

УРОК № 8

Тема уроку. Розв'язування задач на застосування теореми синусів.

Мета уроку: формування вмінь учнів застосовувати теорему синусів до розв'язування задач.

Тип уроку: комбінований.

Наочність і обладнання: таблиця «Співвідношення між сторонами і кутами трикутника» [13], посібник [14].

Вимоги до рівня підготовки учнів: застосовують теорему синусів до розв'язування задач.

Хід уроку

I. Перевірка домашнього завдання**1. Фронтальне опитування**

- 1) Сформулюйте теорему синусів.
- 2) У трикутнику ABC (рис. 29) сторони дорівнюють a , b , c , а кути дорівнюють α , β , γ . Навколо цього трикутника описане коло радіуса R . Виберіть правильні твердження.

а) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{b}{a}$;

б) $a = \frac{b \sin \alpha}{\sin \beta}$;

в) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin \gamma$;

г) $b = 2R \sin \alpha$.

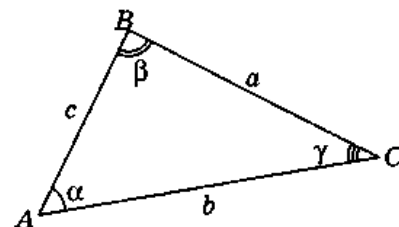


Рис. 29

- 3) У трикутнику ABC відомо, що $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$. Радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює $\sqrt{3}$ см. Які з наведених тверджень є правильними, а які — неправильними?

а) $BC = 2\sqrt{3} \sin B$ см;

б) $AC = \sqrt{6}$ см;

в) $BC = 3$ см;

г) $AB = 2\sqrt{3} \sin 70^\circ$ см.

2. Перевірити правильність виконання домашніх вправ за записами, зробленими на дошці до початку уроку.

Розв'язання задачі

а) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$; $\sin \beta = \frac{b \sin \alpha}{a} = \frac{5 \cdot \sin 120^\circ}{12} \approx \frac{5 \cdot 0,866}{12} = 0,361$; $\beta \approx 21^\circ$;

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 180^\circ - 120^\circ - 21^\circ = 39^\circ$;

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}$; $c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{12 \cdot \sin 39^\circ}{\sin 120^\circ} \approx \frac{12 \cdot 0,629}{0,866} \approx 8,7$.

Відповідь, $\beta \approx 21^\circ$, $\gamma \approx 39^\circ$, $c \approx 8,7$.

б) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$; $\sin \beta = \frac{b \sin \alpha}{a} = \frac{12 \cdot \sin 164^\circ}{34} \approx \frac{12 \cdot 0,276}{34} = 0,097$; $\beta \approx 6^\circ$;

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 180^\circ - 164^\circ - 6^\circ = 10^\circ;$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma}; c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{34 \cdot \sin 10^\circ}{\sin 164^\circ} \approx \frac{34 \cdot 0,174}{0,276} \approx 21,4$$

Відповідь. $\beta \approx 6^\circ, \gamma \approx 10^\circ, c \approx 21,4$.

II. Розв'язування задач

Використовуючи теорему синусів, доведіть, що:

а) у трикутнику проти більшого кута лежить більша сторона;

б) проти більшої сторони лежить більший кут.

Наводимо зразок оформлення доведення теореми.

а) Дано: $0^\circ < \alpha < 90^\circ, 0^\circ < \beta < 90^\circ, \alpha > \beta$ (рис. 30). Довести, що $a > b$.

Доведення

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

Оскільки $\alpha > \beta$, то $\sin \alpha > \sin \beta$. Ураховуючи, що $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$, маємо: $a > b$.

б) Дано: $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ (рис. 31). Довести, що $a > b$.

Доведення

Оскільки $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, то $0^\circ < 180^\circ - \alpha < 90^\circ, 180^\circ - \alpha > \beta$ (як зовнішній кут трикутника, не суміжний з кутом β). Тому $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha) > \sin \beta$.

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$$

Ураховуючи, що $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$, маємо: $a > b$.

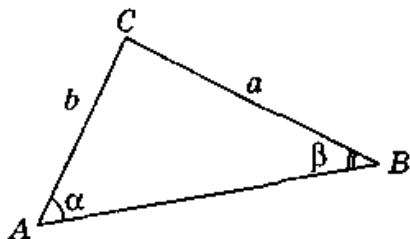


Рис. 30

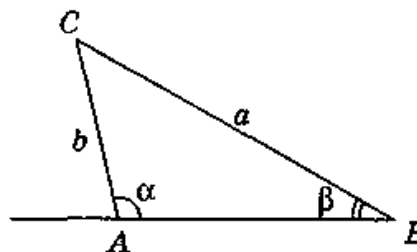


Рис. 31

в) Дано: $a > b$. Довести, що $\alpha > \beta$.

Доведення

Припустимо, що $\alpha < \beta$. Якщо $\alpha = \beta$, то $a = b$, що суперечить умові $a > b$. Якщо $\alpha < \beta$, то $a < b$, що суперечить умові $a > b$. Отже, припущення неправильне, тоді $\alpha > \beta$.

Усне розв'язування задач

- У трикутнику ABC $\angle A = 32^\circ, \angle B = 63^\circ$. Яка зі сторін трикутника є:
 - найбільшою;
 - найменшою?
- У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) $\angle B = 18^\circ$. Який із катетів трикутника є:
 - більшим;
 - меншим?
- У трикутнику ABC $AB = 5$ м, $BC = 6$ м, $AC = 7$ м. Який із кутів трикутника є:
 - найбільшим;
 - найменшим?

- 4) У трикутнику ABC $AB = AC = 10$ см, $BC = 12$ см. Які кути трикутника рівні? Який кут цього трикутника є найбільшим?

Колективне розв'язування задач

- 1) Доведіть, що коли в трикутнику є тупий кут, то протилежна йому сторона є найбільшою.
- 2) Що більше: основа чи бічна сторона рівнобедреного трикутника, якщо прилеглий до основи кут більший від 60° ?

Розв'язання

Нехай $AC = BC$ (рис. 32), $\angle CAB > 60^\circ$, тоді $\angle CBA > 60^\circ$, $\angle ACB = 180^\circ - (\angle CAB + \angle CBA) < 60^\circ$. Оскільки $\angle ACB < \angle CAB = \angle CBA$, то $AB < CA = CB$, тобто бічна сторона більша від основи.

Відповідь. Більшою є бічна сторона.

- 3) У трикутнику ABC кут C тупий. Доведіть, що коли точка X лежить на стороні AC , то $BX < AB$.

Доведення

Якщо в трикутнику ABC (рис. 33) кут C тупий, то кут A є гострим.

$\angle AXB > \angle ACB$ (за властивістю зовнішнього кута трикутника). Тоді в трикутнику AXB маємо: $\angle AXB > \angle XAB$, отже, $AB > BX$, що і треба було довести.

- 4) У трикутнику ABC кут C тупий. Доведіть, що коли точка X лежить на стороні AC , а точка Y — на стороні BC , то $XY < AB$.

Доведення

Згідно з результатами задачі 3, із трикутника ABC (рис. 34) маємо $XB < AB$.

(1)

Із трикутника XCB (кут C тупий) аналогічно знаходимо: $XY < XB$. (2)

Ураховуючи нерівності (1) і (2), одержуємо: $XY < XB < AB$. Отже, $XY < AB$, що і треба було довести.

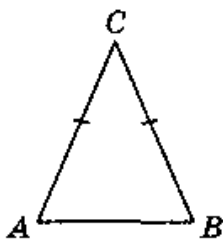


Рис. 32

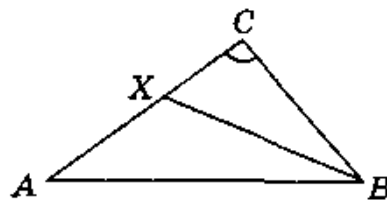


Рис. 33

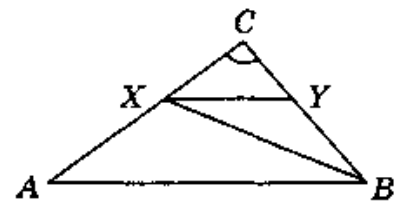


Рис. 34

III. Самостійна робота

Самостійну роботу навчального характеру можна провести, скориставшись посібником [14], тест 3 «Теорема синусів та її наслідки».

IV. Домашнє завдання

Розв'язати задачі.

1. У трикутнику ABC $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. Яка із сторін трикутника є найбільшою, яка — найменшою?

2. У трикутнику ABC сторони $AB = 5,1$ м, $BC = 6,2$ м, $AC = 7,3$ м. Який із кутів трикутника є найбільшим, який — найменшим?
3. На стороні AB трикутника ABC позначено точку D . Доведіть, що відрізок CD менший за одну із сторін: AC або BC .

V. Підбиття підсумків уроку

Завдання класу

1. Сформулюйте теорему про співвідношення між кутами трикутника і протилежними сторонами.
2. У трикутнику дві сторони дорівнюють 3 см і 4 см. Чи може кут, протилежний стороні 3 см, бути тупим?