة صغرى محلية من بيانها.

3) يذكر متى لايكون للدالة قيمة قصوى محلية.

4) يذكر نظرية (5) .

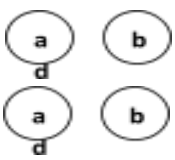
5) يوظف إختبار المشتقة الأولى في إيجاد القيم القصوى المحلية.

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: **القيم القصوى المحلية ، إختبار المشتقة الأولى**

التمهيد :

*** ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة وظلل b إذا كانت خاطئة :**



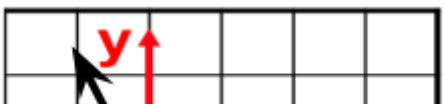
(1 الدالة $f(x) = x^3 + 1$ **مطردة على R**

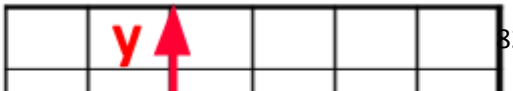
(2 الدالة $f(x) = x^3 - x - 3$ **متزايدة على (** $-\infty$, $\frac{1}{2}$ **)**

*** ارسم بيان الدالة** $f(x) = -(x-1)^2$ **حدد فترات التزايد والتناقص .**

ارسم بيان الدالة $f(x) = -2x + 2$ **حدد متى تكون** $f(x) > 0$ **ومتى تكون** $f(x) < 0$

ماذا تستنتج ؟





العرض :

نظرية (5) : اختبار المشتقة الأولى للقيم القصوى المحلية :

لتكن f دالة متصلة على مجالها وكانت $(c , f(c))$ نقطة حرجة .

(1 إذا كانت إشارة المشتقة $f'(x)$ تتغير من الموجب إلى السالب عند $x = c$ ،

فإن f يكون لها قيمة عظمى محلية عند c

(2 إذا كانت إشارة المشتقة $f'(x)$ تتغير من الموجب إلى السالب عند $x = c$ ،

فإن f يكون لها قيمة عظمى محلية عند c

(3 إذا لم تتغير إشارة المشتقة $f'(x)$ عند $x = c$ فإن f لا يكون لها قيمة قصوى محلية عند c .

مثال(1): لتكن الدالة: $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ أوجد كلاً ممايلي :

a) النقاط الحرجة للدالة

b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها .

c) القيم القصوى المحلية .

مثال(2): لتكن الدالة: $f(x) = -x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 1$ أوجد كلاً ممايلي :

a) النقاط الحرجة للدالة

b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها .

c) القيم القصوى المحلية .

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 140 (1) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 56 ((1 , 2 , 3 , 4 .**

التقويم:

بند3-3)) ربط المشتقة الأولى f' والمشتقة الثانية f'' بمنحنى الدالة f حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر نظرية (5) .

2) يحدد القيم القصوى المحلية لدالة إن وجدت .

3) يوظف إختبار المشتقة الأولى في إيجاد القيم القصوى المحلية .

4) يوجد قيمة ثابت بمعلومية نقطة حرجة للدالة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

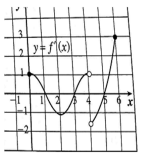
الألفاظ والمفردات الجديدة: **لا يوجد .**

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

(1 الشكل المقابل يمثل بيان الدالة المشتقة $f(x)$ فإن:

الدالة $f(x)$ تكون :



(7) إذا كان الشكل المقابل يمثل بيان الدالة المشتقة f' فإن الدالة f تكون:
(a) متزايدة على كل من $(5, 4)$ ، $(3, 1)$.
(b) متناقصة على كل من $(5, 4)$ ، $(3, 1)$.
(c) لها قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ فقط.

a **متزايدة على كل من (1 , 3) , (4 , 5)**

b **متناقصة على كل من (1 , 3) , (4 , 5)**

c **لها قيمة صغرى محلية عند $x = 3$ فقط .**

d **لها نقطة حرجة عند $x = 2$.**

العرض :

أذكر منطوق النظرية (5):

مثال(1): لتكن الدالة: $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ أوجد كلاً ممايلي :

a) النقاط الحرجة للدالة

b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها .

c) القيم القصوى المحلية .

مثال(2): لتكن الدالة: $f(x) = \frac{x}{x-2}$ أوجد كلاً ممايلي :

a) النقاط الحرجة للدالة .

b) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها .

c) القيم القصوى المحلية .

مثال(3): أوجد قيمة كل من الثوابت a , b لمنحنى الدالة :

$$g(x) = ax^3 + bx - 5$$

حيث أن (-2 , 11) نقطة حرجة للمنحنى .

التقييم : متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 141 (2) .

التطبيق : حل تمارين صـ 56 ((5 , 6 , 13 .

التقويم:

بند3-3)) ربط المشتقة الأولى f' والمشتقة الثانية f'' بمنحنى الدالة f حصة(3)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يُعرف التقعر(التقعر لأعلى - التقعر لأسفل) .

2) يذكر نوع تقعر منحنى الدالة موظفا مماسات منحنى الدالة .

3) يذكر نوع تقعر منحنى الدالة من بيانها.

4) يستنتج العلاقة بين تقعر بيان الدالة وبين مشتقتها الثانية .

5) يُعرِف نقطة الانعطاف .

6) يوجد فترات التقعر لمنحنى دالة باستخدام اختبار التقعر .

7) يوجد نقاط الانعطاف .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: **التقعر ، نقاط الإنعطاف .**

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

(1 إذا كانت $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي:

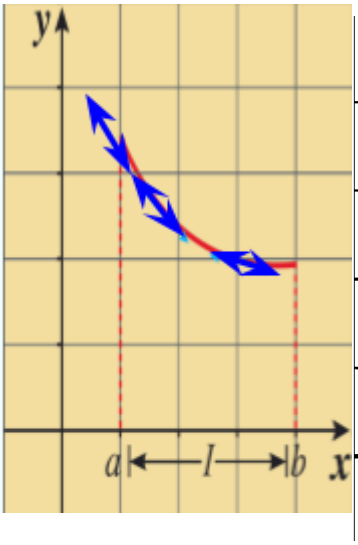
a $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ b $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ c $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ d $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

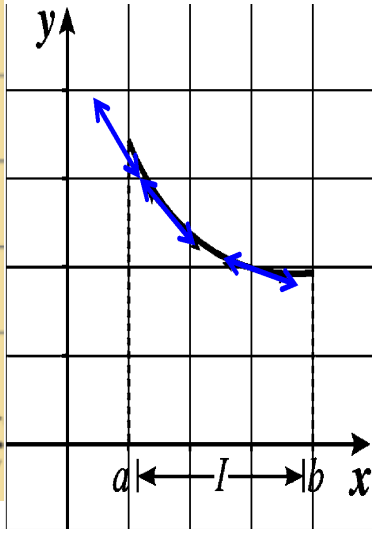
العرض :

التقعر:

1) إذا وقع منحنى الدالة أعلى جميع مماساته على فترة I

فإنه يكون مُقعرًا لأعلى على I .





1) إذا وقع منحنى الدالة أعلى جميع مماساته على فترة I

فإنه يكون مُقعرًا لأعلى على I .

اختبار التقعر: a **إذا كانت** $\forall\, x \in I \;,\; f``(x) > 0$ **فإن منحنى الدالة** f **مقعراً لأعلى على** I

b **إذا كانت** $\forall\, x \in I \;,\; f``(x) < 0$ **فإن منحنى الدالة** f **مقعراً لأسفل على** I

تعريف (6): نقطة الانعطاف :

تسمى النقطة $(c\,,f(c))$ **نقطة انعطاف لمنحنى الدالة** f **إذا كانت** f **دالة متصلة عند** c **.**

ومنحنى الدالة f **يغير تقعره عند هذه النقطة من أعلى إلى أسفل أو من أسفل إلى أعلى .**

مثال(1): أوجد فترات التقعر ونقاط الانعطاف لمنحنى الدالة :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$

مثال(2): بين أن منحنى الدالة :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$$ **ليس له نقاط انعطاف .**

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 144 (3) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 56 ((7 , 8 , 10 , 11 , 12 .**

التقويم:

بند3-3)) ربط المشتقة الأولى f والمشتقة الثانية f`` بمنحنى الدالة f حصة(4)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يُعرف اختبار المشتقة الثانية للقيم القصوى المحلية.

2) يذكر متى يفشل اختبار المشتقة الثانية للقيم القصوى المحلية .

3) يوجد القيم القصوى المحلية لدالة باستخدام المشتقة الثانية ان أمكن .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: **اختبار المشتقة الثانية .**

التمهيد :

*** ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة وظلل b إذا كانت خاطئة :**

1) إذا كانت $f''(c) = 0$، فإنّ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$. a b d

2) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف عند $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c) = 0$. a b d

3) يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف. a b d

العرض :

نظرية (6):

1) إذا كانت $f``(x) < 0$ ، $f`(c) = 0$ فإن f تكون لها قيمة عظمى محلية عند $x = c$

2) إذا كانت $f``(x) > 0$ ، $f`(c) = 0$ فإن f تكون لها قيمة صغرى محلية عند $x = c$

ملاحظة:

الاختبار لا يصلح إذا كانت $f``(x) = 0$ أو لا يكون لها وجود .

ومثال ذلك $f(x) = x^4$:

مثال(1): استخدم اختبار المشتقة الثانية لتجد القيم القصوى المحلية للدالة :

$$f(x) = 4x^3 - 12x^2$$

مثال(2): أوجد قيمة كل من الثوابت a , b بحيث يكون للدالة :

$f(x) = 4x^3 - 12x^2$ **نقطة حرجة عند** $x = 2$ **ونقطة انعطاف عند** $x = \frac{1}{2}$

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 146 (4) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 56 ((14 , 15 , 16 .**

التقويم:

بند3-4)) **رســـم بيان كثيرات الحدود** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر خطوات رسم بيان دالة كثيرة الحدود .

2) يدرس تغير دالة كثيرة حدود .

3) يوجد نقاط إضافية للدالة .

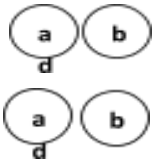
4) يرسم بيان دالة كثيرة حدود .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: **بيان دوال كثيرة الحدود .**

التمهيد :

*** ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة وظلل b إذا كانت خاطئة :**



(1 الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 5$ **على الفترة (3 , 0) هي مقعرة للأسفل .**

(2 الدالة $y = \frac{x}{x^2+1}$ **على الفترة (∞- , 0) هي مقعرة للأعلى .**

*** سلوك نهاية الدالة :**

1) المعامل الرئيسي عدد موجب ودرجة الدالة عدد زوجي فإن سلوك النهاية هو (↗ , ↖) .

2) المعامل الرئيسي عدد موجب ودرجة الدالة عدد فردي فإن سلوك النهاية هو (↗ , ↙) .

3) المعامل الرئيسي عدد سالب ودرجة الدالة عدد زوجي فإن سلوك النهاية هو (↘ , ↙) .

4) المعامل الرئيسي عدد سالب ودرجة الدالة عدد فردي فإن سلوك النهاية هو (↘ , ↖) .

العرض :

الخطوات اللازم اتباعها في دراسة تغير الدالة كثيرة الحدود ورسم بيانها:

1) عين مجال الدالة 0 f

مجال كثيرة الحدود هو R ولكنه يقتصر أحيانا على فترة من R خاصه في المسائل الحياتية

2) اوجد النهايات عند الحدود المفتوحة لمجال الدالة f

3) عين النقاط الحرجة للدالة f .

4) كون جدولا لدراسة إشارة f **و تحديد فترات التزايد و التناقص للدالة و القيم القصوى المحلية .**

5) كون جدولا لدارسة إشارة f و تحديد فترات التقعر لمنحنى الدالة ثم نقاط الانعطاف ان و وجدت .

6) أوجد نقاط إضافية .

تساعد هذه النقاط على رسم بيان الدالة بدقة و اهم هذه النقاط نقاط التقاطع مع احد المحورين ان امكن .

7) ارسم بيان الدالة f استخدم نتائج الخطوات السابقة في الرسم .

<u>مثال(1):</u> ادرس تغير الدالة :

$f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ وارسم بيانها .

<u>مثال(2):</u> ادرس تغير الدالة :

$f(x) = -x^3 - 3x$ وارسم بيانها .

<u>مثال(3):</u> ادرس تغير الدالة :

$f(x) = x - 2x^3$ وارسم بيانها .

<u>التقييم :</u> **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 149 (1) ، صـ 150 (2) .**

<u>التطبيق :</u> **حل تمارين صـ 59 ((3 , 6 .**

<u>التقويم:</u>

بند3-4)) رســـم بيان كثيرات الحدود حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يدرس تغير دالة كثيرة حدود .

2) يوجد نقاط إضافية للدالة .

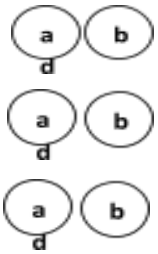
3) يرسم بيان دالة كثيرة حدود .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: **لا يوجد .**

التمهيد :

*** ظلل إذا كانت العبارة صحيحة وظلل إذا كانت خاطئة :**



(1 منحنى الدالة $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2$ **مقعر لأعلى على الفترة (- ∞ , 1) .**

(2 الدالة $y = -3x^8$ **هي مقعرة للأعلى .**

(3 يمكن أن تكون النقطة الحرجة نقطة انعطاف .

العرض :

مثال(1): ادرس تغير الدالة :

f(x) = $x^4 - 2x^2$ **وارسم بيانها .**

مثال(2): ادرس تغير الدالة :

f(x) = $x^4 - 8x^2 + 7$ **وارسم بيانها .**

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 151 (3) ، صـ 153 (4) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 59 ((4 , 5 .**

التقويم:

بند3-4)) رســـم بيان كثيرات الحدود حصة(3)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يربط بيان دالة f , f' .

2) يذكر خطوات رسم بيان دالة كثيرة الحدود.

3) يدرس تغير دالة كثيرة حدود. **4) يرسم بيان دالة كثيرة حدود .**

5) يوجد معادلة مماس لدالة معطاه . **6) يرسم مماس لدالة معطاه .**

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: **لا يوجد .**

التمهيد :

*** ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت خاطئة :**

(1 معادلة المماس لمنحنى الدالة $x^2 - y^2 - x^2y = 7$ **عند النقطة (2 , -1)**

هي $y = 4x - 9$.

***العلاقات بين بيان الدالة*f*` و f إن معرفة النقاط الحرجة واشارة الدالة المشتقة f` تسمحان بمعرفة سلوك الدالةf**

العرض :

مثال(1): **لتكن الدالة f المعرفة على R بـ:** $f(x) = -x^4 + 2x^2 + x$

(a ادرس تغيّر f وارسم بيانها (C).

(b أوجد النقاط على المنحنى (C) حيث يكون ميل المماس يساوي 1 .

(c أثبت أن لنقطتين من هذه النقاط مماس مشترك .

التقييم : **متابعة الطلاب في حل تمرين صـ 59 (8) في كراسة التمارين .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 59 ((7 , 9 .**

التقويم:

بند3-5)) تطبيقات على القيم القصوى حصة(1)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يحدد المعطيات في المسألة المعطاه .

2) يكون نمذجة رياضية للمسالة المعطاه .

3) يحدد النقاط الحرجة .

4) يستخدم اختبار المشتقة الاولي في ايجاد القيم القصوي للدالة .

5) يستخدم اختبار المشتقة الثانية في ايجاد القيم القصوي للدالة .

6) يوظف جميع ما سبق في حل تطبيقات هندسية .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: **القيم الصغرى والقيم العظمى .**

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً لأسفل (1) 1 , 1-) :

a $f(x) = x^2$ b $f(x) = x|x|$ c $f(x) = -x$ d $f(x) = -x^2$

للدالة: (2 $f(x) = (x^2 - 3)^2$ **: نقاط انعطاف عددها**

a **1** b **2** c **3** d **4**

العرض :

لحل مسائل عن القيم القصوى: اتبع مايلي

(1قراءة المسألة بشكل جيد وتحديد المعلومات التي نحتاجها لحل المسألة .

(2تكوين نموذج رياضي للمسألة من خلال رسم أشكال ووضع علامات على الأجزاء المهمة في المسألة

ثم نضع متغير واحد يمثل الكمية المطلوب الحصول على قيمتها العظمى أو قيمتها الصغرى

ثم نكتب دالة باستخدام المتغير بحيث تعطي قيمتها القصوى المعلومات التي نبحث عنها.

(3رسم بيان الدالة من خلال إيجاد مجال الدالة وتحديد قيم المتغير التي تكون معقولة في المسألة .

(4تحديد النقاط الحرجة ويمكن إيجاد النقاط الطرفية.

(5نتحقق ما إذا كانت النتيجة معقولة أم لا .

مثال(1):

أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن .

مثال(2):

عددين غير سالبين مجموعهما 20 أوجد هذين العددين إذا كان :

(a مجموع مربعيهما أصغر ما يمكن .

(b أحد العددين مضافاً إليه الجذر التربيعي للآخر أكبر ما يمكن .

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 156 (1) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 63 ((1 .**

التقويم:

بند3-5)) تطبيقات على القيم القصوى حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر بعض قوانين المساحات والحجوم .

2) يحدد المعطيات في المسألة المعطاه .

3) يكون نمذجة رياضية للمسالة المعطاه .

4) يوظف جميع ما سبق في حل تطبيقات هندسية .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: **لا يوجد .**

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف (1 :

a $f(x) = (x -$ b $f(x) = x^{}$ c $f(x) = 4x^2 -$ d $f(x) = x^3 + 5x$

العرض :

تذكر: (1مساحة المثلث $A = \frac{1}{2} b\, h$ **حيث b طول القاعدة ، h الارتفاع .**

(2مساحة المثلث $A = \frac{1}{2} ab \sin\theta$ **حيث a , b طولا ضلعين ، θ الزاوية المحصورة بينهما .**

(3مساحة الدائرة $A = \pi r^2$ **، محيط الدائرة** $C = 2\pi r$.

(4مساحة المستطيل $A = l\,.\,w$ **، محيط المستطيل** $L = 2(l + w)$ **حيث l الطول ، w العرض**

(5حجم شبه المكعب $V = l\,.\,w\,.\,h$ **حيث l الطول ، w العرض ، h الارتفاع .**

(6حجم الأسطوانة الدائرية القائمة $V = \pi r^2 h$ **حيث r نصف القطر ، h الارتفاع .**

(7حجم المخروط الدائري القائم $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ **حيث r نصف القطر ، h الارتفاع .**

(8قانون المسافة بين نقطتين $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2)$ **هو** $L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

مثال(1):

يراد صنع صندوق بدون غطاء بقص مربعات متطابقة طول ضلع كل منها x من أركان طبقة صفيح أبعادها

15 cm , 8 cm وثني جوانبها من أعلى .

أوجد قيمة x بحيث يكون حجم الصندوق أكبر ما يمكن . وما هو حجم أكبر صندوق يمكن صنعه بهذه الطريقة .

مثال(2):

تعطي الدالة : $V(h) = 2\pi\,(\,-h^3 + 36\,h\,)$ ***حجم اسطوانة بدلالة ارتفاعها h .***

(a أوجد الارتفاع *h* ((cm للحصول على أكبر حجم للاسطوانة .

(b ما قيمة هذا الحجم .

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 157 (2) ، صـ 158 (3).**

التطبيق : **حل تمارين صـ 63 ((3 , 5 , 6 , 8 .**

التقويم:

بند3-5)) تطبيقات على القيم القصوى حصة(3)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر بعض قوانين المساحات والحجوم .

2) يحدد المعطيات في المسألة المعطاه .

3) يكون نمذجة رياضية للمسالة المعطاه .

4) يوظف جميع ما سبق في حل تطبيقات هندسية .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: **لا يوجد .**

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

مستطيل مساحته $36\ cm^2$ **(1 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:**

a) ***cm , 3 cm*** b) **6 *cm* , 6 *cm*** c) **18 *cm* , 2 *cm*** d) **12 *cm* , 4 *cm***

أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان على القطع المكافئ: $y = 4 - x^2$ **(2**

a) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$, $\frac{8}{3}$ b) $\sqrt{3}$, $\frac{8}{3}$ c) **4** d) $\frac{8}{3}$

العرض :

تذكر: (1مساحة المثلث $A = \frac{1}{2} b\,h$ **حيث *b* طول القاعدة ، *h* الارتفاع .**

(2مساحة المثلث $A = \frac{1}{2} ab\ sin\,\theta$ **حيث *a , b* طولا ضلعين ، *θ* الزاوية المحصورة بينهما .**

(3مساحة الدائرة $A = \pi\, r^2$ **، محيط الدائرة** $C = 2\pi\, r$.

(4مساحة المستطيل $A = l\,.\,w$ **، محيط المستطيل** $L = 2(l + w)$ **حيث *l* الطول ، *w* العرض**

(5حجم شبه المكعب $V = l\,.\,w\,.\,h$ **حيث *l* الطول ، *w* العرض ، *h* الارتفاع .**

(6حجم الأسطوانة الدائرية القائمة $V = \pi\, r^2\, h$ **حيث *r* نصف القطر ، *h* الارتفاع .**

(7حجم المخروط الدائري القائم $V = \frac{1}{3}\pi\, r^2\, h$ **حيث *r* نصف القطر ، *h* الارتفاع .**

(8قانون المسافة بين نقطتين $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2)$ **هو** $L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

مثال(1):

أوجد أقصر مسافة بين النقطة A (*x , y*) على المنحنى الذي معادلته $y = \sqrt{x}$ **والنقطة B (0 , 3)**

مثال(2):

ما أكبر مساحة ممكنة لمثلث قائم الزاوية وطول وتره يساوي 6 *cm* ؟ وما أبعاده ؟

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 159 (4) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 63 ((2 , 4 , 7 , 10 .**

التقويم:

بند3-5)) تطبيقات على القيم القصوى حصة(4)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر بعض قوانين المساحات والحجوم .

2) يحدد المعطيات في المسألة المعطاه .

3) يكون نمذجة رياضية للمسالة المعطاه .

4) يوظف جميع ما سبق في حل تطبيقات هندسية .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: **لا يوجد .**

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

مستطيل مساحته $36\ cm^2$ **(1 فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:**

a) **3 cm ، 12 cm** b) **6 cm ، 6 cm** c) **2 cm ، 18 cm** d) **4 cm ، 9 cm**

أبعاد أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان على القطع المكافئ: $y = 4 - x^2$ **(2**

a) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ، $8\frac{8}{3}$ b) $\sqrt{3}$ ، $\frac{8}{3}$ c) **4** d) **غير ذلك**

العرض :

تذكر: (1مساحة المثلث $A = \frac{1}{2} b\,h$ **حيث** ***b*** **طول القاعدة ، *h* الارتفاع .**

(2مساحة المثلث $A = \frac{1}{2} ab\ sin\,\theta$ **حيث** ***a , b*** **طولا ضلعين ، *θ* الزاوية المحصورة بينهما .**

(3مساحة الدائرة $A = \pi\, r^2$ **، محيط الدائرة** $C = 2\pi\, r$ **.**

(4مساحة المستطيل $A = l\,.\,w$ **، محيط المستطيل** $L = 2(l + w)$ **حيث *l* الطول ، *w* العرض**

(5حجم شبه المكعب $V = l\,.\,w\,.\,h$ **حيث *l* الطول ، *w* العرض ، *h* الارتفاع .**

(6حجم الأسطوانة الدائرية القائمة $V = \pi\, r^2\, h$ **حيث *r* نصف القطر ، *h* الارتفاع .**

(7حجم المخروط الدائري القائم $V = \frac{1}{3}\pi\, r^2\, h$ **حيث *r* نصف القطر ، *h* الارتفاع .**

(8قانون المسافة بين نقطتين $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2)$ **هو** $L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

مثال(1):

تصنع إحدى الشركات يومياً *x* (بالآلاف) من المكثفات الكهربائية .

يعطى معدل كلفة إنتاج كل قطعة بالعلاقة : $C(x) = x - 2 + \frac{25}{x}$

a) أوجد كمية المكثفات المنتجة يومياً لتحقيق أقل كلفة ممكنة .

b) تباع كل ألف قطعة بسعر 10 دنانير . أوجد كمية المكثفات المنتجة لتحقيق أكبر ربح .

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ 161 (5) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 63 ((9 .**

التقويم:

بند4-1)) **الـتـقـديـر** **حصة(1)**

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر مفهوم كل من المعلمة و الإحصاءة .

2) يذكر رمز كل من المتوسط الحسابي – التباين – الانحراف المعياري لكل من المجتمع و العينة .

3) يعرف التقدير لمعلمة المجتمع و أنواعه (بنقطة – بفترة الثقة).

4) يقدر بنقطة معلمة المجتمع باستخدام العينة المعطاة.

5) يعرف درجة الثقة (مستوى الثقة) و التعبير عنها .

6) يستخرج قيمة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ من جدول التوزيع الطبيعي المعياري .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ و المفردات الجديدة: المعلمة ، الإحصاءة ، تقدير المعلمة ، تقدير بنقطة ، درجة الثقة ، نسبة الخطأ.

التمهيد :

*** تذكر أن :**

المتوسط الحسابي لعينة (1 $\bar{x}$ **: . مجموع قيم البيانات مقسوماً على عدد البيانات**

التباين لعينة (2 S^2 $S^2 = \frac{\sum_{i=0}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}$:

الإنحراف المعياري لعينة (3 S $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$:

العرض :

المعلمة: هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي μ أو الانحراف المعياري σ .

الإحصاءة: هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي $\bar{x}$ **أو الانحراف المعياري S .**

تقدير المعلمة: هو إحصاءة تعتمد على قيم العينة و تعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل و توزيعه .

التقدير بنقطة: هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقديرمعلمة مجهولة من معالم المجتمع .

فمثلا المتوسط الحسابي للعينة العشوائية $\bar{x}$ **يستخدم كتقدير بنقطة للمتوسط الحسابي للمجمع μ و كذلك الانحراف المعياري للعينة S يستخدم كتقدير بنقطة للانحراف المعياري للمجتمع σ .**

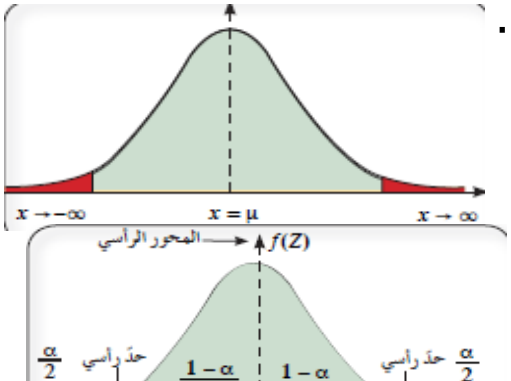
فترة الثقة: هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان (أي أنها فترة عشوائية) تحوي إحدى معالم المجتمع بنسبة معينة تسمى درجة الثقة (مستوى الثقة) .

التقدير بفترة الثقة: هو إيجاد فترة معينة يتوقع أن تقع معلمة المجتمع داخلها بنسبة معينة أو احتمال معين .

درجة الثقة (مستوى الثقة): إن درجة الثقة أو مستوى الثقة هو احتمال (1- α) أن تكون فترة الثقة تحوي القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع قيد الدراسة ، و عادة يعبر عنها كنسبة منوية .

ملاحظة : α **هي نسبة الخطأ في التقدير وتسمى المعنوية أو مستوى الدلالة .**

التوزيع الطبيعي: يكون $\bar{x} = \mu$

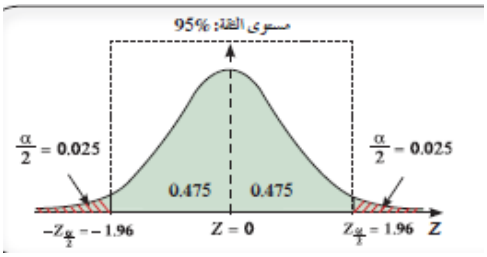


التوزيع المعياري: إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي $\mu = 0$

و الانحراف المعياري $\sigma = 1$

يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري .

القيمة الحرجة: $Z_{\frac{\alpha}{2}}$



$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{\alpha-1}{2}} \quad ، \quad -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{\alpha-1}{2}}$$

مثال(1): أوجد القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة97% باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري .

مثال(2): أوجد القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة99% باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري .

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ (1) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 71 ((1 .**

التقويم:

بند4-1)) الـتـقـديــر حصة(2)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يحدد العناصر المعطاة بالتمرين (σ , $\bar{x}$ n , S ,) .

2) يحدد فيما إذا كان التباين للمجتمع الإحصائي σ معلوم أو مجهول .

3) يحدد عدد عناصر العينة n>30 أو n ≥ 30 إذا كان التباين للمجتمع σ غير معلوم .

4) يذكر قانون هامش الخطأ . 5) يعين قيمة هامش الخطأ E.

6) يعين فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي إذا كان التباين σ للمجتمع معلوم .

7) يعين فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي إذا كان التباين σ للمجتمع غير معلوم

و حجم العينة $n > 30$.

8) يفسر فترة الثقة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: التقدير بفترة ، هامش الخطأ.

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة : القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96.6 % هي :**

a 2.12 % 21 b 21.2 c 2.1 d

العرض :

هامش الخطأ:

1) الخطأ بالتقدير بنقطة : القيمة المطلقة للفرق بين قيمة المتوسط الحسابي للعينة $\bar{x}$ وقيمة المتوسط الحسابي μ للمجتمع تسمى بالخطأ المعياري وتساوي $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ حيث σ: الانحراف المعياري للمجتمع ، n حجم العينة .

2) الخطأ بالتقدير بفترة :عند استخدام بيانات عينة لتقدير المتوسط الحسابي μ لمجتمع يكون هامش الخطأ ، يرمز له بـ E , القيمة العظمى الأكثر ترجيحا عند درجة الثقة $(1 - \alpha)$ للفرق بين المتوسط الحسابي $\bar{x}$ للعينة و المتوسط الحسابي μ للمجتمع . و يسمى أيضا هامش الخطأ الأكبر $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ عند درجة الثقة $(1 - \alpha)$

وحتى يكون الخطأ في التقدير أقل ما يمكن يجب أن تتحقق المتباينة : $|\bar{x} - \mu| < E$

$$|\mu - \bar{x}| < E \Rightarrow -E < \mu - \bar{x} < E \Rightarrow \bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$$

وعليه فإن فترة الثقة تكون $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$ ولإيجاد فترة الثقة نميز ثلاث حالات :

أولاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 معلوم .

الخطوات المتبعة: 1) نوجد القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لدرجة ثقة 95% وهي 1.96

2) نوجد هامش الخطأ $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ حيث σ هي الانحراف المعياري للمجتمع .

3) نوجد فترة الثقة $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$.

مثال(1): اجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن . فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 25$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 3.6$ والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 18.4$ باستخدام مستوى الثقة 95% .

1 - أوجد هامش الخطأ .

2 - أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ .

3 - فسر فترة الثقة .

ثانياً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 غير معلوم ، $n > 30$.

الخطوات المتبعة: 1) نوجد القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لدرجة ثقة 95% وهي 1.96

2) نوجد هامش الخطأ $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ حيث s هي الانحراف المعياري للعينة .

3) نوجد فترة الثقة $(\bar{x} - E \ , \ \bar{x} + E)$.

مثال(2): أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها n = 81 ومتوسطها الحسابي $\bar{x}$ = 50وانحرافها المعياري= S 9 باستخدام مستوى الثقة 95% .

1 - أوجد هامش الخطأ .

2 - أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

3 – فسر فترة الثقة .

التقييم : **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ (1) .**

التطبيق : **حل تمارين صـ 71 ((2 , 4 .**

التقويم:

بند4-1)) الـتـقـديــر حصة(3)

التاريخ : / / 201م الصف : 12ع / الحصة :

الأهداف السلوكية :

1) يذكر خواص التوزيع t .

2) يعين درجة الحرية $n - 1$.

3) يوجد القيمة الحرجة $t_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لدرجة ثقة 95% من جدول توزيع t .

4) يذكر قانون هامش الخطأ للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي (في حالة σ غير معلوم و حجم العينة $n \leq 30$)

5) يعين قيمة هامش الخطأ E.

6) يعين فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ للمجتمع الإحصائي إذا كان التباين σ للمجتمع غيرمعلوم وحجم العينة $n \leq 30$.

7) يفسر فترة الثقة .

الوسائل التعليمية: **السبورة ، الكتاب المدرسي ، أقلام ملونة ، آلة حاسبة .**

الألفاظ والمفردات الجديدة: التقدير بفترة ، هامش الخطأ.

التمهيد :

*** اختر الإجابة الصحيحة :**

لنفرض أن متوسط مجتمع إحصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي:

a) 56.34 66.1 b) 6.62 c) 62.9 d) d

العرض :

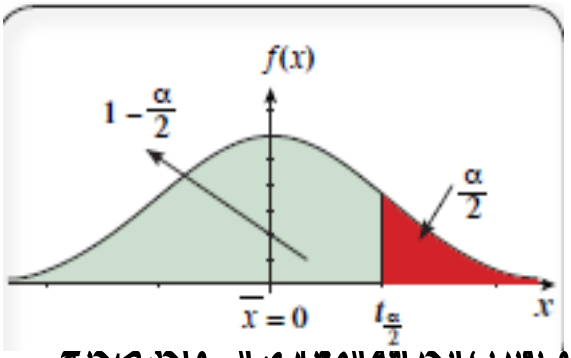
*** إذا كان التباين σ للمجتمع غير معلوم و حجم العينة $n \leq 30$.**

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي تباينه σ^2 غير معلوم وحجم العينة $n \leq 30$ فإن توزيع العينة لا يؤول للتوزيع الطبيعي وفي هذه الحالة يلزمنا استخدام توزيع آخرهو توزيع t للعينة الصغيرة التي حجمها $n \leq 30$

خواص التوزيع t :

- توزيع متماثل حول متوسطه الحسابي و الذي يساوي صفرا , و يمتد إلى ∞ من جهة اليمين و إلى $-\infty$ من جهة اليسار و يزداد قربا من الصفر في الجهتين .

- يعتمد هذا التوزيع على درجات الحرية و التي تساوي (حجم العينة (1 - أي ($n - 1$).



- التوزيع t يشبه التوزيع الطبيعي إلا أن قمته أكثر انخفاضا من التوزيع الطبيعي .

- كلما زادت درجات الحرية اقترب هذا التوزيع من التوزيع الطبيعي و يعرب انحرافه المعياري إلى واحد صحيح .

ثالثاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 غير معلوم ، $n \leq 30$.

الخطوات المتبعة: 1) نوجد درجة الحرية ($n - 1$) .

2) نوجد القيمة الحرجة $t_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لدرجة ثقة 95% من جدول توزيع t .

3) نوجد هامش الخطأ $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ حيث s هي الانحراف المعياري للعينة .

4) نوجد فترة الثقة $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$ **.**

<u>مثال(1):</u> أوجد فترة الثقة 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ علما أن العينة أخذت من مجتمع طبيعي .

إذا كان لدينا : = 8.4 S, = 0.3 , $\bar{x}$n = 13

<u>التقييم :</u> **متابعة الطلاب في حاول أن تحل صـ (1) .**

<u>التطبيق :</u> **حل تمارين صـ 71 ((6 .**

<u>التقويم:</u>