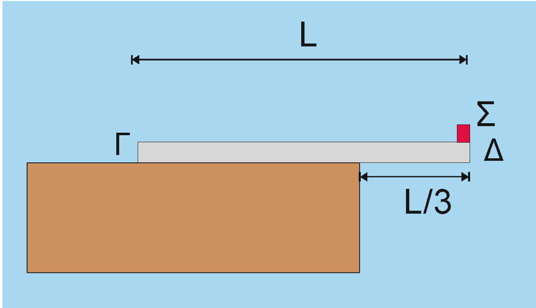
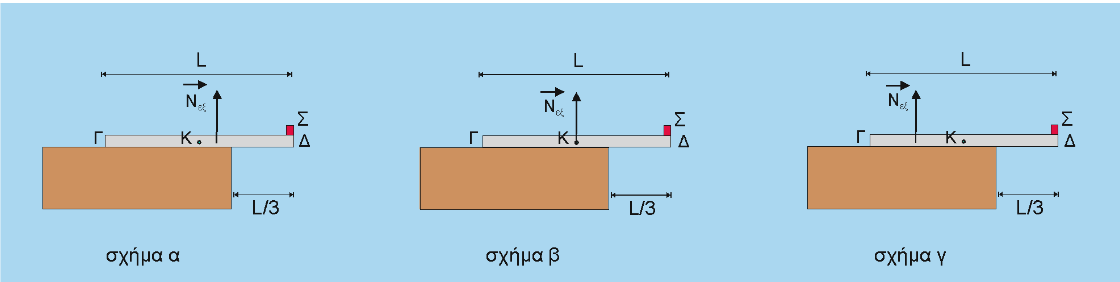
Η ισορροπία της σανίδας

Η λεπτή ομογενής οριζόντια σανίδα ΓΔ του σχήματος έχει μάζα M, μήκος L και στηρίζεται σε σταθερή εξέδρα, έτσι ώστε να εξέχει τμήμα της μήκους $\frac{L}{3}$. Στο άκρο της Δ τοποθετούμε μικρό σώμα Σ μάζας m. Το σύστημα ισορροπεί.



Α. Σε ποιό από τα παρακάτω σχήματα έχει σχεδιαστεί σωστά η δύναμη $\vec{N}_{εξ}$, που δέχεται η σανίδα από την εξέδρα, όπου K το κέντρο μάζας της σανίδας;



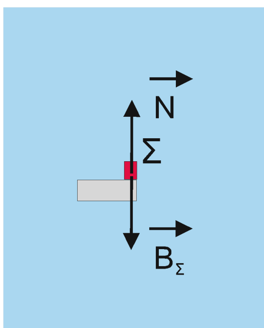
σχήμα α — σχήμα β — σχήμα γ

Β. Η μέγιστη τιμή της μάζας m, προκειμένου το σύστημα να ισορροπεί, είναι ίση με:

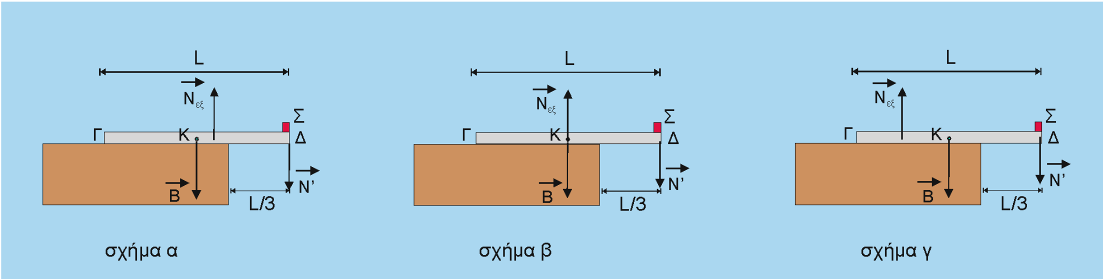
α. $\frac{M}{6}$ β. $\frac{M}{3}$ γ. $\frac{M}{2}$

Απάντηση

Α. Το σώμα Σ δέχεται το βάρος του $\vec{B}_{Σ}$ και τη δύναμη $\vec{N}$ από τη σανίδα.



Η σανίδα δέχεται το βάρος της $\vec{B}$ στο K, τη δύναμη $\vec{N}_{εξ}$ από την εξέδρα και την $\vec{N}'$ από το σώμα Σ.



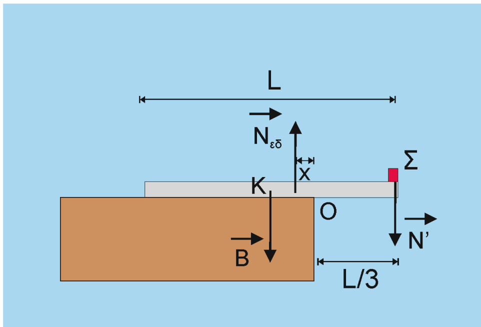
Στο σχήμα (α) η συνθήκη $\Sigma\vec{\tau}=0$ δεν παραβιάζεται, ως προς όποιο σημείο της σανίδας κι αν εφαρμοστεί. Στο σχήμα (β) είναι $\Sigma\vec{\tau}_{(K)}=N'\cdot\frac{L}{2}\neq 0$, πράγμα άτοπο και στο σχήμα (γ) είναι επίσης $\Sigma\vec{\tau}_{(K)}\neq 0$, αφού τόσο η $\vec{N}_{εξ}$ όσο και η $\vec{N}'$ έχουν ωρολογιακή ροπή ως προς το Κ. Έτσι ο φορέας της $\vec{N}_{εξ}$ πρέπει να βρίσκεται δεξιά από το κέντρο μάζας Κ της ράβδου.

Σωστό το σχήμα (α).

Α. Το σώμα Σ ισορροπεί

$$\Sigma\vec{F}=0\rightarrow m\cdot g-N=0\rightarrow$$
$$\rightarrow N=m\cdot g \quad (1)$$

Για τη σανίδα είναι $N'=N\xrightarrow{(1)}N'=m\cdot g$



Επίσης

$$\Sigma\vec{\tau}_{(O)}=0\rightarrow N'\cdot\frac{L}{3}+N_{εξ}\cdot x-B\cdot\left(\frac{L}{2}-\frac{L}{3}\right)=0\rightarrow$$

$$\rightarrow m\cdot g\cdot\frac{L}{3}+N_{εξ}\cdot x-M\cdot g\cdot\frac{L}{6}=0\rightarrow x=\frac{M\cdot g\cdot\frac{L}{6}-m\cdot g\cdot\frac{L}{3}}{N_{εξ}} \quad (2)$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει, ότι η αύξηση της μάζας του σώματος Σ προκαλεί μείωση του x. Στην οριακή ισορροπία θα γίνει x = 0 και το σημείο εφαρμογής τη $\vec{N}_{εξ}$ θα είναι το δεξί άκρο O της εξέδρας. Θέτοντας x = 0 στη σχέση (2) προκύπτει

$$M \cdot g \cdot \frac{L}{6} - m \cdot g \cdot \frac{L}{3} = 0 \rightarrow m = \frac{M}{2}$$

Σωστή η πρόταση (γ).

Παπάζογλου Αποστόλης

apostolospapazoglou@gmail.com