УРОК № 8

Тема уроку. Розв'язування задач на застосування теореми синусів.

Мета уроку: формування вмінь учнів застосовувати теорему синусів до розв'язування задач.

Тип уроку: комбінований.

Наочність і обладнання: таблиця «Співвідношення між сторонами і кутами трикутника» [13], посібник [14].

Вимоги до рівня підготовки учнів: застосовують теорему синусів до розв'язування задач.

Хід уроку

I. Перевірка домашнього завдання

1. Фронтальне опитування

1) Сформулюйте теорему синусів.
2) У трикутнику *ABC* (рис. 29) сторони дорівнюють *a*, *b*, *c*, а кути дорівнюють α, β, γ. Навколо цього трикутника описане коло радіуса *R*. Виберіть правильні твердження.

а) $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{b}{a}$;

б) $a = \frac{b\sin\alpha}{\sin\beta}$;

в) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\sin\gamma$;

г) $b = 2R\sin\alpha$.

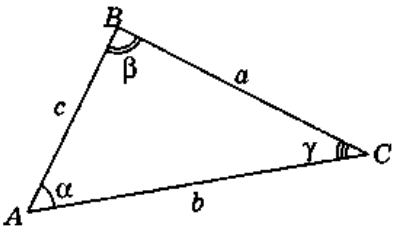

Рис. 29

3) У трикутнику *ABC* відомо, що $\angle A = 60°$, $\angle B = 45°$. Радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює $\sqrt{3}$ см. Які з наведених тверджень є правильними, а які — неправильними?

а) $BC = 2\sqrt{3}\sin B$ см; б) $AC = \sqrt{6}$ см;

в) $BC = 3$ см; г) $AB = 2\sqrt{3}\sin 70°$ см.

2. Перевірити правильність виконання домашніх вправ за записами, зробленими на дошці до початку уроку.

Розв'язання задачі

а) $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$; $\sin\beta = \frac{b\sin\alpha}{a} = \frac{5\cdot\sin 120°}{12} \approx \frac{5\cdot 0{,}866}{12} = 0{,}361$; $\beta \approx 21°$;

$\gamma = 180° - \alpha - \beta \approx 180° - 120° - 21° = 39°$;

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$; $c = \frac{a\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{12\cdot\sin 39°}{\sin 120°} \approx \frac{12\cdot 0{,}629}{0{,}866} \approx 8{,}7$.

Відповідь, $\beta \approx 21°$, $\gamma \approx 39°$, $c \approx 8{,}7$.

б) $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$; $\sin\beta = \frac{b\sin\alpha}{a} = \frac{12\cdot\sin 164°}{34} \approx \frac{12\cdot 0{,}276}{34} = 0{,}097$; $\beta \approx 6°$;

$\gamma = 180° - \alpha - \beta \approx 180° - 164° - 6° = 10°$;

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$; $c = \frac{a\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{34\cdot\sin 10°}{\sin 164°} \approx \frac{34\cdot 0{,}174}{0{,}276} \approx 21{,}4$.

Відповідь. $\beta \approx 6°$, $\gamma \approx 10°$, $c \approx 21{,}4$.

II. Розв'язування задач

Використовуючи теорему синусів, доведіть, що:

а) у трикутнику проти більшого кута лежить більша сторона;

б) проти більшої сторони лежить більший кут.

Наводимо зразок оформлення доведення теореми.

а) Дано: $0° < \alpha < 90°$, $0° < \beta < 90°$, $\alpha > \beta$ (рис. 30). Довести, що $a > b$.

Доведення

Оскільки $\alpha > \beta$, то $\sin\alpha > \sin\beta$. Ураховуючи, що $\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}$, маємо: $a > b$.

б) Дано: $90° < \alpha < 180°$ (рис. 31). Довести, що $a > b$.

Доведення

Оскільки $90° < \alpha < 180°$, то $0° < 180° - \alpha < 90°$, $180° - \alpha > \beta$ (як зовнішній кут трикутника, не суміжний з кутом β. Тому $\sin\alpha = \sin(180° - \alpha) > \sin\beta$. Ураховуючи, що $\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}$, маємо: $a > b$.

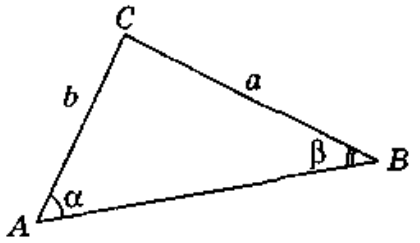

Рис. 30

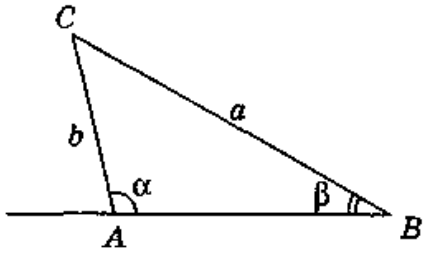

Рис. 31

в) Дано: $a > b$. Довести, що $\alpha > \beta$.

Доведення

Припустимо, що $\alpha < \beta$. Якщо $\alpha = \beta$, то $a = b$, що суперечить умові $a > b$. Якщо $\alpha < \beta$, то $a < b$, що суперечить умові $a > b$. Отже, припущення неправильне, тоді $\alpha > \beta$.

Усне розв'язування задач

1) У трикутнику ABC $\angle A = 32°$, $\angle B = 63°$. Яка зі сторін трикутника є:
   а) найбільшою; б) найменшою?
2) У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90°$) $\angle B = 18°$. Який із катетів трикутника є:
   а) більшим; б) меншим?
3) У трикутнику ABC $AB = 5$ м, $BC = 6$ м, $AC = 7$ м. Який із кутів трикутника є:
   а) найбільшим; б) найменшим?

4) У трикутнику ABC $AB = AC = 10$ см, $BC = 12$ см. Які кути трикутника рівні? Який кут цього трикутника є найбільшим?

Колективне розв'язування задач

1) Доведіть, що коли в трикутнику є тупий кут, то протилежна йому сторона є найбільшою.

2) Що більше: основа чи бічна сторона рівнобедреного трикутника, якщо прилеглий до основи кут більший від 60°?

Розв'язання

Нехай $AC = BC$ (рис. 32), $\angle CAB > 60°$, тоді $\angle CBA > 60°$, $\angle ACB = 180° - (\angle CAB + \angle CBA) < 60°$. Оскільки $\angle ACB < \angle CAB = \angle CBA$, то $AB < CA = CB$, тобто бічна сторона більша від основи.

Відповідь. Більшою є бічна сторона.

3) У трикутнику ABC кут C тупий. Доведіть, що коли точка X лежить на стороні AC, то $BX < AB$.

Доведення

Якщо в трикутнику ABC (рис. 33) кут C тупий, то кут A є гострим.

$\angle AXB > \angle ACB$ (за властивістю зовнішнього кута трикутника). Тоді в трикутнику AXB маємо: $\angle AXB > \angle XAB$, отже, $AB > BX$, що і треба було довести.

4) У трикутнику ABC кут C тупий. Доведіть, що коли точка X лежить на стороні AC, а точка Y — на стороні BC, то $XY < AB$.

Доведення

Згідно з результатами задачі 3, із трикутника ABC (рис. 34) маємо $XB < AB$. (1)

Із трикутника XCB (кут C тупий) аналогічно знаходимо: $XY < XB$. (2)

Ураховуючи нерівності (1) і (2), одержуємо: $XY < XB < AB$. Отже, $XY < AB$, що і треба було довести.

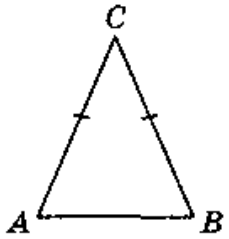

Рис. 32

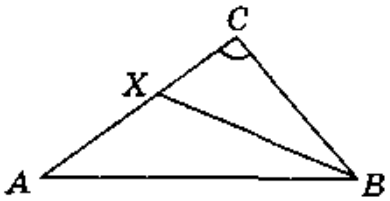

Рис. 33

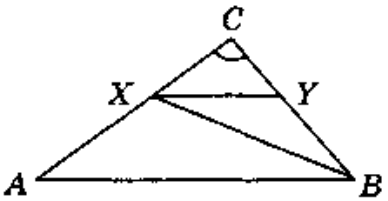

Рис. 34

III. Самостійна робота

Самостійну роботу навчального характеру можна провести, скориставшись посібником [14], тест 3 «Теорема синусів та її наслідки».

IV. Домашнє завдання

Розв'язати задачі.

1. У трикутнику ABC $\angle A = 40°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 80°$. Яка із сторін трикутника є найбільшою, яка — найменшою?

2. У трикутнику *ABC* сторони *AB* = 5,1 м, *BC* = 6,2 м, *AC* = 7,3 м. Який із кутів трикутника є найбільшим, який — найменшим?
3. На стороні *AB* трикутника *ABC* позначено точку *D*. Доведіть, що відрізок *CD* менший за одну із сторін: *AC* або *BC*.

V. Підбиття підсумків уроку

Завдання класу

1. Сформулюйте теорему про співвідношення між кутами трикутника і протилежними сторонами.
2. У трикутнику дві сторони дорівнюють 3 см і 4 см. Чи може кут, протилежний стороні 3 см, бути тупим?