

Цель занятия:**Деятельностная:**

– формирование у учащихся умений находить площадь криволинейной трапеции при помощи формулы Ньютона-Лейбница.

Содержательная:

– сформировать представление о криволинейной трапеции;
– расширить знания учеников за счет включения новых определений: криволинейная трапеция; новой формулы – формулы Ньютона-Лейбница;
– познакомиться с задачами вычисления площади криволинейной трапеции.

Оборудование занятия: доска, учебник.

План занятия:

1. Определение неопределённого интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла
3. Геометрический смысл неопределенного интеграла.
4. Первичное закрепление знаний

Актуализация знаний

Для функции $f(x)=2(x-1)$:

а) найдите общий вид первообразных;

б) напишите первообразную, график которой проходит через точку $A(2;4)$

Решение:

$$f(x)=2(x-1)=2x-2;$$

$$F(x)=2x^2/2-2x+C=x^2-2x+C;$$

$$A(2;4) \Rightarrow 4=2^2-2 \cdot 2+C=4-4+C=C;$$

$$C=4; \Rightarrow F(x)=x^2-2x+4;$$

Для функции $f(x)=2(x-1)$:

а) найдите общий вид первообразных;

б) напишите первообразную, график которой проходит через точку $A(2;4)$

Решение:

$$F(x)=(x-1)^2+C,$$

$A(2;4)$. Найдем C , если $x=2$, $F=4$.

$4=(2-1)^2+C \Rightarrow C=4-1=3$, и $F(x)=(x-1)^2+3$ – первообразная, график которой проходит через точку $A(2;4)$.

Определение неопределённого интеграла.

Если функция $y = f(x)$ имеет на промежутке X первообразную $y = F(x)$, то множество всех первообразных, т. е. множество функций $y = F(x) + C$ называется неопределенным интегралом от функции $y = f(x)$ и обозначается

$$\int f(x) dx$$

$f(x)$ – подынтегральная функция.

$f(x)dx$ – подынтегральное выражение,

C – постоянной интегрирования,

x – переменной интегрирования.

Операцию нахождения неопределенного интеграла от данной функции, которая является обратной операции дифференцирования, называют интегрированием.

Свойства неопределенного интеграла

1. $\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

2. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

3. Если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то $\int f(kx+b)dx = \frac{1}{k} F(kx+b) + C$

Обобщим свойство линейности

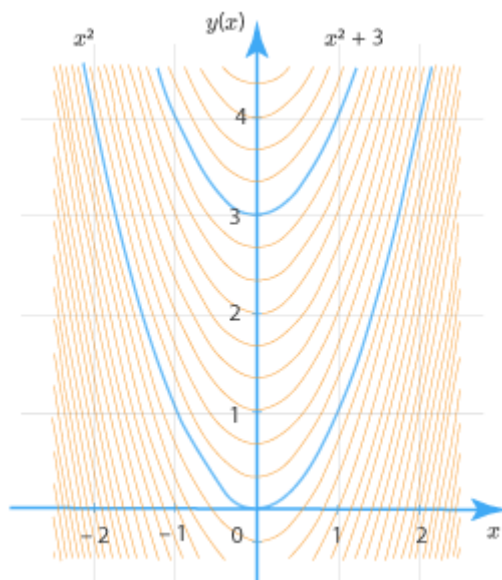
Если функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют на некотором промежутке первообразные, то для любых $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta \in \mathbb{R}$ таких, что $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$, функция $\varphi(x) = \alpha f(x) + \beta g(x)$ также имеет первообразную на этом промежутке, причем

$$\int (\alpha f(x) + \beta g(x))dx = \alpha \int f(x)dx + \beta \int g(x)dx \quad (1)$$

□ Пусть F и G – первообразные для функций f и g соответственно, тогда $\Phi = \alpha F + \beta G$ – первообразная для функции φ , так как $(\alpha F(x) + \beta G(x))' = \alpha f(x) + \beta g(x)$. Согласно определению интеграла левая часть (1) состоит из функций вида $\Phi(x) + C$, а правая часть – из функций вида $F(x) + \alpha C_1 + \beta G(x) + \beta C_2 = \Phi(x) + \alpha C_1 + \beta C_2$. Так как $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$, то каждая функция вида $\Phi(x) + C$ принадлежит совокупности функций $\Phi(x) + \alpha C_1 + \beta C_2$, и наоборот, то есть по заданному числу C можно найти C_1 и C_2 , а по заданным C_1 и C_2 – число C такое, чтобы выполнялось равенство $C = \alpha C_1 + \beta C_2$. ■

Геометрический смысл неопределенного интеграла.

С геометрической точки зрения неопределенный интеграл – это совокупность (семья) линий $F(x) + C$:



Первичная проверка знаний.

0. Обозначения и термины.

$\int$ – значок интеграла.

$f(x)$ – подынтегральная функция.

dx – значок дифференциала.

$f(x)dx$ – подынтегральное выражение.

$F(x)$ – первообразная функция.

$F(x) + C$ – множество первообразных функций.

1. Чему равен неопределенный интеграл от 1?

- 1) $x+C$;
- 2) C ;
- 3) $1+C$;
- 4) 0.

2. Чему равен неопределенный интеграл $\sin(x)$?

- 1) $-\cos(x)+C$;
- 2) $\cos(x)+C$;
- 3) $\operatorname{tg}(x)+C$;
- 4) $\arcsin(x)+C$.

3. Чему равен неопределенный интеграл от нуля?

- 1) 0;
- 2) 1;
- 3) C ;
- 4) x .

4. Какая функция называется первообразной функцией для данной?

5. Что такое неопределённый интеграл от функции?

Примеры

1. Найти $\int f(x)dx$, если:

$$f(x)=e^x+x^2$$

Используя таблицу производных и свойства интеграла, получаем

$$\int (e^x+x^2)dx=e^x+x^3/3+C.$$

2. Найти $\int f(x)dx$ и выполнить проверку, если:

$$\int \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)dx = \frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + c$$

$$\left(\frac{1}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + c\right)' = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + c' = \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = f(x)$$

3. Найти $\int f(x)dx$ и выполнить проверку, если:

$$\int (3 - x^5)dx = \int 3dx - \int x^5dx = 3x - \frac{x^6}{6} + c$$

$$\left(3x - \frac{1}{6}x^6 + c\right)' = 3 - \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot x^5 + c' = 3 - x^5 = f(x)$$

4. Найти неопределённый интеграл:

$$\int x^2(3+4x)^2dx$$

Решение:

Анализируя интеграл, видно, что имеется произведение двух функций и возведения в степень целого выражения. Так как нет хороших и удобных формул для интегрирования произведения и частного надо попытаться преобразовать подынтегральную функцию в сумму.

$$\begin{aligned}
& \int x^2(3 + 4x)^2 dx = \\
& \int x^2(9 + 24x + 16x^2) dx = \\
& \int (9x^2 + 24x^3 + 16x^4) dx = \\
& 9 \int x^2 dx + 24 \int x^3 dx + 16 \int x^4 dx = \\
& 9 \cdot \frac{1}{3} x^3 + 24 \cdot \frac{1}{4} x^4 + 16 \cdot \frac{1}{5} x^5 + C = \\
& 3x^3 + 6x^4 + \frac{16}{5} x^5 + C =
\end{aligned}$$

5. Найти неопределённый интеграл:

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx$$

Решение

$$\int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx$$

Согласно таблице интегралов:

$$\int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + C$$

Ответ: $\int \sqrt[3]{x^2} dx = \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + C$

Домашнее задание:

1. Законспектировать основные теоретические сведения.
2. Ответить на вопросы для закрепления
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : базовый и углубленный уровни : учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 463 §56 с. 297-298 №999 (3,4)

Выполненную работу необходимо сфотографировать и отправить на почтовый ящик pushistaV@yandex.ru, [Бережная Валерия Александровна](#) (VK)

ОБЯЗАТЕЛЬНО ПОДПИСЫВАЕМ РАБОТУ НА ПОЛЯХ + в сообщении указываем дату/группу/ФИО