

**Exercice 1 :**

- 1) Soit  $P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 22x + 8$ 
  - a) Déterminer le degré du polynôme  $P$  et déterminer son monôme du plus haut degré.
  - b) Vérifier que 4 est un zéro de  $P$ . Factoriser  $P(x)$
  - c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $P(x) \leq 0$
- 2) a) Factoriser le trinôme :  $x^2 - 2x - 8$ 
  - b) Soit  $f$  la fonction rationnelle définie par :  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 8}{P(x)}$ . Déterminer le domaine de définition  $D$  de  $f$ .
  - c) Vérifier que pour tout  $x \in D$  ;  $f(x) = \frac{1}{3x - 1}$
  - d) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = \frac{1}{5}$
  - e) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $\frac{|x - 1|}{3x - 1} \leq 0$

**Exercice 2 :**

- 1) On pose  $A(x) = -4x^4 + 20x^2 - 16$ . Mettre  $A(x)$  en produit de facteurs.
- 2) Soit  $B(x) = -2x^3 + 5x^2 - x - 2$ . Vérifier que 2 est une racine de  $B$  puis factoriser  $B(x)$ .
- 3) On pose  $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$  et  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ 
  - a) Préciser les domaines  $D_f$  et  $D_g$  des fonctions  $f$  et  $g$ .
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) \geq 1$
  - c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $g(x) < \sqrt{2}(x + 2)$

**Exercice 3 :**

Soit la fonction polynôme  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

- 1) Calculer  $f(-2)$  puis factoriser  $f(x)$
- 2) Soit la fonction rationnelle  $g$  définie par  $g(x) = \frac{f(x)}{x^4 - 2x^2 - 8}$ 
  - a) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $g$
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $g(x) = \frac{-9}{2(x^2 + 2)}$
  - c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\sqrt{-(x^2 + 2)g(x)} \geq \sqrt{2}$

**Exercice 4 :**

Soient  $f(x) = x^2 + 3x - 10$  et  $g(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f(x) > 0$
- 2) Calculer  $g(4)$  puis factoriser  $g(x)$
- 3) Soit la fonction rationnelle  $h$  définie par  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 
  - a) Déterminer le domaine de définition de la fonction  $h$
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $h(x) \leq -2$

**Exercice 5 :**

Soient les deux fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \frac{-x^2 + 3x - 2}{x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3}}$  et  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 6}{2x^2 - 5x + 3}}$

- 1) Déterminer les domaines de définitions des deux fonctions f et g.
- 2) Résoudre dans IR les inéquations : a)  $f(x) \geq 0$  b)  $g(x) > 1$

### **Exercice 6 :**

Soit la fonction polynôme  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

- 3) Calculer  $f(-2)$  puis factoriser  $f(x)$

- 4) Soit la fonction rationnelle g définie par  $g(x) = \frac{f(x)}{x^4 - 2x^2 - 8}$

- a) Déterminer le domaine de définition de la fonction g

- b) Résoudre dans IR l'équation  $g(x) = \frac{-9}{2(x^2 + 2)}$

- c) Résoudre dans IR l'inéquation  $\sqrt{-(x^2 + 2)g(x)} \geq \sqrt{2}$

### **Exercice 7:**

Soient  $f(x) = x^2 + 3x - 10$  et  $g(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

- 4) Résoudre dans IR l'inéquation  $f(x) > 0$

- 5) Calculer  $g(4)$  puis factoriser  $g(x)$

- 6) Soit la fonction rationnelle h définie par  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$

- a) Déterminer le domaine de définition de la fonction h

- b) Résoudre dans IR l'inéquation  $h(x) \leq -2$

### **Exercice 8 :**

Soient les polynômes :  $P(x) = -x^3 + 2x^2 + 11x - 12$  et  $Q(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 24$

- 1) a) Trouver une racine apparente de P

- b) Factoriser P(x)

- c) Résoudre dans IR, l'inéquation :  $P(x) \leq 0$

- 2) a) Vérifier que 2 et -3 sont deux racines de Q

- b) Factoriser Q(x)

- c) Résoudre dans IR, l'inéquation  $\frac{Q(x)}{x-2} \geq 0$

- 3) Soit le polynôme  $A(x) = (x-2)P(x) - (x-1)Q(x)$

- a) Factoriser A(x)

- b) En déduire le degré de A

- 4) Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 1}{\sqrt{2x^3 - 4x^2 - 22x + 24}} + \frac{3x^2 - 2x + 5}{x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 24}$  Déterminer l'ensemble de définition de f.

### **Exercice 9 :**

I / Soit P le polynôme défini par  $P(x) = x^4 - 13x^2 + 36$ .

- 1) Factoriser P(x)

- 2) Résoudre dans IR : a)  $P(x) = 0$  b)  $P(x) < 0$

II / Soit Q le polynôme défini par  $Q(x) = 2x^3 - 5x^2 - 9x + 18$

- 1) Vérifier 3 est un zéro du polynôme Q.

- 2) Déterminer un polynôme R tel que, pour tout réel x, on a :  $Q(x) = (x-3)R(x)$

- 3) Résoudre dans IR a)  $Q(x) = 0$  b)  $Q(x) \geq 2(x+2)$

- III / Soit f la fonction rationnelle défini par :  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

- 1) Déterminer le domaine de définition de la fonction f.

- 2) Montrer que pour tout réel  $x \in D_f$  on a :  $f(x) = \frac{(x-2)(x+3)}{2x-3}$

3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

a)  $f(x) \geq 0$

b)  $f(x) \leq x - 1$

c)  $\sqrt{x^4 - 13x^2 + 36} < (x + 2)(x - 3)$