

Filière : SMI

Série 1

Exercice 1

Décrire les langages définis par les expressions rationnelles suivantes (l'alphabet puis l'expression) :

1. $A_1 = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,H\}, ([1-9][0-9]^*(0|2|4|6|8)) \mid (0|2|4|6|8)$
2. $A_1, (0[0-9] \mid 10 \mid 11 \mid 12)H[0-5][0-9]$
3. $A_2 = \{a, b, c\}, ((a|b|c)(a|b|c)(a|b|c))^*$
4. $A_2, (a|b|c)^*a(a|b|c)^*a(a|b|c)$
5. $A_2, (b|c)^*a(b|c)^*a(b|c)^*$

Exercice 2

Pour chacune des expressions rationnelles suivantes, donner une expression rationnelle plus simple décrivant le même langage :

1. $a^+a^*bc \mid aa^?b^?c$
2. $([a-z]^*)^*(c(ab)^* \mid ca(b(ab)^*))$
3. $a(ba)^*b \mid (ab)^+cd$
4. $a(ba)^*b(bc|c) \mid ab^*b^?c$

Exercice 3

Soit l'alphabet $A = \{0, 1, 2\}$. Résoudre le système suivant :

$$X = 0X + 1Y + 1Z + 0$$

$$Y = 0Y + 1Y$$

$$Z = 1Z + 0Y + 00$$

Exercice 4

Soient a et b deux expressions rationnelles. Montrer que :

1. $a(a+ba)^* = (a+ab)^*a$
2. $(ab)^*a = a(ba)^*$
3. $(a+b)^+ = a^+ + a^*(ba^*)^+$

Exercice 5

Les langages suivants sont-ils rationnels ?

$M = \{a^n b^p : n < p, n, p \in \mathbb{N}\}$ et $L = \{a^m b^n c^{m+n} / m, n \in \mathbb{N}\}$