

PROBLEMAS DE PROBABILIDAD PARA RESOLVER CON TABLAS DE CONTINGENCIA.

Problema 1.-En una ciudad el 60 % de sus habitantes son aficionados al fútbol, el 30 % son aficionados al baloncesto y el 25 % a ambos deportes.

- a) ¿Son independientes los sucesos “ser aficionado al fútbol” y “ser aficionado al baloncesto”?
- b) Si una persona no es aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que no sea aficionada al baloncesto?
- c) Si una persona no es aficionada al baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionada al fútbol?

Solución:

Primero hacemos un cuadro de contingencia con los datos:

	Aficionados al futbol (F)	No afición. al futbol (no F)	totales
Aficionados al baloncesto (B)	25	5	30
No afición.al baloncesto (no B)	35	35	70
Totales	60	40	100

- a) Tenemos que ver que la $P(F \cap B) = P(F) \cdot P(B)$

Calculamos cada una y vemos:

$$P(F \cap B) = 25/100 = 0,25 \quad P(F) = 60/100 = 0,60 \quad P(B) = 30/100 = 0,30$$

$0,25 \neq 0,60 \cdot 0,30 \rightarrow$ los sucesos no son independientes

b) $P(\text{no B} / \text{no F}) = 35/40 = 0,875$

c) $P(F / \text{no B}) = 35/70 = 0,5$

Problema 2.- De 150 pacientes, 90 tienen una enfermedad cardiaca, 50 tienen cáncer y 20 tienen ambas enfermedades.

- a) Recoge en una tabla de doble entrada todos los datos aportados, así como los que se puedan deducir de ellos.
- b) Determinar la probabilidad de que una persona tomada al azar tenga una sola de las dos enfermedades.

Solución: Hacemos el cuadro de contingencia

	Enfermedad cardiaca (EC)	No enfermedad c. (no EC)	Totales
Cáncer (C)	20	40	50
No Cáncer (C)	70	20	100
totales	90	60	150

a) $P(EC \cap \text{no C}) + P(\text{no EC} \cap C) = 70/150 + 40/150 = 0,467 + 0,267 = 0,734$

Problema 3.- En una ciudad el 40% de los domicilios tiene conexión a Internet, el 33% tiene conexión de tv por cable y el 20% disfruta de ambos servicios.

- Calcula la probabilidad de que al elegir al azar un hogar nos encontremos con al menos alguno de estos dos servicios.
- Se ha elegido un hogar en el que hay conexión a Internet. Probabilidad de que no esté equipado con TV por cable.

Solución: Con los datos aportados en el enunciado se pueden incluir algunos datos en la siguiente tabla de contingencia.

	Internet (I)	No Internet (No I)	TOTAL (C/No C)
Cable TV (C)	20		33
No cable TV (No C)			67
TOTAL (I/No I)	40	60	100

No resulta difícil deducir los demás datos de la tabla a partir de los que se tienen considerando los totales por filas y columnas.

	Internet (I)	No Internet (No I)	TOTAL (C/No C)
Cable TV (C)	20	13	33
No cable TV (No C)	20	47	67
TOTAL (I/No I)	40	60	100

A partir de esta tabla nos podemos plantear el contestar a las cuestiones propuestas:

- probabilidad de que al elegir al azar un hogar nos encontremos con al menos alguno de estos dos servicios.

Casos posibles: 100. (Datos dados en porcentajes)

Casos favorables: 20 (Tienen Internet y cable)+13 (tienen solo cable)+20(tienen sólo Internet)
=53

Probabilidad= 53/100.

- Se ha elegido un hogar en el que hay conexión a Internet. Probabilidad de que no esté equipado con TV por cable.

El hecho de saber que el hogar está conectado a saber nos permite reducir el número de casos posibles. De los 100 que había inicialmente pasamos a los 40 que están conectados a Internet.

De estos 40, los casos favorables son los 20 que representan a hogares en los que no hay conexión de TV por cable.

La probabilidad solicitada por tanto es : $P(\text{No C/I}) = 20/40$.

Problema 4.- En una determinada localidad hay tres partidos políticos: PP, PSOE e IU. Se efectúa un referéndum para decidir si un cierto día se declara fiesta local. La siguiente tabla nos da los resultados en % en función del partido al que votó cada ciudadano en las últimas elecciones:

	PP	PSOE	IU	Abs
Sí	25	20	8	12
No	15	10	2	8

a) ¿Qué probabilidad hay de que una persona tomada al azar haya votado Sí en el referéndum?

b) Calcular la probabilidad de que un individuo sea del PP sabiendo que ha votado sí.

Solución: En primer lugar completamos la tabla con las sumas parciales:

	PP	PSOE	IU	Abs	totales
Sí	25	20	8	12	65
No	15	10	2	8	35
totales	40	30	10	20	100

a) $p(\text{Sí}) = 0,65$; b) $p(\text{PP/Sí}) = 25/65 = 0,38$.

Problema 5.- Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana 3 automóviles con problemas eléctricos, 8 con problemas mecánicos y 3 con problemas de chapa, y por la tarde 2 con problemas eléctricos, 3 con problemas mecánicos y 1 con problemas de chapa.

- Calcula el porcentaje de los que acuden por la tarde.
- Calcula el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.
- Calcula la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

Solución:

En las tablas de contingencia, con las frecuencias absolutas y los porcentajes, respectivamente, pueden verse recogidos los datos del enunciado.

	ELÉCTRICOS	MECÁNICOS	CHAPA	TOTAL
MAÑANA	3	8	3	14
TARDE	2	3	1	6
TOTAL	5	11	4	20

Las respuestas a las cuestiones planteadas basta leerlas en la tabla. Así, se obtiene:

- $P(\text{Tarde}) = 6/20 = 0,30 \Rightarrow 30\%$ acuden por la tarde
- $P(\text{Mecánicos}) = 11/20 = 0,55 \Rightarrow$ El porcentaje de vehículos ingresados con problemas mecánicos es el 55%.
- La probabilidad buscada es: $P(\text{mañana/eléctricos}) = 3/5 = 0,6$

Problema 6.- Una compañía de seguros hace una investigación sobre la cantidad de partes de siniestro fraudulentos presentados por los asegurados. Clasificando los seguros en tres clases, incendio, automóvil y "otros", se obtiene la siguiente relación de datos:

El 6% son partes por incendio fraudulentos; el 1% son partes de automóviles fraudulentos; el 3% son "otros" partes fraudulentos; el 14% son partes por incendio no fraudulentos; el 29% son partes por automóvil no fraudulentos y el 47% son "otros" partes no fraudulentos.

- Haz una tabla ordenando los datos anteriores y hallando el porcentaje total de partes fraudulentos y no fraudulentos.
- Calcula qué porcentaje total de partes corresponde a la rama de incendios, cuál a la de automóviles y cuál a "otros". Añade estos datos a la tabla.
- Calcula la probabilidad de que un parte escogido al azar sea fraudulento. ¿Cuál será, en cambio, la probabilidad de que sea fraudulento si se sabe que es de la rama de incendios?

Solución:

a) Y b) La tabla con los datos del enunciado y los totales es la siguiente:

	INCENDIO	AUTOMÓVIL	OTROS	TOTAL
FRAUDULENTOS	6	1	3	10
NO FRAUDULENTOS	14	29	47	90
TOTAL	20	30	50	100

$$P(F) = 10/100 = 0,10 \Rightarrow 10\% \text{ de partes fraudulentos}$$

$$P(\text{no } F) = 1 - P(F) = 1 - 0,10 = 0,90 \Rightarrow 90\% \text{ de partes no fraudulentos.}$$

c) La probabilidad condicionada que se pide es:

$$P(\text{FRAUDE}/\text{INCENDIO}) = 6/20 = 0.3$$

Problema 7.- En una cadena de televisión se hizo una encuesta a 2 500 personas para saber la audiencia de un debate y de una película que se emitieron en horas distintas: 2 100 vieron la película, 1 500 vieron el debate y 350 no vieron ninguno de los dos programas. Si elegimos al azar a uno de los encuestados:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película y el debate?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que viera la película, sabiendo que no vio el debate?

c) Sabiendo que vio la película, ¿cuál es la probabilidad de que viera el debate?

Solución: Organizamos la información en una tabla de doble entrada, completando los datos que faltan:

	DEBATE	NO DEBATE	TOTALES
PELÍCULA	1450	650	2100
NO PELÍCULA	50	350	400
TOTALES	1500	1000	2500

Llamamos D = "Vio el debate" y P = "Vio la película".

$$a) P[D \cap P] = \frac{1\,450}{2\,500} = \frac{29}{50} = 0,58$$

$$b) P[P | D] = \frac{1\,450}{1\,500} = \frac{29}{30} = 0,97$$

$$c) P[D | P] = \frac{1\,450}{2\,100} = \frac{29}{42} = 0,69$$