

Απλό Εκκρεμές

1. Δύο μαθητές, για να βρουν την ένταση του πεδίου βαρύτητας g , μέτρησαν το χρόνο δέκα ταλαντώσεων για τέσσερα διαφορετικά μήκη ℓ του εκκρεμούς. Οι μετρήσεις φαίνονται στον πίνακα.

$\ell(\text{m})$	$t=10T \text{ (s)}$
0,1	6,40
0,3	10,86
0,5	13,82
0,7	16,92

- α. Να γράψετε τον τύπο που δίνει την περίοδο ταλάντωσης T του απλού εκκρεμούς.
 β. Αφού επεξεργαστείτε τις μετρήσεις, να κάνετε την κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να βρείτε το g .

2006

2. Για τη μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του απλού εκκρεμούς και λήφθηκαν οι μετρήσεις που φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα.

Μήκος εκκρεμούς, $\ell \text{ (m)}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Περίοδος, $T \text{ (s)}$	0,65	0,85	1,1	1,25	1,4

Με δεδομένο ότι η περίοδος του απλού εκκρεμούς T , δίνεται από τη σχέση:

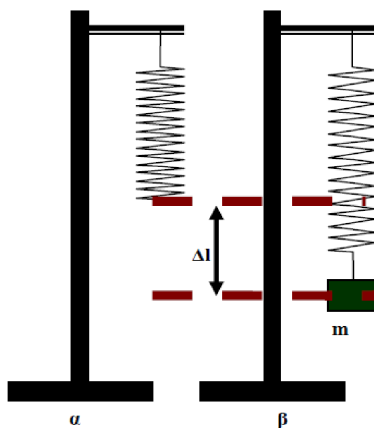
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

- α. να επεξεργαστείτε τις μετρήσεις έτσι ώστε να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση $T^2 = f(\ell)$.
 β. Από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

ΤΣ 2006

3. Μια ομάδα μαθητών θέλει να μετρήσει την επιτάχυνση της βαρύτητας g , στο εργαστήριο με τη βοήθεια ελατηρίου άγνωστης σταθεράς K .

Το ελατήριο κρέμεται κατακόρυφα και στο ελεύθερο άκρο του υπάρχει μάζα m όπως στο σχήμα β. Οι μαθητές μετρούν τη στατική επιμήκυνση (Δl) του ελατηρίου και το χρόνο 10 ταλαντώσεων μικρού πλάτους.



Μετά αλλάζουν τη μάζα m και επαναλαμβάνουν την ίδια διαδικασία μερικές φορές.

Στη συνέχεια κάνουν τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε σχέση με τη στατική επιμήκυνση Δl . Η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα.

α. Γιατί οι μαθητές μέτρησαν τον χρόνο 10 ταλαντώσεων και όχι μόνο μιας ταλάντωσης;

β. Να εξαχθεί η μαθηματική σχέση που συνδέει την περίοδο T με τη στατική επιμήκυνση Δl και την της βαρύτητας g .

γ. Να υπολογίσετε από την κλίση της γραφικής παράστασης την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

2007

4. Στο σχήμα φαίνεται ένα απλό εκκρεμές που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση πλάτους x_0 .

α. Να γράψετε το μαθηματικό τύπο με τον οποίο υπολογίζεται η περίοδος του εκκρεμούς και να εξηγήσετε τι παριστάνει κάθε σύμβολο που περιέχεται στον τύπο αυτό.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς γίνεται το μισό του αρχικού, . Να εξηγήσετε κατά πόσο θα αλλάξει η περίοδος.

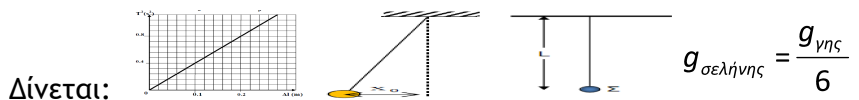
ΤΣ 2007

5. Α. Το εκκρεμές του σχήματος εκτρέπεται από τη κατακόρυφη θέση κατά μικρή γωνία θ ($\theta < 3^\circ$) και στη συνέχεια αφήνεται να κινηθεί ελεύθερα.

α. Να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

β. Να εξάγετε τη μαθηματική σχέση που συνδέει την περίοδο της ταλάντωσης με το μήκος του εκκρεμούς και την ένταση του πεδίου βαρύτητας.

γ. Να υπολογίσετε την περίοδο του ιδίου εκκρεμούς αν μεταφερθεί στην επιφάνεια της Σελήνης σε σχέση με την περίοδο που έχει στην επιφάνεια της Γης.



Β. Ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε ένα απλό εκκρεμές για να μετρήσει πειραματικά την ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης. Οι μαθητές άλλαζαν το μήκος L του εκκρεμούς και καταχωρούσαν τις μετρήσεις του χρόνου t δέκα (10) πλήρων ταλαντώσεων στο πιο κάτω πίνακα.

$L(m)$	0,8	1,2	1,6	2,0
1. $t(s)$	18,0	22,0	25,4	28,4

Αφού επεξεργαστείτε τις μετρήσεις, να χαράξετε κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου βαρύτητας.

2008

6. α. Μια ομάδα μαθητών θέλει να μετρήσει την επιτάχυνση της βαρύτητας g στο εργαστήριο, με τη βοήθεια ενός απλού εκκρεμούς.

Οι μαθητές μετρούν το χρόνο 10 ταλαντώσεων μικρού πλάτους και υπολογίζουν την περίοδο ταλάντωσης.

i. Γιατί οι μαθητές μέτρησαν το χρόνο 10 ταλαντώσεων και όχι μόνο μιας ταλάντωσης;

Στη συνέχεια οι μαθητές μεταβάλλουν το μήκος του νήματος και επαναλαμβάνουν την ίδια διαδικασία μερικές φορές. Η γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε σχέση με το μήκος L του εκκρεμούς που έκαναν οι μαθητές φαίνεται στο σχήμα (β).

ii. Με δεδομένο ότι η περίοδος ενός απλού εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ να υπολογίσετε από τη γραφική παράσταση την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

β. Να αποδείξετε ότι το απλό εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση όταν εκτραπεί λίγο από τη θέση ισορροπίας του.

ΤΣ 2008

9. α. Ένας ταλαντωτής είναι και το απλό εκκρεμές. Να περιγράψετε πείραμα, με το οποίο μπορούμε να βρούμε κατά πόσο η περίοδος του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από τη μάζα του. Έχετε στη διάθεσή σας: μικρές σφαίρες διαφόρων μαζών, νήμα, ορθοστάτη και χρονόμετρο.

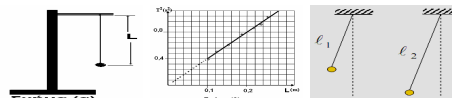
β. Δύο εκκρεμή με διαφορετικά μήκη l_1 και l_2 , με $l_2 > l_1$, εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Ποιο από τα δύο εκκρεμή έχει τη

5

10. Μια ομάδα μαθητών μελετά στο εργαστήριο Φυσικής την ταλάντωση δύο συστημάτων. Ενός απλού εκκρεμούς και ενός χάρακα.

I. Απλό εκκρεμές.

Για να επιβεβαιώσουν οι μαθητές τη σχέση



$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ μεταξύ της περιόδου T του εκκρεμούς και του μήκους του l , πήραν μετρήσεις, τις επεξεργάστηκαν και κατέγραψαν τελικά τις τιμές που φαίνονται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1						
l / cm	40	50	60	70	80	90
T^2 / s ²	1,61	2,01	2,41	2,82	3,22	3,62

α. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση T^2 σε συνάρτηση με το l .

β. Να εξηγήσετε αν η γραφική παράσταση που έχετε χαράξει επιβεβαιώνει τη μαθηματική σχέση μεταξύ περιόδου και μήκους του εκκρεμούς.

II. Χάρακας.

Ο χάρακας που χρησιμοποίησαν οι μαθητές είχε μήκος ℓ m και σε δύο σημεία του είχε στερεωμένα βαρίδια των 100 g. Ο χάρακας αναρτήθηκε διαδοχικά από 6 οπές στις θέσεις 6 cm, 12 cm, 18 cm, 24 cm, 30 cm και 36 cm.

Για την κάθε μία από τις θέσεις αυτές οι μαθητές μέτρησαν το χρόνο που χρειαζόταν ο χάρακας για να συμπληρώσει 10 ταλαντώσεις μικρού πλάτους.

Οι μετρήσεις τους φαίνονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2							
1	x / cm (απόσταση οπής από το σημείο μηδέν του χάρακα)	6	12	18	24	30	36
2	χρόνος για 10 ταλαντώσεις / s	17,5	17	16,5	16	15,5	15
3	T / s						
4	T ² / s ²						
5	ℓ = 86-x / cm						

γ. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον πίνακα 2.

δ. Στο ίδιο τετραγωνισμένο χαρτί που χρησιμοποιήσατε για να χαράξετε τη σχέση $T^2 = f(\ell)$ για το εκκρεμές, να χαράξετε και τη γραφική παράσταση T^2 σε συνάρτηση με το ℓ για το χάρακα, όπου $\ell = (86 - x)$ cm.

ε. Από τις δύο γραφικές παραστάσεις που έχετε χαράξει να εξαγάγετε:

1. Το μήκος ℓ του εκκρεμούς και το μήκος x στο χάρακα για τα οποία οι δύο διατάξεις έχουν ίσες περιόδους.
2. Την κοινή περίοδο του εκκρεμούς και του χάρακα.

2010

11. Στο σχήμα φαίνεται ένα απλό εκκρεμές το οποίο εκτελεί Απλή Αρμονική Ταλάντωση.

α. Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να μετατοπισθεί από τη θέση ισορροπίας του στη μέγιστη απομάκρυνση του είναι 0,1 s. Να υπολογίσετε την περίοδο του εκκρεμούς.

β. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του εκκρεμούς.

ΤΣ 2010

12. Οι μαθητές σε ένα εργαστήριο Φυσικής, μελετούν τους παράγοντες που επηρεάζουν την περίοδο ταλάντωσης ενός μαθηματικού εκκρεμούς.

α. Να περιγράψετε με συντομία, με ποιο τρόπο πρέπει να εργαστούν οι μαθητές για να εξετάσουν κατά πόσο η μάζα του εκκρεμούς επηρεάζει την περίοδό του.

β. Μελετώντας το εκκρεμές οι μαθητές συμπλήρωσαν τον πιο κάτω πίνακα.

ℓ (m) (μήκος εκκρεμούς)	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
T (s) (περίοδος)	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,4
T^2 (s ²)	1,7	2,3	3,2	4,0	4,8	5,8

i. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση $T^2 = f(\ell)$.

ii. Η περίοδος της ταλάντωσης του εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

Από τη γραφική παράσταση να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

ΤΣ 2010

13. α. Μια ομάδα παιδιών στο σχολείο μελετά το απλό εκκρεμές. Πώς θα εργαστούν για να ελέγξουν αν η περίοδος του εκκρεμούς είναι ανεξάρτητη από το πλάτος της ταλάντωσής του;

β. Θέλοντας να προσδιορίσουν πειραματικά την επιτάχυνση της βαρύτητας g μέτρησαν, για διάφορα μήκη του εκκρεμούς, το χρόνο που χρειάστηκε για να εκτελέσει 20 πλήρεις ταλαντώσεις. Οι μετρήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Να επεξεργαστείτε τις μετρήσεις τους, να σχεδιάσετε την κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

2011

14. Για τη μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του απλού εκκρεμούς και λήφθηκαν οι μετρήσεις που φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα.

Μήκος εκκρεμούς, ℓ (m)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Περίοδος, T (s)	0,65	0,85	1,1	1,25	1,4

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Με δεδομένο ότι η περίοδος του απλού εκκρεμούς T δίνεται από τη σχέση:

α. να επεξεργαστείτε τις μετρήσεις έτσι ώστε να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση $T^2 = f(\ell)$.

β. Από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

2012

15. Στο σχήμα i, φαίνεται ένα ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Η σταθερά του ελατηρίου είναι k . Στο σχήμα ii, το ίδιο ελατήριο επιμηκύνεται κατά απόσταση x όταν κρεμαστεί σ' αυτό σώμα μάζας m και αφεθεί να ισορροπήσει. Το σύστημα σώμα-ελατήριο μπορεί να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο T , που δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Στο σχήμα iii φαίνεται ένα απλό εκκρεμές μήκους ℓ , του οποίου η περίοδος T δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

σχ. i

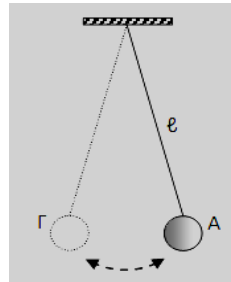
σχ. ii

σχ. iii

- α. Να δείξετε ότι από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ η μονάδα μέτρησης που προκύπτει για την περίοδο της ταλάντωσης είναι το δευτερόλεπτο.
- β. Με βάση τις δύο πιο πάνω σχέσεις για τις περιόδους ταλάντωσης, να προσδιορίσετε τη σχέση μεταξύ των μεγεθών m , k , ℓ και g ώστε η περίοδος ταλάντωσης του εκκρεμούς να ισούται με την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος σώμα-ελατήριο.
- γ. Να γράψετε τη συνθήκη ισορροπίας του σώματος για την περίπτωση του σχήματος ii, χρησιμοποιώντας το νόμο του Hooke.
- δ. Να συνδυάσετε τις σχέσεις που βρήκατε στα ερωτήματα (β) και (γ) για να εξηγήσετε πώς θα κατασκευάσετε στο εργαστήριο ένα απλό εκκρεμές το οποίο να έχει την ίδια περίοδο ταλάντωσης με ένα σώμα κρεμασμένο σε ελατήριο. Σας δίδεται νήμα και σφαιρίδιο για την κατασκευή του εκκρεμούς. Το μόνο όργανο που έχετε στην διάθεσή σας είναι ένας χάρακας.

2012

16. Ένα εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταξύ των θέσεων Α και Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η περίοδος T της ταλάντωσης του εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, όπου l είναι το μήκος του εκκρεμούς.

Το εκκρεμές εκτελεί μία ταλάντωση σε κάθε ένα δευτερόλεπτο.

- α. Να γράψετε τη συχνότητα ταλάντωσης του εκκρεμούς.
- β. Να υπολογίσετε την περίοδο ταλάντωσης του εκκρεμούς.
- γ. Να εξηγήσετε αν θα μεγαλώσει ή όχι η περίοδος του εκκρεμούς όταν αυξηθεί το μήκος του.

ΤΣ 2012

17. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η πειραματική διάταξη που έστησε μια ομάδα μαθητών στο εργαστήριο Φυσικής για να μελετήσει την εξάρτηση

της περιόδου T του ταλαντωτή από τη μάζα του m .

Οι μαθητές έθεσαν τον ταλαντωτή σε ταλάντωση και δύο από αυτούς μέτρησαν το χρόνο 20 πλήρων

m (kg)	Χρόνος 20 T (s)		Μέση τιμή T (s)	T^2 (s ²)
	Μαθητής Α	Μαθητής Β		
0,400	25,3	25,5		
0,450	26,8	27		
0,500	28,3	28,1		
0,550	29,0	28,7		
0,600	30,3	30		
0,650	31,7	32,0		

- α. Να εντοπίσετε τι παρέλειψε ο μαθητής Β σε κάποιες από τις μετρήσεις του.
- β. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα.
- γ. Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε συνάρτηση με τη μάζα m του ταλαντωτή.
- δ. Να υπολογίσετε από την κλίση της γραφικής παράστασης τη σταθερά k του ελατηρίου.

$$\Deltaίνεται \ T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}.$$

ΤΣ 2012

18. Δύο μαθητές πραγματοποιούν ένα πείραμα με απλό εκκρεμές. Σκοπός τους είναι να μετρήσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Με ένα χρονόμετρο χειριού μετρούν τον χρόνο 10 περιόδων ($10T$) του εκκρεμούς και με ένα χάρακα με υποδιαίρέσεις του 1mm, μετρούν το μήκος l του εκκρεμούς. Ένα σετ μετρήσεων που πήραν, δίνεται στον πιο κάτω πίνακα.

μήκος εκκρεμούς (m)	0,8	0,6	0,4	0,2
χρόνος 10 περιόδων (s)	18,9	14,9	12,5	9,2

- α. Αντλώντας πληροφορίες από τον πίνακα τιμών, να εισηγηθείτε μια βελτίωση στην πειραματική διάταξη ή στις μετρήσεις των μαθητών.
- β. Να εξηγήσετε γιατί για να πετύχουν μια σωστή μέτρηση της σταθεράς g , οι μαθητές φρόντιζαν ώστε το πλάτος της ταλάντωσης του εκκρεμούς να είναι μικρό.
- γ. Οι μαθητές σκέφτηκαν να επαναλάβουν το πείραμα χρησιμοποιώντας αισθητήρα κίνησης ή φωτοπύλη για να βελτιώσουν τη μέτρηση του χρόνου.
- Να γράψετε 2 πλεονεκτήματα της μεθόδου χρήσης των αισθητήρων έναντι της μεθόδου χρήσης του χρονομέτρου χειριού.

2013

19. Δύο μαθητές χρησιμοποίησαν απλό εκκρεμές για να υπολογίσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας. Μετρούσαν τον χρόνο είκοσι περιόδων της ταλάντωσης ενός εκκρεμούς ($20T$), καθώς άλλαζαν το μήκος του l . Στον πιο κάτω πίνακα φαίνονται οι μετρήσεις των μαθητών.

Α/Α	l (m)	Χρόνος 20 T (s)		Μέση τιμή T (s)	T^2 (s ²)
		Μαθητής Α	Μαθητής Β		
1	1,00	40,1	39,6		
2	1,20	43,9	42,9		
3	1,40	47,4	48,0		
4	1,60	50,7	50,1		
5	1,80	53,8	53,0		

- α. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα.
- β. Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες (στο τετραγωνισμένο χαρτί στο τέλος του τετραδίου απαντήσεων) τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε συνάρτηση με το μήκος ℓ του εκκρεμούς.
- γ. Να υπολογίσετε από την κλίση της γραφικής παράστασης την επιτάχυνση της βαρύτητας που βρήκαν οι μαθητές. Δίνεται $T^2 = 4\pi^2 \frac{\ell}{g}$.
- δ. Να σχολιάσετε την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας που υπολόγισαν οι μαθητές.

ΤΣ 2013

20. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα απλό εκκρεμές.

Η περίοδος του απλού εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

α. Να σχεδιάσετε το εκκρεμές στο τετράδιό σας και να δείξετε το μήκος ℓ .

β. Το μήκος του εκκρεμούς είναι $\ell = 1,24 \text{ m}$. Να υπολογίσετε την περίοδο ταλάντωσής του.



ΤΣ 2014

21. Δύο μαθητές χρησιμοποίησαν απλό εκκρεμές για να υπολογίσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας. Για συγκεκριμένο μήκος ℓ του εκκρεμούς οι μαθητές μέτρησαν τον χρόνο δέκα περιόδων ($10T$) της ταλάντωσής του. Επανέλαβαν το πείραμα για διαφορετικά μήκη του εκκρεμούς. Στον πιο κάτω πίνακα φαίνονται οι μετρήσεις των μαθητών.

A/A	ℓ (m)	Χρόνος 10 T (s)	Περίοδος T (s)	T^2 (s ²)
1	1,50	24	2,4	5,8 (5,76)
2	1,70	26	2,6	6,8 (6,76)
3	1,90	28	2,8	7,8 (7,84)
4	2,10	29	2,9	8,4 (8,41)
5	2,30	30	3,0	9,0
6	2,50	32	3,2	10,2 (10,24)

- α. Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις δύο τελευταίες στήλες του πιο πάνω πίνακα.
- β. Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες (στο τετραγωνισμένο χαρτί που βρίσκεται στο τέλος του τετραδίου σας) τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε συνάρτηση με το μήκος ℓ του εκκρεμούς.

ΤΣ 2014

22. Σας ζητείται να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας, χρησιμοποιώντας ένα απλό εκκρεμές. Να περιγράψετε το πείραμα που θα πραγματοποιήσετε και την επεξεργασία των μετρήσεών σας.

Στην περιγραφή σας θα πρέπει:

- α. Να αναφέρετε με ποια όργανα θα μετρήσετε τα φυσικά μεγέθη που θα σας χρειαστούν.
- β. Να εξηγήσετε με ποιο τρόπο θα μετρήσετε με ακρίβεια το μήκος του εκκρεμούς.
- γ. Να εξηγήσετε με ποιο τρόπο θα μετρήσετε με ακρίβεια την περίοδο του εκκρεμούς.
- δ. Να αναφέρετε μια πρόνοια που πρέπει να λάβετε υπόψη σας στην πραγματοποίηση του πειράματος ώστε αυτό να είναι κατάλληλο για τον σκοπό σας.
- ε. Να εξηγήσετε με ποιο τρόπο θα επεξεργαστείτε και θα αναλύσετε τις πειραματικές σας μετρήσεις, για να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.
- στ. Να αναφέρετε μια πηγή σφάλματος στο πείραμα που περιγράψατε.

2015

23. Μια ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε απλό εκκρεμές για να υπολογίσει την επιτάχυνση της βαρύτητας. Για συγκεκριμένο μήκος ℓ του εκκρεμούς οι μαθητές μέτρησαν τον χρόνο δέκα περιόδων ($10T$) της ταλάντωσής του. Επανέλαβαν το πείραμα για διαφορετικά μήκη του εκκρεμούς. Στον πιο κάτω πίνακα φαίνονται οι μετρήσεις των μαθητών.

α/α	Μήκος εκκρεμούς, ℓ (m)	Χρόνος 10 ταλαντώσεων, $10T$ (s)	Χρόνος μιας περιόδου T , (s)	Το τετράγωνο της περιόδου, T^2 , (s^2)
1	1,5	24,7		
2	1,7	26,5		
3	1,9	28,3		
4	2,3	31,0		
5	2,5	32,0		

α. Να αντιγράψετε τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να τις συμπληρώσετε με βάση τις πειραματικές μετρήσεις των μαθητών. Δηλαδή να προσδιορίσετε την περίοδο του εκκρεμούς για κάθε διαφορετικό μήκος και στην τελευταία στήλη να υπολογίσετε το τετράγωνο της περιόδου.

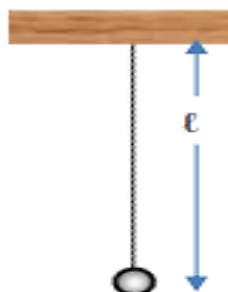
β. Να χαράξετε στο τετραγωνισμένο φύλλο στο τετράδιο απαντήσεων τη γραφική παράσταση της περιόδου στο τετράγωνο σε συνάρτηση του μήκους του εκκρεμούς, $T^2 = f(\ell)$.

γ. Από τη γραφική παράσταση $T^2 = f(\ell)$ να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας. Δίνεται ότι η περίοδος ταλάντωσης του απλού εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (\text{ή } T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \ell).$$

Τ.Σ. 2015

24. α. Να αποδείξετε ότι όταν το εκκρεμές του πιο κάτω σχήματος εκτραπεί από την κατακόρυφη θέση κατά μικρή γωνία θ ($\theta < 30$) και στη συνέχεια αφεθεί να κινηθεί ελεύθερα, θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Στην απόδειξη σας να κάνετε χρήση κατάλληλου σχήματος.



β. Να εξαγάγετε τη μαθηματική σχέση που συνδέει την περίοδο της ταλάντωσης με το μήκος του εκκρεμούς και την επιτάχυνση της βαρύτητας.

γ. Ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε ένα απλό εκκρεμές για να υπολογίσει πειραματικά την επιτάχυνση της βαρύτητας της Γης. Οι μαθητές άλλαζαν το μήκος ℓ του εκκρεμούς και καταχωρούσαν τις μετρήσεις του χρόνου t δέκα (10) πλήρων ταλαντώσεων στον πιο κάτω πίνακα. Για τη μέτρηση του χρόνου χρησιμοποιήθηκαν χρονόμετρα χειρός.

ℓ (m)	0,60	1,00	1,40	1,80	2,20	2,60
t (s)	15,5	20,4	23,4	27,2	29,7	31,7

ι. Να εξηγήσετε γιατί οι μαθητές μετρούσαν το χρόνο δέκα πλήρων ταλαντώσεων και όχι μίας ταλάντωσης κάθε φορά που άλλαζαν το μήκος.

ii. Αφού επεξεργαστείτε τις μετρήσεις, να χαράξετε, στο τετραγωνισμένο χαρτί στο τέλος του τετραδίου σας κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

2017

25. Μια ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε απλό εκκρεμές για να υπολογίσει την επιτάχυνση της βαρύτητας. Για συγκεκριμένο μήκος ℓ του εκκρεμούς οι μαθητές μέτρησαν τον χρόνο δέκα περιόδων ($10T$) της ταλάντωσής του. Επανέλαβαν το πείραμα για διαφορετικά μήκη του εκκρεμούς. Στον πιο κάτω πίνακα φαίνονται οι μετρήσεις των μαθητών.

A/A	Μήκος εκκρεμούς ℓ (m)	Χρόνος 10 ταλαντώσεων $10T$ (s)	Χρόνος μιας περιόδου T (s)	Το τετράγωνο της περιόδου T^2 (s ²)
1	1,5	24,7		
2	1,7	26,5		
3	1,9	28,3		
4	2,1	29,4		
5	2,3	31,0		
6	2,5	32,0		

α. Να αντιγράψετε τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να τις συμπληρώσετε με βάση τις πειραματικές μετρήσεις των μαθητών.

β. Να χαράξετε στο τετραγωνισμένο χαρτί, στο τετράδιο απαντήσεων, τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου σε συνάρτηση με το μήκος του εκκρεμούς, $T^2 = f(\ell)$.

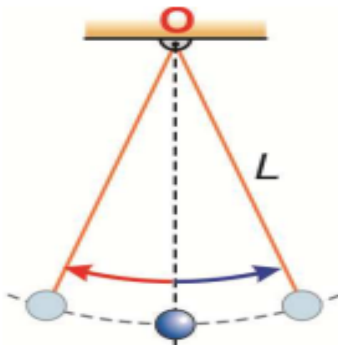
γ. Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας που προκύπτει από τη γραφική παράσταση $T^2 = f(\ell)$.

δ. Από την κλίση της ευθείας να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

(Δίνεται η σχέση $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \ell$).

ΤΣ 2017

26. Οι μαθητές μιας τάξης μελέτησαν πειραματικά τις ταλαντώσεις ενός απλού εκκρεμούς. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η διάταξη που χρησιμοποίησαν.



Οι μαθητές μέτρησαν το μήκος του εκκρεμούς και τη χρονική διάρκεια 20 πλήρων ταλαντώσεων. Επανέλαβαν τη διαδικασία για διαφορετικά μήκη του εκκρεμούς. Στη συνέχεια χάραξαν τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε συνάρτηση με το μήκος L του εκκρεμούς, $T^2 = f(L)$.



- α. Να δικαιολογήσετε τη μορφή της γραφικής παράστασης.
- β. Να χρησιμοποιήσετε τη γραφική παράσταση για να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.
- Η απάντησή σας να δοθεί με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.
- γ. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι ο διπλασιασμός του μήκους L του εκκρεμούς θα πρέπει να διπλασιάσει την περίοδο T . Να εξηγήσετε εάν τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν αυτόν τον ισχυρισμό.
- δ. Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους η χρήση εκκρεμούς μεγαλύτερου μήκους οδηγεί σε καλύτερο πειραματικό αποτέλεσμα.
- ε. Να εξηγήσετε πώς θα μεταβληθεί η κλίση της γραφικής παράστασης, αν το πείραμα πραγματοποιηθεί στη Σελήνη.

2018

27. Ομάδα μαθητών εργάστηκε στο εργαστήριο με σκοπό να υπολογίσει τη σταθερά k ενός ελατηρίου. Χρησιμοποιώντας το ελατήριο και σταθμά γνωστής μάζας μετρούσαν κάθε φορά τον χρόνο δέκα ταλαντώσεων.

A/A	Μάζα σταθμών m (kg)	Χρόνος 10 ταλαντώσεων $10T$ (s)	Περίοδος T (s)	Τετράγωνο της περιόδου T^2 (s ²)
1	0,10	4,4		
2	0,20	6,3		
3	0,30	7,7		
4	0,40	8,9		
5	0,50	9,9		

α. Να αντιγράψετε τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να τις συμπληρώσετε με βάση τις πειραματικές μετρήσεις των μαθητών.

β. Να χαράξετε στο τετραγωνισμένο χαρτί, στο τετράδιο απαντήσεών σας, τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου σε συνάρτηση με τη μάζα των σταθμών $T^2 = f(m)$.

γ. Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας που προκύπτει από τη γραφική παράσταση $T^2 = f(m)$.

δ. Από την κλίση της ευθείας να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου k .

(Δίνεται η σχέση $T^2 = \frac{4\pi^2}{k} m$)

ΤΣ 2018

28. Μια ομάδα μαθητών πραγματοποίησε ένα πείραμα με απλό εκκρεμές. Σκοπός τους ήταν να μετρήσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) χρησιμοποιώντας τη σχέση $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Οι μαθητές πραγματοποίησαν επτά διαφορετικές μετρήσεις του χρόνου δέκα (10) ταλαντώσεων του εκκρεμούς και συμπλήρωσαν τον πιο κάτω πίνακα:

Μέτρηση	Χρόνος 10 πλήρων ταλαντώσεων (s)	Μήκος του εκκρεμούς (m)	Μάζα του εκκρεμούς (kg)	Πλάτος της ταλάντωσης (m)
1	20,0	1,00	0,063	0,05
2	20,0	1,00	0,063	0,10
3	20,0	1,00	0,041	0,10
4	22,1	1,20	0,063	0,05
5	23,8	1,40	0,063	0,05
6	25,4	1,60	0,063	0,05
7	27,0	1,80	0,063	0,05

α. Να γράψετε ποιες από τις μετρήσεις του πιο πάνω πίνακα θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε για να χαράξετε κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

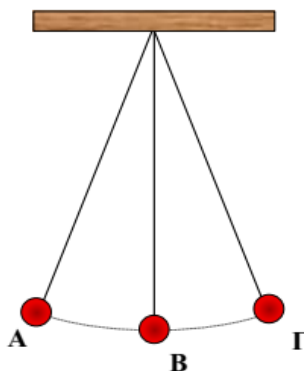
β. Αφού επεξεργαστείτε τις μετρήσεις, να χαράξετε στο τετραγωνισμένο χαρτί στο τέλος του τετραδίου απαντήσεών σας, κατάλληλη γραφική παράσταση και από αυτή να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Η απάντησή σας να δοθεί με τον σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

γ. Οι πιο πάνω μετρήσεις χρόνου πραγματοποιήθηκαν χρησιμοποιώντας γραφικές παραστάσεις θέσης - χρόνου, οι οποίες δόθηκαν από αισθητήρα κίνησης. Μια άλλη ομάδα μαθητών για να μετρήσει τον χρόνο των δέκα περιόδων χρησιμοποίησε χρονόμετρο χειρός με ακρίβεια δέκατου του δευτερολέπτου. Να εξηγήσετε ποια από τις δύο ομάδες μαθητών έχει μετρήσει με μεγαλύτερη ακρίβεια τον χρόνο των δέκα περιόδων.

2019

29. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται ένα απλό εκκρεμές που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων Α και Γ.



- α. Το σφαιρίδιο κινείται από τη θέση Α στη θέση Γ σε χρόνο 1 s. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσής του.
- β. Να γράψετε σε ποιες θέσεις ο ταλαντωτής έχει:
- μέγιστη κινητική ενέργεια.
 - μέγιστη δυναμική ενέργεια.

Τ.Σ. 2019

30. Μια ομάδα μαθητών πραγματοποίησε ένα πείραμα με απλό εκκρεμές. Σκοπός τους ήταν να μετρήσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας (g) χρησιμοποιώντας τη σχέση $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Ο χρόνος 10 περιόδων ($10T$) του εκκρεμούς για διάφορα μήκη του l , δίνεται στον πιο κάτω πίνακα.

l (m)	10 T (s)	T (s)	T^2 (s ²)
0,60	15,5		
0,80	17,9		
1,00	20,0		
1,20	22,1		
1,40	23,8		

- α. Να συμπληρώσετε, στο τετράδιο απαντήσεών σας, τον πίνακα μετρήσεων.
- β. Να χαράξετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 σε συνάρτηση με το μήκος l του εκκρεμούς.
- γ. Να υπολογίσετε από την κλίση της γραφικής παράστασης την επιτάχυνση της βαρύτητας στην περιοχή που λήφθηκαν οι μετρήσεις.
- δ. Να γράψετε ένα πιθανό σφάλμα κατά την εκτέλεση του πειράματος.

Τ.Σ. 2019

31. Μια ομάδα μαθητών θέλει να πραγματοποιήσει ένα πείραμα για να διερευνήσει τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η περίοδος ταλάντωσης ενός απλού εκκρεμούς.

α. Οι μαθητές αποφασίζουν να ελέγξουν πρώτα αν η περίοδος του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από τη μάζα του σφαιριδίου.

i. Να περιγράψετε, σε συντομία, τη μέθοδο που θα πρέπει να ακολουθήσουν οι μαθητές σ' αυτή την περίπτωση.

ii. Να αναφέρετε το συμπέρασμα στο οποίο θα πρέπει να καταλήξουν.

β. Για τον έλεγχο της εξάρτησης της περιόδου από το μήκος του εκκρεμούς οι μαθητές πήραν τις μετρήσεις που φαίνονται στον πιο κάτω Πίνακα (Πίνακας 1).

Πίνακας 1

A/A	Μήκος εκκρεμούς L (m)	Χρόνος 10 Ταλαντώσεων 10T (s)	Περίοδος T (s)	Τετράγωνο της περιόδου T ² (s ²)
1	0,9	19,0		
2	1,1	21,0		
3	1,3	23,0		
4	1,5	24,5		
5	1,7	26,0		

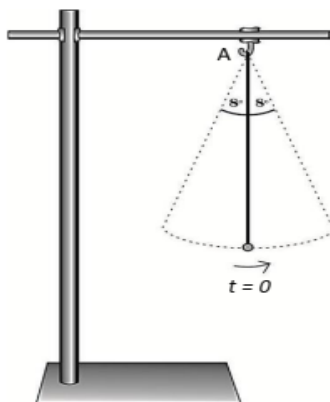
i. Να αντιγράψετε τις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα στο τετράδιο απαντήσεων και να τις συμπληρώσετε, με βάση τις πειραματικές μετρήσεις των μαθητών.

ii. Να χαράξετε, στο τετραγωνισμένο χαρτί του τετραδίου απαντήσεων, τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου σε συνάρτηση με το μήκος του εκκρεμούς, $T^2 = f(L)$.

iii. Να διατυπώσετε το συμπέρασμα, που προκύπτει από τη γραφική παράσταση, για τη σχέση της περιόδου ταλάντωσης του εκκρεμούς με το μήκος του.

ΤΣ 2020

32. Απλό εκκρεμές αποτελείται από αβαρές νήμα μήκους $L = 0,80$ m, αναρτημένο σε ακλόνητο σημείο A και σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων με μάζα $m = 70,0$ g. Εκτρέπουμε το εκκρεμές από τη θέση ισορροπίας του κατά 8° και το αφήνουμε να αιωρηθεί. Να θεωρήσετε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.



α. Να υπολογίσετε την περίοδο της AAT του εκκρεμούς.

β. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το εκκρεμές διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του και κινείται αριστερόστροφα, όπως φαίνεται στο πιο πάνω σχήμα. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία, το εκκρεμές, θα περάσει, για τρίτη φορά, μη συμπεριλαμβανομένης της χρονικής στιγμής $t = 0$, από τη θέση ισορροπίας του.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του σφαιριδίου, ως προς το σημείο A, τη χρονική στιγμή $t = 0$ και να σχεδιάσετε στο τετράδιο απαντήσεων την κατεύθυνσή της. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σφαιριδίου είναι $|\vec{v}_{\max}| = 0,153 \text{ m/s}$.

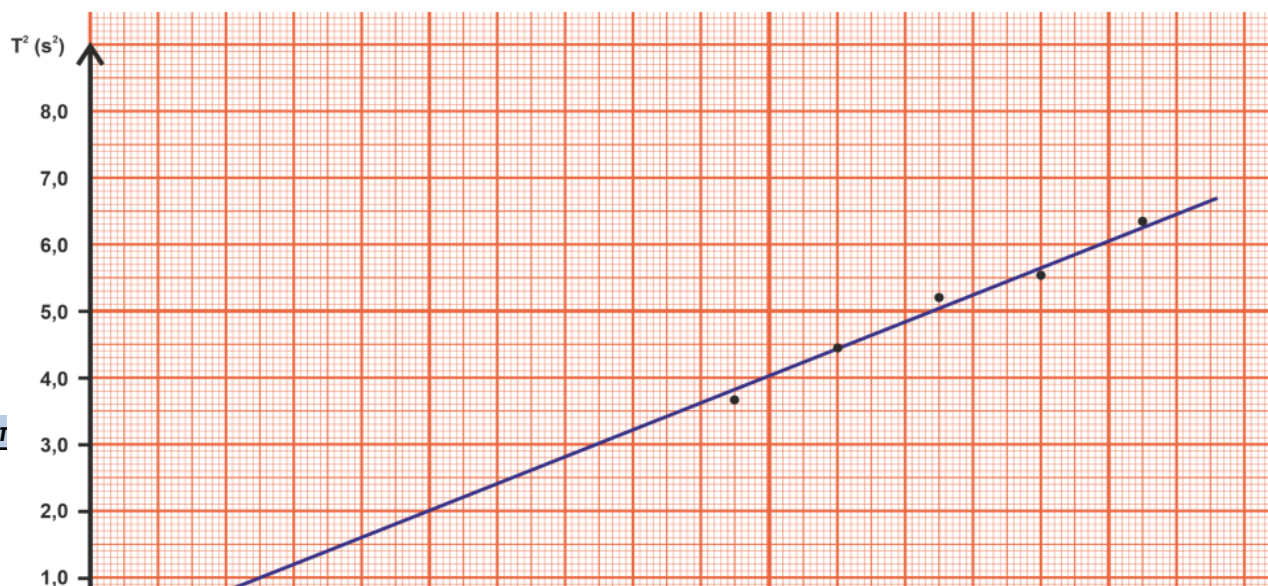
δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου, ως προς το σημείο A, κατά το χρονικό διάστημα $[0, t_1]$.

2022

33. Μια ομάδα μαθητριών χρησιμοποίησε τη διάταξη του απλού εκκρεμούς για να μετρήσει πειραματικά την επιτάχυνση της βαρύτητας g .

α. Μία μαθήτρια υποστηρίζει ότι μπορεί να πετύχει μετρήσεις με μικρότερο σφάλμα, αν χρησιμοποιήσει εκκρεμές μικρού μήκους. Να αναφέρετε δύο λόγους για τους οποίους η άποψη αυτή δεν είναι σωστή.

β. Από τις μετρήσεις που πήραν οι μαθήτριες χάραξαν τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου T^2 συναρτήσει του μήκους L του εκκρεμούς η οποία φαίνεται στην επόμενη σελίδα.



Στις απαντήσεις σας, όπου χρειάζεται, να δοθεί το αποτέλεσμα με δύο σημαντικά ψηφία.

- i. Να εξηγήσετε γιατί η γραφική παράσταση επιβεβαιώνει τη μαθηματική σχέση μεταξύ περιόδου και μήκους του εκκρεμούς.
- ii. Να υπολογίσετε την κλίση της γραφικής παράστασης.
- iii. Από την κλίση να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

2022

34. α. Ένα απλό εκκρεμές έχει μήκος $L = 1 \text{ m}$ και στο άκρο του είναι αναρτημένο ένα μικρό σφαιρίδιο. Το απλό εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε την περίοδο του εκκρεμούς.

β. Μια ομάδα μαθητών χρησιμοποιεί το πιο πάνω εκκρεμές σε πείραμα για τη μελέτη των παραγόντων που επηρεάζουν την περίοδο της ταλάντωσης ενός απλού εκκρεμούς. Να γράψετε αν οι μαθητές θα παρατηρήσουν αλλαγή, και ποια, στην περίοδο του εκκρεμούς:

- i. αν αυξήσουν το μήκος του εκκρεμούς.
- ii. αν αυξήσουν τη μάζα του σφαιριδίου.

ΤΣ 2022