

Los criterios de divisibilidad son unas reglas que sirven para averiguar, sin tener que dividir, si un número es o no divisible por otro.

Vamos a ver los criterios de divisibilidad más importantes:

Divisibilidad por 2: Observa que los múltiplos de 2 son $M(2) = 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$, los números pares.

Todos terminan en 0 o en cifra par.

Un número es divisible por 2 si acaba en 0 o en cifra par

Divisibilidad por 3: Observa que los múltiplos de 3 son $M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, \dots\}$

En todos ellos la suma de sus cifras siempre da un múltiplo de 3

Por ejemplo, el número 50 271 es divisible por 3 pues la suma de sus cifras es $5+0+2+7+1 = 15$ y 15 es divisible por 3.

Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras da múltiplo de 3

Divisibilidad por 5: Observa que los múltiplos de 5 son $M(5) = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\}$

Todos terminan en 0 o en 5

Por ejemplo, los números 74 295 y 603 180 son divisibles por 5, pues terminan en 0 ó en 5.

Un número es divisible por 5 si acaba en 0 o en 5

Divisibilidad por 9: Observa que los múltiplos de 9 son: $M(9) = 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, \dots$

En todos ellos la suma de sus cifras siempre da un múltiplo de 9

Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras da múltiplo de 9

Divisibilidad por 10: Observa que los múltiplos de 10 son: 10, 20, 30, 40,

Todos terminan en 0

Un número es divisible por 10 si acaba en 0

Divisibilidad por 11: Observa que los múltiplos de 11 son

$$M(11) = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, \dots\}$$

En todos ellos la suma de las cifras que ocupan los lugares pares menos la de las que ocupan los lugares impares siempre da 0 o un múltiplo de 11.

Por ejemplo, los números 7 205 y 94 721 son divisibles por 11

$$7^{\text{I}}2^{\text{P}}0^{\text{I}}5^{\text{P}} \rightarrow \{ \text{suma de las cifras de lugar par: } 2 + 5 = 7 \text{ suma de las cifras de lugar impar: } 7 + 0 = 7 \}$$

$$9^{\text{I}}5^{\text{P}}6^{\text{I}}1^{\text{P}}2^{\text{I}} \rightarrow \{ \text{suma de las cifras de lugar par: } 5 + 1 = 6 \text{ suma de las cifras de lugar impar: } 9 + 6 + 2 = 17 \}$$

Un número es divisible por 11 si la suma de las cifras de los lugares pares menos la de los lugares impares siempre da 0 o múltiplo de 11

"Para encontrar la regla de divisibilidad de un número debes buscar las parejas de divisores primos entre sí (coprimos), si los tiene y de ellas elegir la formada por los números más grandes".

- No existe regla de divisibilidad del número 16.

Divisores de 16: $\{1, 2, 4, 8, 16\}$, no tiene divisores primos entre sí.

- Sí que existe regla de divisibilidad para 36.

Divisores de 36: $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$; parejas de factores primos entre sí: 2 y 9; 3 y 4; 4 y 9. 4 y 9 es la pareja elegida por que está formada por los números mayores, por tanto, un número es divisible por 36 si es divisible por 4 y por 9, a la vez.

Si un número es múltiplo de 9 lo es de 3 pero al revés no

Si un número es múltiplo de 10 lo es de 5 pero al revés no

Criterio de divisibilidad por 6

Como $6 = 2 \cdot 3$, para que un número sea divisible por 6 debe ser divisible por 2 y por 3.

Criterio de divisibilidad por 15

Como $15 = 3 \cdot 5$, para que un número sea divisible por 15 debe ser divisible por 3 y por 5

Criterio de divisibilidad por 22

Como $22 = 2 \cdot 11$, para que un número sea divisible por 22 debe ser divisible por 2 y por 11

Criterio de divisibilidad por 33

Como $33 = 3 \cdot 11$, para que un número sea divisible por 33 debe ser divisible por 3 y por 11

Criterio de divisibilidad por 55

Como $55 = 5 \cdot 11$, para que un número sea divisible por 55 debe ser divisible por 5 y por 11

Divisibilidad por 4: Un número es divisible por 4 si sus dos últimas cifras son ceros o forman un número divisible por 4

Divisibilidad por 7: Un número es divisible por 7, si la diferencia entre el doble de la cifra de las unidades y el resto del número es divisible por 7.

Ejemplos:

$$98 \quad (9 - 2 \cdot 8 = -7) \quad 329 \quad (32 - 2 \cdot 9 = 14)$$

$$861 \quad (86 - 2 \cdot 1 = 84)$$

Divisibilidad por 8: Un número es divisible por 8, si al sumarle a sus dos últimas cifras, cuatro veces la cifra de las centenas, el resultado es divisible por 8.

Ejemplos: 3120 $(20 + 4 \cdot 1 = 24)$

$$5648 \quad (48 + 4 \cdot 6 = 72)$$

$$17000$$

Divisibilidad por 50: Un número entero es divisible por 50, si el número formado por sus dos últimas cifras es divisible por 50. **Ejemplos:** 350 ó 7400

Divisibilidad por 100: Un número entero es divisible por 100, si sus dos últimas cifras son ceros.

Ejemplos: 700 ó 4300

Divisibilidad por 12: Un número es divisible por 12, si es divisible por 3 y por 4.

Ejemplos: 516 $(5 + 1 + 6 = 12)$

$$8748 \quad (8 + 7 + 4 + 8 = 27)$$

Divisibilidad por 20: Un número es divisible por 20, si el número formado por sus dos últimas cifras es divisible por 20. **Ejemplos:** 760 ó 9300

Divisibilidad por 25: Un número es divisible por 25, si el número formado por sus dos últimas cifras es divisible por 25. **Ejemplos:** 475 ó 8900

Divisibilidad por 30: Un número es divisible por 30, si es divisible por 5 y por 6. **Ejemplos:** 360 y 615

Divisibilidad por 125: Un número es divisible por 125 cuando sus tres últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 125. **Ejemplos:** 374000 ó 7625

Actividades resueltas

Usando los criterios de divisibilidad averigua si 2849 es divisible entre 2, 3, 5 u 11 y explica por qué.

Resolución

No es entre 2 porque no acaba en 0 ni cifra par

No es entre 3 porque la suma de sus cifras $(2 + 8 + 4 + 9 = 23)$ no es múltiplo de 3

No es entre 5 porque no acaba en 0 ni en 5

Sí es entre 11 porque la suma de las cifras de lugar par $(8 + 9 = 17)$ menos la suma de las cifras de lugar impar $(2 + 4 = 6)$ es $17 - 6 = 11$

Durante la última ola de calor una fábrica ha creado hoy 828102 cubitos de hielo.

¿Podría empaquetarlos todos en bolsas de 3 cubitos? ¿Y en bolsas de 11 cubitos?

Resolución

a) Sí, porque 828 102 es divisible por 3 b) Sí, porque 828 102 es divisible por 11

Un supermercado tiene 65 yogures a punto de caducar. Para venderlos antes de la fecha límite se les ocurre hacer packs de yogures con un descuento.

a) ¿Podrían hacer paks de 3 yogures? b) ¿Y de 5 yogures?

Resolución

a) No, porque 65 no es divisible por 3 b) Sí, porque 65 es divisible por 5

Juan tiene una caja fuerte. Para poder abrirla necesita saber la combinación de cinco cifras, pero ha olvidado la penúltima cifra. Sabe que es 106_8 y también recuerda que el número es divisible por 11.

- a) Averigua la cifra que falta. b) El número obtenido, ¿es divisible por 6?

Resolución

- a) La cifra 2 b) No, porque, aunque 10628 es divisible por 2, no lo es por 3

Alicia para entrar en su ordenador eligió una contraseña que fuese un número divisible por 55.

Se le ha olvidado la 2ª cifra, pero recuerda que el número era 2_325 . Averigua cuál es la contraseña

Resolución

Para que sea divisible por 55 debe ser divisible por 5 y por 11. Por 5 lo es porque termina en 5.

$$2^{\text{L}}x_{\text{P}}3^{\text{L}}2_{\text{P}}5^{\text{L}} \rightarrow \{\text{suma de las cifras de lugar par: } x + 2 \text{ suma de las cifras de lugar impar: } 2 + 3\}$$

Para que sea divisible por 11, debe ser $x + 2 = 10$, luego $x = 8$. Por tanto, la contraseña es 28325.

Usando criterios de divisibilidad, di si es posible repartir 429 naranjas en cajas de 33 naranjas cada una sin que sobre ni falte ninguna naranja y explica por qué.

Resolución

Sí, porque 429 es divisible por 3 (la suma de sus cifras es 15, divisible por 3) y también es divisible por 11 (la suma de las cifras de lugar impar, 13, menos la de lugar par, 2, da 11, que es múltiplo de 11)

En un colegio hay dos clases de 1º de E.S.O.: A y B. Si en el grupo A se hacen equipos de 5 para jugar al baloncesto, sobran 3 alumnos. Si se hace lo mismo en el grupo B, sobran 4. ¿Cuántos alumnos sobrarán si se hacen los equipos después de juntar ambos grupos?

Resolución

Si juntamos los dos grupos y hacemos equipos de 5 alumnos, sobrarán, lógicamente, $3 + 4 = 7$ alumnos, con lo que podemos hacer 1 grupo más, quedando al final 2 alumnos.

Luego la respuesta es: 2 alumnos.

En una clase de 2º de ESO, por cada 3 chicos hay 4 chicas. ¿Cuál es el número de estudiantes de esa clase, sabiendo que son más de 25 y menos de 35?

Resolución

Es el múltiplo de 7 comprendido entre 25 y 35. O sea hay 28 estudiantes

ANEXO: MÁS ACTIVIDADES

- Indica cual o cuales de los siguientes números es divisible por 3.
a) 47 321 b) 52 468 c) 64 851 d) 97 483
- Indica cuál de los siguientes números no es múltiplo de 11: a) 111 b) 363 c) 616
- Usa los criterios de divisibilidad y selecciona los números que son divisibles a la vez entre 2, 3, 5 y 11.
a) 87530 b) 19145 c) 26565 d) 17732 e) 62790 f) 330 g) 3135 h) 1914 i) 27390
- ¿Cuáles son los números de 2 cifras divisibles por 11?
- Si un número es divisible por 10, ¿será divisible por 2? ¿Por qué?
- Si la suma de las cifras de un número par da un múltiplo de 3, entonces el número es divisible por 6. ¿Es cierto?
- ¿Cómo puedes averiguar si un número es divisible por 17 si no conoces el criterio de divisibilidad por 17?
- Escribe un número que siendo múltiplo de 15 sea divisible por 11
- ¿Cuáles son todos los números capicúas de 3 cifras divisibles por 11?
- A los números como 12321, que se leen lo mismo de derecha a izquierda que de izquierda a derecha, se les llama capicúas. Tengo un amigo que asegura que todos los números capicúas de 4 cifras son divisibles por 11 ¿Es cierto?
- Usando solo la cifra 2, ¿cuál es el menor número divisible por 3?
- Entre estos números busca los que no son múltiplos de 11: 7771 , 7315 , 8855 , 12321 , 5401
- Subraya los números que sean múltiplos de 6: 23 36 81 54 12 28 39 42 90
- Usando los criterios de divisibilidad, ¿sabes por qué el número 150 es divisible por 30?
- Calcula el menor número que hay que sumar a 15347 para que el número obtenido sea múltiplo de 3
- En un número de tres cifras divisible por 3 y por 11, que comienza por 2 y termina en 7 se ha borrado la cifra de las decenas. Hállala
- Encuentra un número divisible por 2 y por 3 pero que no lo sea por 9
- Usando los criterios de divisibilidad completa la siguiente tabla escribiendo SÍ ó NO:

	3 758	69 300	810 180	7 254 702	5 929
Divisible por 2					
Divisible por 3					
Divisible por 5					
Divisible por 9					
Divisible por 11					

- Averigua, usando los criterios de divisibilidad si:
a) 3578 es divisible entre 2 b) 2875 es múltiplo de 3 c) 405002 es divisible entre 5

- d) 89405 es múltiplo de 5 d) 40200 es divisible entre 10 e) 11 es un divisor de 49021
f) 69 938 es divisible por 11
- ¿Cuál es el valor de la cifra a si el número 4a5 es divisible por 5, por 9 y por 11? a) 2 b) 9 c) 5
- Averigua cuánto ha de valer A para que 4A57 sea múltiplo de 11
- Halla x e y para que 2x5y sea divisible por 72
- Si 2x45y es divisible por 18, ¿cuánto valen x e y?
- Reemplazando a y b por dígitos, hallar todos los números naturales de cinco cifras 65a1b que son múltiplos de doce
- Halla el valor o valores de m para que el número 23m25 sea divisible entre 15
- Averigua las cifras que hay que añadir a la derecha de 124 para que
- a) El número sea divisible por 11 b) El número sea divisible por 3 y por 5
c) Sea divisible por 5 pero no por 3
- ¿Qué dígito debe colocarse en el lugar de la x, para que el número 68x2 sea divisible por 4?
- ¿Cuáles serán las cifras x e y del número que se escribe x22y, del que sabemos que es mayor que 5000 y divisible por 24?
- El número de seis cifras 1k31k4 es múltiplo de 12, pero no es divisible por 9. Halla el valor de la cifra k.
- Compró 72 unidades y me cuesta x679y. ¿Cuánto es? ¿Cuánto vale cada unidad?
- Escribe un número de cuatro cifras que sea capicúa, sea divisible por tres y tenga la cifra de las decenas una unidad mayor que la de las unidades. ¿Hay varias soluciones?
- ¿Cuántos números naturales de 4 cifras terminan en 36 y son múltiplos de 36?
- A Julio le dieron el número secreto de su nueva tarjeta de crédito, y observó que la suma de los cuatro dígitos del número es 9 y ninguno de ellos es 0; además el número es múltiplo de 5 y mayor que 1995. ¿Cuál es la tercera cifra de su número secreto?
- Al descubrir el importe de una factura nos encontramos con dos números borrosos, 273?49?5 €. Pero nos informan que el número es múltiplo de 9 y de 11, ¿Cuál es este número?
- Entre los papeles del abuelo encontré una nota que dice que por 72 € pagó ?67.9? La primera y la última cifra se borraron con el tiempo. ¿Cuál es la suma de los dígitos faltantes?
- He comprado 18 bidones de pintura. Uno de los botes se salía y manchó la factura, por lo que ahora no puedo saber cuánto costaba cada bote ni cuánto pagué por todos ellos. ¿Puedes ayudarme a resolverlo, deduciendo las 4 cifras que quedaron ocultas? Indica cómo lo resuelves.

	Precio unidad
ra a	93 €
Total	3 27 €

- | | |
|-------|------------------|
| | Precio
unidad |
| ra a | 93 € |
| | |
| | |
| Total | 3 27 € |

	Precio unidad
ra a	93 €
Total	3 27 €

- | | |
|-------|------------------|
| | Precio
unidad |
| ra a | 93 € |
| | |
| | |
| Total | 3 27 € |

PARADAS	AUTOBUSES QUE SE DETIENEN EN ESA PARADA
Número 22	Autobús A; autobús B, porque 22 es divisible por 2, y autobús G, porque 22 es divisible por 11.
Número 36	
Número 75	
Número 100	
Número 121	

b) Escribe todas las paradas en las que se detienen los siguientes autobuses. Autobús D Autobús E
Autobús F Autobús G