Correction CCP DEUG 2012

Physique Partie I

Partie A : Potentiel thermodynamique

I. Quelques questions préliminaires

1. La 2° identité thermodynamique s'écrit
   dH = TdS + VdP

   Or, $dH = C_{P,m}dT$ ainsi $dS = \frac{nC_{P,m}dT}{T} - \frac{V}{T}dP$

2. Le système étudié est un gaz parfait, il vérifie l'équation d'état PV = nRT.
   De plus, la transformation est isotherme : dT = 0.

   La relation précédente devient : $dS = -\frac{V}{T}dP = -nR\frac{dP}{P}$

   En intégrant, $\Delta S = -nR\ln\frac{P_B}{P_A}$

II. Evolution isotherme et isochore d'un système gazeux

1. $V_1 = Ax \quad V_2 = (L - x)A$
2. Equation des gaz parfaits : $P_1 = \frac{n_1 RT_o}{Ax}$ et $P_2 = \frac{n_2 RT_o}{A(L-x)}$ ainsi $\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1(L-x)}{n_2 x}$
3. A l'équilibre, $P_1 = P_2$ ainsi $n_1(L-x)=n_2x$.

   $$x = x_0 = \frac{n_1 L}{n_1 + n_2}$$

4. L'entropie est une grandeur extensive :

   $$\Delta S(x) = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -n_1 R\ln\frac{P_{1B}}{P_{1A}} - n_2 R\ln\frac{P_{2B}}{P_{2A}}$$

   $$\Delta S(x) = -n_1 R\ln\left(\frac{n_1 RT_0}{x_0 A}\frac{xA}{n_1 RT_0}\right) - n_2 R\ln\left(\frac{n_2 RT_0}{(L-x_0)A}\frac{(L-x)A}{n_1 RT_0}\right)$$

   $$\Delta S(x) = -n_1 R\ln\frac{x}{x_0} - n_2 R\ln\frac{L-x}{L-x_0}$$

5. En remplaçant x par x_0, on obtient $\Delta S(x_0) = 0$.

   Lorsqu'on dérive ΔS par rapport à x,

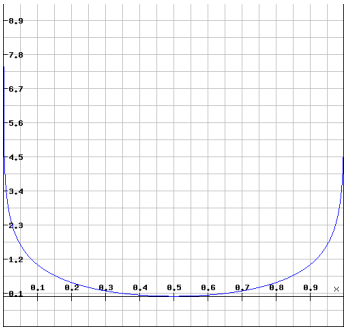
$$\frac{d\Delta S(x)}{dx} = -\frac{n_1 R}{x} + \frac{n_2 R}{L-x}$$

Si $x > x_0$, $P_2 > P_1$ donc $n_2 x > n_1(L-x)$ et $\frac{d\Delta S(x)}{dx} > 0$

Inversement, si $x < x_0$, $\frac{d\Delta S(x)}{dx} < 0$

En $x = x_0$, $\frac{d\Delta S(x)}{dx} = 0$

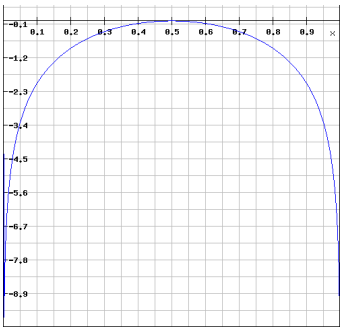
Le graphe ci-contre est représenté la variation de ΔS en fonction de x.



6. $\Delta F = \Delta U - T_0 \Delta S$

Dans le cas de cette transformation isotherme, $\Delta U = 0$ et $\Delta F = -T_0 \Delta S$. ΔF évolue donc de manière opposée à ΔS.

On en déduit l'allure de la courbe ΔF = f(x).



7. La transformation est spontanée si $S_{créée}$ est positive.
Le deuxième principe s'écrit :

$\Delta S = S_{éch} + S_{créée} = \frac{Q}{T_0} + S_{créée}$

Or, Q = ΔU – W = 0 car la transformation est à la fois isotherme et isochore.

Ainsi, ΔS = $S_{créée}$.

Le 1° graphe indique que, quelle que soit la valeur de x, ΔS et donc $S_{créée}$ est toujours positive ; la transformation est donc spontanée.

La fonction F est un potentiel thermodynamique qui diminue au cours d'une transformation et qui est minimal à l'équilibre thermodynamique. Le 2° graphe montre que ΔF est négatif quel que soit x et que la valeur de x à l'équilibre est x_0.

Partie B : Barreau de combustible nucléaire

1. Par symétrie, la température ne dépend que de la distance r à l'axe du barreau : T(r). On retiendra la forme (2)

$$\overrightarrow{j_{th}} = -\lambda \overrightarrow{grad T(r)}$$

2. Considérons un cylindre de hauteur L = 1 m et de rayon r. La puissance thermique linéique dégagée à l'intérieur du cylindre vaut $P_{th} = p\pi r^2$.
3. La puissance dégagée est entièrement évacuée par transfert thermique car le régime est stationnaire : $\Phi_{th} = P_{th} = p\pi r^2$.
4. Par définition,

$$\Phi_{th} = \iint_{cylindre} \overrightarrow{j_{th}}.\overrightarrow{dS} = j_{th} 2\pi r$$

donc

$$j_{th} = \frac{pr}{2}$$

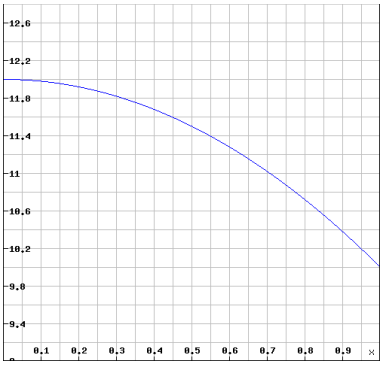
5. En égalisant les deux expressions de j_{th}, on obtient

$$\frac{pr}{2} = -\lambda \frac{dT}{dr}$$

6. Cette équation différentielle s'intègre en

$$T(r) = T_0 + \frac{p}{4\lambda}(R^2 - r^2)$$

7. La température décroît avec r et est maximale pour r = 0 c'est-à-dire sur l'axe du barreau.
8. Le graphe est tracé ci-contre.



9. Applications numériques
   a. $T_{max} = 3933$ K
   b. $\Phi_{th}(r = R) = 62{,}8$ kW.m^{-1}
   c. $T_{max} = T_{fus} = 2\,900$K permet de calculer la valeur maximale de R évitant la fusion du combustible MOX :

      $R_{max} = 0{,}012$ m.
   d. La valeur de R choisie est inférieure à R_{max}, elle évite donc la fusion du combustible.

Partie C : Simulation d'une inductance élevée

1. a. On applique le théorème de Millman au point N :

$$\underline{V_N} = \frac{\dfrac{\underline{V_P}}{R_1} + jC\omega\underline{u_S}}{\dfrac{1}{R_1} + jC\omega}$$

Le deuxième A.O. fonctionne en régime linéaire car la rétroaction est négative ; donc $V_N = 0$.

Il en résulte que

$$\underline{V}_P = -jR_1C\omega\underline{u}_S$$

b. Le premier A.O. fonctionne aussi en régime linéaire car la rétroaction est négative donc

$\underline{V}_A = \underline{V}_B$.

Comme $\underline{V}_A = \underline{u}_e$, on en déduit que $\underline{V}_B = \underline{u}_e$.

On applique le théorème de Millman au point B :

$$\underline{V_B} = \frac{\dfrac{\underline{V_P}}{R}}{\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R}} = \frac{\underline{V_P}}{2}$$

Ainsi, $\underline{V}_P = 2\underline{u}_e$.

c. On applique le théorème de Millman au point A :

$$\underline{V_A} = \frac{\dfrac{\underline{V_P}}{R_1} + \dfrac{\underline{u_S}}{R_2} + \underline{i_e}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$$

d. Comme $\underline{V}_A = \underline{u}_e$, la relation précédente devient :

$$\underline{u_e} = \frac{\dfrac{\underline{V_P}}{R_1} + \dfrac{\underline{u_S}}{R_2} + \underline{i_e}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$$

De plus, $\underline{V}_P = 2\underline{u}_e$ et $2\underline{u}_e = -jR_1C\omega\,\underline{u}_S$, il en résulte que

$$\frac{\underline{i_e}}{\underline{u_e}} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} + \frac{2}{jR_1R_2C\omega} = \underline{Y_e}$$

2. L'admittance du dipôle vaut

$$\underline{Y_e} = \frac{1}{r} + \frac{1}{jL\omega}$$

3. Par identification, on obtient

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \quad et \quad L = \frac{R_1 R_2 C}{2}$$

4.

Pour que l'inductance soit pure, il faut que $R_1 = R_2 = 2{,}0.10^3\ \Omega$. On en déduit $L = 30$ H.

L'intérêt de ce montage est de simuler des bobines qui peuvent être pures et d'inductance élevée.