INECUACIONES

Son desigualdades que se verifican solo para determinados valores que se asignen sus incógnitas.

CONJUNTO SOLUCIÓN.- Es el conjunto de valores de la incógnita que reemplazamos en la inecuación, verifican la desigualdad. Se presenta por medio de intervalos.

1) CLASES DE INECUACIONES

1.1.- INECUACIONES LINEALES

$ax \geq b$ $\qquad$ $ax \leq b$

a, b = constantes $\qquad$ x = incógnita

1.2 INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

$ax^2 + bx + c \geq 0 \quad \forall\ a \neq 0$

$ax^2 + bx + c \leq 0 \quad \forall\ a \neq 0$

* Si : $x^2 \leq m \quad \forall\ m>o$

□ $\boxed{-\sqrt{m} \leq x \leq \sqrt{m}}$

* Si $x^2 \geq m \quad , \quad \forall\ m > 0$

□ $\boxed{x \geq \sqrt{m} \ \vee \ x \leq \sqrt{m}}$

2) INECUACIONES POLINÓMICAS Y RACIONALES

Son aquellas que se reducen a la forma:

$$\boxed{P(x) \gtrless 0 \qquad \frac{P(x)}{Q(x)} \gtrless 0} \qquad (Q(x) \neq 0)$$

donde: P(x) $\wedge$ Q(x) son polinomios de coeficientes principales positivos.

PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER

a) Se despeja la expresión a un solo miembro luego se factoriza procurando obtener factores lineales o cuadráticos con coeficientes principales positivos.
b) Se iguala cada factor a cero para hallar los puntos críticos (P.C) éstos se disponen en la recta real y se analizan (abiertos o cerrados)
c) Los P.C van: Abiertos si: $P(x) > 0$; $Q(x) < 0$
Cerrado si: $P(x) \geq 0$; $Q(x) \leq 0$
d) Se traza una línea de la parte superior derecha que va ir atravesando cada punto crítico
e) Se colocan los signos "+" en las zonas de la parte superior y "-" en la parte inferior.
f) Si la expresión es mayor que cero se tomarán las zonas positivas y si es menor que cero se tomarán las zonas negativas.

EJEMPLOS

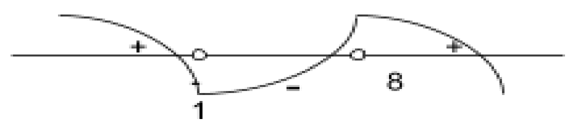
1) Resuelve: $x^2 - 3x + 5 < 4x + 13$

$x^2 - 7x - 8 < 0$ ………..... (α)

Por aspa simple: $(x - 8)(x + 1) < 0$

los puntos críticos son: {8; -1}

graficando en la recta y analizando:



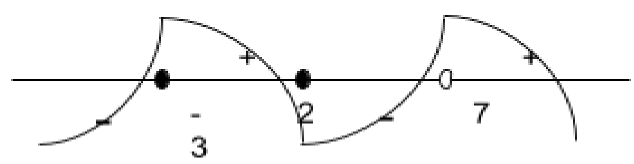
De α la expresión es menor que cero, se toma la zona negativa

→ C.S =]-1; 8[

2) Resuelve: $\dfrac{x^2 + x - 6}{x - 7} \geq 0$

Factorizando: $\dfrac{(x+3)(x-2)}{x - 7} \geq 0$

Los P.C. son : {-3; 2; 7}, graficando :



(en –3 $\wedge$ 2 van cerrados por "≥", en 7 abierto por ser del denominador tomando las zonas positivas)

C.S. = [-3; 2] U]7; +∞[

3) Resuelve: $(x+1)^3 (x+3)^4 (x-3)^5 (x+2)^2 < 0$

PROBLEMAS

1) Resuelve: $\dfrac{x-1}{2} + \dfrac{x-2}{3} > \dfrac{x-3}{4}$

a) <5/ 7; ∞>
b) <-∞; 5/ 7>
c) <3/ 7; ∞>

d) <-∞; 3/ 7>
e) <1/ 7; ∞>

2) Resuelve: $\frac{3x+1}{2}+\frac{x+2}{3}<-x$
indica el intervalo solución:

a) x ∈< -∞; 4]
b) x ∈ <-7/17; +∞>
c) x ∈<-7/3; ∞>
d) x ∈ <3; ∞>
e) x ∈<-7; ∞>

3) Resuelve: - 4 ≤ 3 x + 1 < 47

a) x ∈]3; 14[
b) x ∈]- 3; 14]
c) x ∈ [-3; 14[
d) x ∈ [-3; 14]
e) x ∈]-3; 14[

4) Resuelve: 2 ≤ 5 – 3x < 11

5) 2/3 ≤ $\frac{2x+3}{4}<\frac{4}{5}$

a) [- 1/6; 1/10>
b) < -1/6; 1/5>
c) [6; 5>
d) [-6; 5>

6) Resuelve: (x-2) (x + 3) ≤ 0

a) x ∈]-2; 3[
b) x ∈]- ∞ ; 2]
c) x ∈ [-3; ∞[
d) x ∈ [-3; 2]
e) x ∈]-3; 2[

7) Resuelve: $x^2 + 8x – 20 \leq 0$

a) x ∈ [-8; 3)
b) x ∈ [10; 2]
c) x ∈ [-10; 2]
d) x ∈ [-10; 4]

8) Resuelve: $x^2 – 2x –15 < 0$

a) < -3, 5>
b) < 0, 6>
c) < -∞, -1]
d) [-1;0]
e) [0; ∞ >

9) Cuántos números impares satisfacen a la inecuación? $x^2 – 20 < 9x – 34$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

10) Resuelve: $\frac{3x-2}{x+1}<4$

a) x∈ <-∞; -6> ∪ <-1; + ∞>
b) x∈ <-∞; -1> ∪ <-6; + ∞>
c) x∈ <-∞; -6> ∪ <1; + ∞>
d) x∈ <-∞; 5> ∪ <7; + ∞>
e) x∈ <-∞; -2> ∪ <7; + ∞>

11) Resuelve: $\frac{x^2-6x+8}{x^2-2x-3}\leq 0$

a) x∈ <-1; 2] ∪ <3; 4]
b) x∈ [1; 2> ∪ <3; + ∞>
c) x∈ <-1; -7] ∪ <o; 6]
d) x∈ <-2; 4> ∪ <3; 5]
e) x∈ <-∞; -2> ∪ <7; + ∞>

12) Resuelve: $x^2 – 14x < -49$

a) x∈ <-∞; 7>
b) x∈ <7; + ∞>
c) x∈ <-∞; -7>
d) x∈ <-∞; 7>