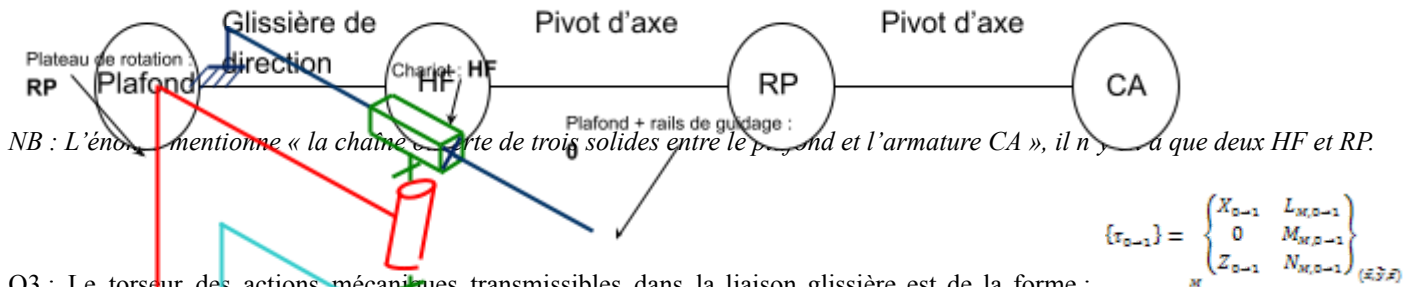


Q1 : Le texte de l'énoncé mentionne que la taille et la forme des coils doivent être adaptées le mieux possible à la taille et à la forme de l'anévrisme.

L'angiographie « bi-plan » permet de reconstruire une image de l'anévrisme à partir de couples de vues obtenues dans des plans sécants. L'avantage est donc le gain en nombre d'examen, c'est-à-dire un gain de temps, de produit de contraste injecté et d'expositions aux rayonnements. Enfin, le texte stipule que ce système permet d'effectuer le traitement neuroradiologique sur la même installation.

Q2 : Soit O le point iso-centre.



Q3 : Le torseur des actions mécaniques transmissibles dans la liaison glissière est de la forme :

$$\{ \tau_{0-1} \} = \begin{Bmatrix} X_{0-1} & L_{M,0-1} \\ 0 & M_{M,0-1} \\ Z_{0-1} & N_{M,0-1} \end{Bmatrix}_{(x,y,z)}$$

Sa composante de la résultante sur la direction $\vec{y}$ est nulle.

On néglige les frottements et on applique le théorème de la résultante dynamique au solide indéformable LP (d'après l'énoncé) en projection sur la direction $\vec{y}$:

$$F_a = m_T \frac{dv}{dt} \quad F_a = m_T \frac{dv}{dt}$$

NB : Dans cette partie le LP est supposé être un solide indéformable mais ici en l'occurrence cela ne sert à rien de le considérer comme un seul solide. Il suffit que son champ d'accélération soit uniforme.

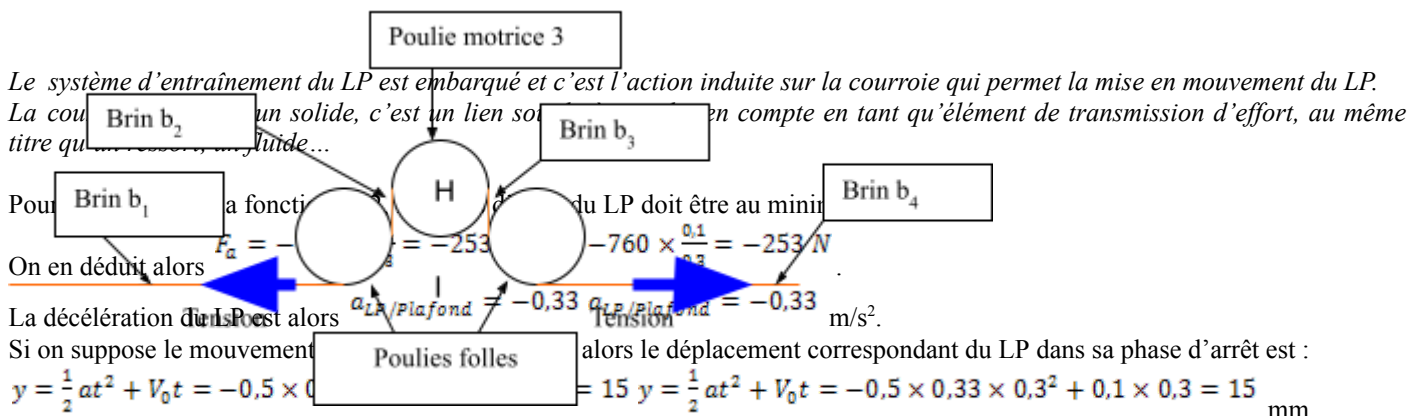
On se place ici dans le cadre d'une analyse fonctionnelle externe. La solution technique n'est pas encore connue. Le LP est constitué des sous-ensembles HF, RP et CA.

La motorisation peut-être embarquée ou non. L'énoncé stipule que $\vec{F}_a$ est la résultante de l'action mécanique exercée par la motorisation sur le LP. Cette définition est un peu maladroite, la motorisation pouvant être incluse dans le LP. De plus, des forces résistives agissent aussi sur le comportement du LP. On aurait donc peut-être dû parler tout simplement de résultante des actions mécaniques agissant sur la direction $\vec{y}$.

Connaissant la solution technique retenue, après isolement du LP, on trouve d'après le schéma de la figure 6 les actions mécaniques exercées par le sous-ensemble 0 dans la liaison glissière et celles en I.

Pour cette dernière, il faudrait prendre en compte seulement les actions des brins b_1 et b_4 (voir ci-dessous), celles induites par les brins b_2 et b_3 étant internes au système. Cela pourrait conduire au modèle proposé qui est constitué par un effort axial F_a avec :

$$F_a = T' - T, \text{ voir } F_a = T' - T + F \text{ en prenant en compte les résistances } F.$$



Le critère 2 de la fonction de service FS3 n'est alors pas satisfait (< 10 mm).

Pour cela, il faut au minimum une décélération de $a = \frac{-v_0^2}{2y} = \frac{-0,1^2}{2 \times 0,01} = -0,5 \text{ m/s}^2$ $a = \frac{-v_0^2}{2y} = \frac{-0,1^2}{2 \times 0,01} = -0,5 \text{ m/s}^2$.

On en déduit alors $F_a = -760 \times 0,5 = -380 \text{ N}$ $F_a = -760 \times 0,5 = -380 \text{ N}$.

Le temps d'arrêt sera alors de $t = -\frac{v_0}{a} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2 \text{ s}$ $t = -\frac{v_0}{a} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2 \text{ s}$.

NB : Avec un délai de 30 ms entre l'émission de l'ordre avec le joystick et l'action effective du limiteur de couple (page 4/8), le déplacement à la vitesse maximale de 0,1 m/s donne un déplacement correspondant de 3 mm. La décélération doit donc être telle que la structure s'arrête sur une distance de $10 - 3 = 7 \text{ mm}$.

On obtient alors $a = \frac{-v_0^2}{2y} = \frac{-0,1^2}{2 \times 0,007} = -0,71 \text{ m/s}^2$ $a = \frac{-v_0^2}{2y} = \frac{-0,1^2}{2 \times 0,007} = -0,71 \text{ m/s}^2$.

La valeur $a = -0,6 \text{ m/s}^2$ donnée dans le texte (page 4/8) semble donc émaner d'autres considérations que celles données dans le texte.

Q4 : Le résultat précédent $F_a = -380 \text{ N}$ $F_a = -380 \text{ N}$ n'est pas compatible avec le critère lié à la fonction de service FS4 ($380 > 200 \text{ N}$).

Il est toutefois mentionné dans le cahier des charges qu'il n'est pas nécessaire d'appliquer ce critère pendant les phases d'accélération et de décélération contrôlées à l'approche de l'iso-centre.

NB : A ce stade de l'étude, les résistances passives ne sont pas encore définies ($F = -72 \text{ N}$) mais le résultat serait de toutes façons supérieur à 200 N.

Q5 : On applique le théorème de la résultante dynamique au solide indéformable LP en projection sur la direction $\vec{y}$:

$$\vec{I}_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y} + F + P_{p \rightarrow 1} = m_T a \quad \vec{I}_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y} + F + P_{p \rightarrow 1} = m_T a$$

Q6 : On isole l'ensemble 3.

Il est soumis à l'action de la courroie, du chariot (liaison pivot) et du limiteur de couple.

On néglige les effets dynamiques, l'action de la pesanteur ainsi que les frottements.

$$\{r_{1 \rightarrow 2}\}_H = \begin{pmatrix} X_{1 \rightarrow 2} & 0 \\ Y_{1 \rightarrow 2} & M_{H,1 \rightarrow 2} \\ Z_{1 \rightarrow 2} & N_{H,1 \rightarrow 2} \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Le torseur des actions mécaniques transmissibles dans la liaison pivot est de la forme :

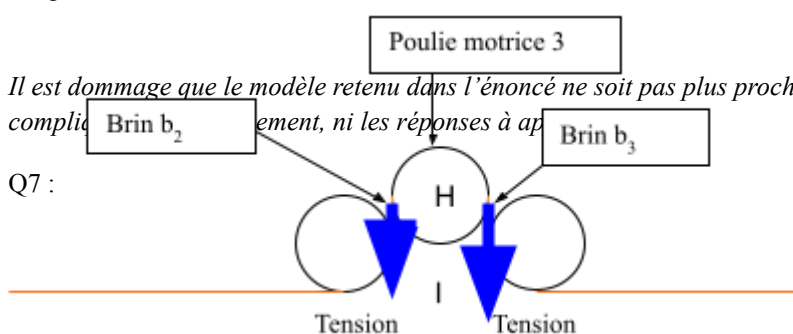
$$\{r_{1 \rightarrow 2}\}_H = \begin{pmatrix} X_{1 \rightarrow 2} & 0 \\ Y_{1 \rightarrow 2} & M_{H,1 \rightarrow 2} \\ Z_{1 \rightarrow 2} & N_{H,1 \rightarrow 2} \end{pmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Sa composante du moment résultant sur l'axe $(H, \vec{x})$ $(H, \vec{x})$ est nulle.

On applique le théorème du moment dynamique en H suivant la direction $\vec{x}$:

$$C + (\vec{I}_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y}) \times R_p = 0 \quad (\vec{I}_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y}) \times R_p = 0 \quad \text{et donc } C = - (\vec{I}_{0 \rightarrow 3} \cdot \vec{y}) \times R_p$$

NB : Si on isole le solide 3, le modèle proposé est caduque. L'énoncé propose $\{r_{2 \rightarrow 3}\}_H = \begin{pmatrix} I_{2 \rightarrow 3} \\ 0 \end{pmatrix}$ $\{r_{2 \rightarrow 3}\}_H = \begin{pmatrix} I_{2 \rightarrow 3} \\ 0 \end{pmatrix}$ pour le torseur des actions mécaniques de la courroie sur la poulie motrice. En H le torseur comprendra une résultante portée par $\vec{z}$ et un moment suivant la direction $\vec{x}$. En aucun cas cette action ne peut être réductible au modèle proposé dans le sujet, il n'y a pas de composante de résultante sur $\vec{y}$.



Il est dommage que le modèle retenu dans l'énoncé ne soit pas plus proche de la solution technique réelle. Cela n'aurait pas compliqué les réponses à apporter.

Q7 :

	Modes	FS n°	Critère n°
0 V	ouvert	3	3
	intermédiaire	4	1
24 V	fermé	3	2
		2	1

Q8 : $\frac{-C}{R_p} + F + P_{p \rightarrow 1} = m_T a$ $\frac{-C}{R_p} + F + P_{p \rightarrow 1} = m_T a$ avec $a = -0,6 \text{ m/s}^2$ et $P_{p \rightarrow 1} = 0$ $P_{p \rightarrow 1} = 0$
On peut alors écrire que $C = (F - m_T a) \times R_p = (-72 + 760 \times 0,6) \times 0,0318 = 12,2$
 $C = (F - m_T a) \times R_p = (-72 + 760 \times 0,6) \times 0,0318 = 12,2$ N.m.

Ceci est conforme quant au couple de 30 N.m transmissible par le limiteur de couple.

NB : En phase d'accélération, le couple serait plus important.

Q9 : $\frac{-C}{R_p} + F + P_{p \rightarrow 1} = m_T a$ $\frac{-C}{R_p} + F + P_{p \rightarrow 1} = m_T a$ avec $a = 0$ et $P_{p \rightarrow 1} = -200$ $P_{p \rightarrow 1} = -200$ N.
On peut alors écrire que $C = (F + P_{p \rightarrow 1}) \times R_p = -(72 + 200) \times 0,0318 = -8,65$
 $C = (F + P_{p \rightarrow 1}) \times R_p = -(72 + 200) \times 0,0318 = -8,65$ N.m.

La tension correspondante est $U = \frac{8,65}{30} \times 24 = 6,9$ $U = \frac{8,65}{30} \times 24 = 6,9$ V.

Q10 : $\vec{V}_{I \in 1/0} = \vec{V}_I = \vec{V}_{I \in 1/3} + \vec{V}_{I \in 3/0} = \vec{V}_{H \in 1/3} + \vec{\Omega}_{1/3} \wedge \vec{HI} = \vec{\Omega}_{3/1} \wedge \vec{IH} = \omega_{3/1} \vec{x} \wedge R_p \vec{z} = -R_p \times \omega_{3/1} \vec{y}$
 $\vec{V}_{I \in 1/0} = \vec{V}_I = \vec{V}_{I \in 1/3} + \vec{V}_{I \in 3/0} = \vec{V}_{H \in 1/3} + \vec{\Omega}_{1/3} \wedge \vec{HI} = \vec{\Omega}_{3/1} \wedge \vec{IH} = \omega_{3/1} \vec{x} \wedge R_p \vec{z} = -R_p \times \omega_{3/1} \vec{y}$

On en déduit : $V = -R_p \times \omega_{3/1} = r \times R_p \times \omega_m$ $V = -R_p \times \omega_{3/1} = r \times R_p \times \omega_m$

Q11 : $2 \times E_{c,LP/0} = 2 \times (E_{c,1/0} + E_{c,2/0} + E_{c,3/0} + E_{c,4/0}) = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)V^2 + J_4 \omega_m^2$
 $2 \times E_{c,LP/0} = 2 \times (E_{c,1/0} + E_{c,2/0} + E_{c,3/0} + E_{c,4/0}) = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)V^2 + J_4 \omega_m^2$
 $E_{c,LP/0} = \frac{1}{2} \times (m_T \times (r \times R_p)^2 + J_4) \omega_m^2$ $E_{c,LP/0} = \frac{1}{2} \times (m_T \times (r \times R_p)^2 + J_4) \omega_m^2$

On en déduit l'inertie équivalente : $J_e = m_T \times (r \times R_p)^2 + J_4$ $J_e = m_T \times (r \times R_p)^2 + J_4$

Q12 : Il s'agit d'un asservissement de vitesse destiné à maîtriser les oscillations et les lois de mouvement imposées à la structure. Pour autant, lorsque l'on est à l'arrêt, et durant l'examen en particulier, il serait mal venu que l'appareil dérive du fait de l'imprécision de la commande, d'où l'obligation d'une précision absolue.

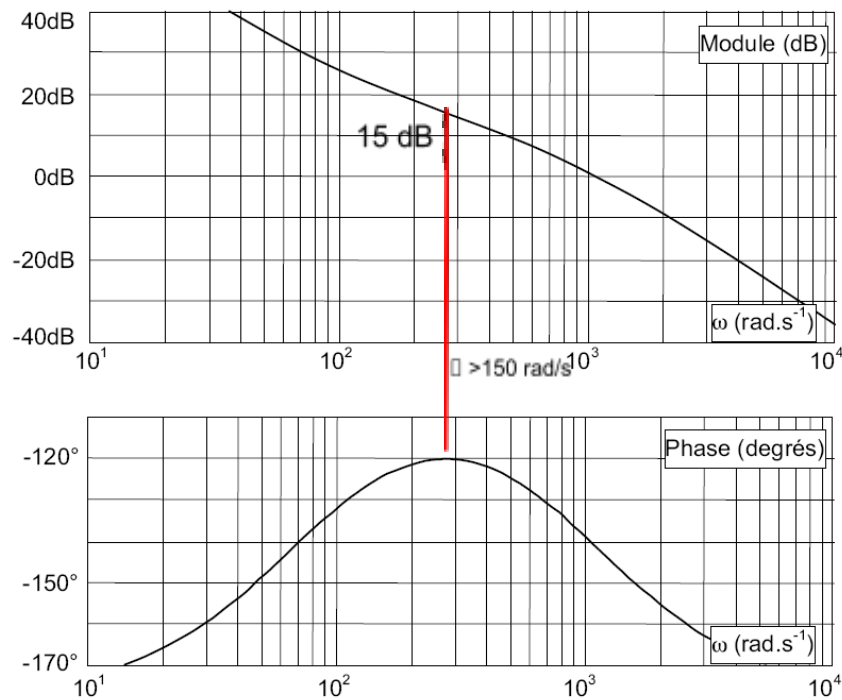
Q13 : Pour une erreur statique nulle, il faut placer au moins une intégration dans la boucle ouverte avant la perturbation additive.

On choisit donc un correcteur de type P.I. $C(p) = K + \frac{K}{0,0133p}$ $C(p) = K + \frac{K}{0,0133p}$

La marge de phase doit être de 60° . On cherche donc à déplacer en translation verticale la courbe de gain pour que lorsque le gain est nul, la phase soit égale à -120° .

On peut alors écrire $20 \log K = -15$ $20 \log K = -15$ et donc $K = 10^{-\frac{15}{20}} = 0,18$ $K = 10^{-\frac{15}{20}} = 0,18$

On vérifie aussi que la pulsation de coupure à 0 dB est supérieure à 150 rad/s (ici de l'ordre de 250 rad/s).



Q14 : On transforme dans le domaine de Laplace l'équation E₁, on suppose toutes les conditions initiales nulles :

$$l_2 m_2 r R_p p^2 \alpha(p) + J_\varepsilon p \omega_m(p) = C_m(p) + r R_p F(p) \quad l_2 m_2 r R_p p^2 \alpha(p) + J_\varepsilon p \omega_m(p) = C_m(p) + r R_p F(p)$$

$$\omega_m(p) = \frac{1}{J_\varepsilon p} (C_m(p) + r R_p F(p) - l_2 m_2 r R_p p^2 \alpha(p)) \quad \omega_m(p) = \frac{1}{J_\varepsilon p} (C_m(p) + r R_p F(p) - l_2 m_2 r R_p p^2 \alpha(p))$$

NB : Au moment de l'émission de la consigne d'arrêt, on a des conditions initiales non nulles puisque par exemple $V_0 = 0,1$ m/s. L'étude sera donc menée autour de points de fonctionnement. L'énoncé ne le précise pas. Il faudrait établir des changements de variable.

De plus, pour que α et sa dérivée aient des conditions initiales nulles, il faut que la demande d'arrêt ne se fasse qu'après un certain laps de temps depuis la dernière variation de consigne et que donc les oscillations se soient stabilisées.

Q15 : On isole l'ensemble 2.

Il est soumis à l'action du chariot 1 (liaison pivot d'axe $A, \vec{x} A, \vec{x}$), de la pesanteur, du ressort de torsion et des frottements visqueux.

On applique le théorème du moment dynamique en A suivant la direction $\vec{x} \vec{x}$:

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} + (\vec{AG}_2 \wedge (-m_2 g \vec{z})).\vec{x} = \vec{\sigma}_{A,2/0}.\vec{x} \quad -k\alpha - f\dot{\alpha} + (\vec{AG}_2 \wedge (-m_2 g \vec{z})).\vec{x} = \vec{\sigma}_{A,2/0}.\vec{x}$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} + (-l_2 \vec{w} \wedge (-m_2 g \vec{z})).\vec{x} = \left[\left(\frac{d\vec{\sigma}_{A,2/0}}{dt} \right)_0 + m_2 \vec{V}_{A/0} \wedge \vec{V}_{G,2/0} \right].\vec{x}$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} + (-l_2 \vec{w} \wedge (-m_2 g \vec{z})).\vec{x} = \left[\left(\frac{d\vec{\sigma}_{A,2/0}}{dt} \right)_0 + m_2 \vec{V}_{A/0} \wedge \vec{V}_{G,2/0} \right].\vec{x}$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = \left(\frac{d\vec{\sigma}_{A,2/0}}{dt} \right)_0 + m_2 (\vec{V}_{A/0} \wedge \vec{V}_{G,2/0}).\vec{x}$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = \left(\frac{d\vec{\sigma}_{A,2/0}}{dt} \right)_0 + m_2 (\vec{V}_{A/0} \wedge \vec{V}_{G,2/0}).\vec{x}$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 (\ddot{y} \cos(\alpha) - \dot{y} \dot{\alpha} \sin(\alpha)) + m_2 (\dot{y} \vec{y} \wedge (\dot{y} \vec{y} + l_2 \dot{\alpha} \vec{v})).\vec{x}$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 (\ddot{y} \cos(\alpha) - \dot{y} \dot{\alpha} \sin(\alpha)) + m_2 (\dot{y} \vec{y} \wedge (\dot{y} \vec{y} + l_2 \dot{\alpha} \vec{v})).\vec{x}$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 (\ddot{y} \cos(\alpha) - \dot{y} \dot{\alpha} \sin(\alpha)) + m_2 l_2 \dot{y} \dot{\alpha} \sin(\alpha)$$

$$-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 (\ddot{y} \cos(\alpha) - \dot{y} \dot{\alpha} \sin(\alpha)) + m_2 l_2 \dot{y} \dot{\alpha} \sin(\alpha)$$

Finalement : $-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 \ddot{y} \cos(\alpha)$ $-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 \ddot{y} \cos(\alpha)$

Si α reste petit alors $\sin(\alpha) \sim \alpha$ $\sin(\alpha) \sim \alpha$ et $\cos(\alpha) \sim 1$ $\cos(\alpha) \sim 1$

On en déduit l'équation E_2 linéarisée : $-(k+m_2 g l_2)\alpha - f\dot{\alpha} = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 \ddot{y}$ $-(k+m_2 g l_2)\alpha - f\dot{\alpha} = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 \ddot{y}$

On transforme dans le domaine de Laplace l'équation E_2 , on suppose toutes les conditions initiales nulles :

$$-(k+m_2 g l_2 + fp + J_2 p^2)\alpha(p) = l_2 m_2 p V(p) \quad -(k+m_2 g l_2 + fp + J_2 p^2)\alpha(p) = l_2 m_2 p V(p)$$

On en déduit alors $-\alpha(p) = \frac{l_2 m_2 p}{k+m_2 g l_2 + fp + J_2 p^2} V(p)$ $-\alpha(p) = \frac{l_2 m_2 p}{k+m_2 g l_2 + fp + J_2 p^2} V(p)$

NB :
 ○ Erreur dans le sujet $\overrightarrow{\sigma_{G,2/0}} \cdot \vec{x} = (J_2 - m_2 l_2^2) \dot{\alpha}$ $\overrightarrow{\sigma_{G,2/0}} \cdot \vec{x} = (J_2 - m_2 l_2^2) \dot{\alpha}$ et non $\overrightarrow{\sigma_{G,2/0}} \cdot \vec{x} = (J_2 + m_2 l_2^2) \dot{\alpha}$
 $\overrightarrow{\sigma_{G,2/0}} \cdot \vec{x} = (J_2 + m_2 l_2^2) \dot{\alpha}$

Du coup selon la méthode utilisée pour déterminer $\overrightarrow{\delta_{A,2/0}} \cdot \vec{x}$ $\overrightarrow{\delta_{A,2/0}} \cdot \vec{x}$, le résultat peut être faux.

○ Autre méthode pour le calcul de $\overrightarrow{\delta_{A,2/0}} \cdot \vec{x}$ $\overrightarrow{\delta_{A,2/0}} \cdot \vec{x}$:

$$\overrightarrow{\delta_{A,2/0}} \cdot \vec{x} = (\overrightarrow{\delta_{G,2/0}} + \overrightarrow{AG} \wedge m_2 \overrightarrow{r_{G,2/0}}) \cdot \vec{x} = \left(\frac{d\overrightarrow{\sigma_{G,2/0}} \cdot \vec{x}}{dt} \right)_0 - [l_2 \vec{w} \wedge m_2 (\ddot{y} \vec{y} + l_2 \ddot{\alpha} \vec{v} + l_2 \dot{\alpha}^2 \vec{w})] \cdot \vec{x}$$

$$\overrightarrow{\delta_{A,2/0}} \cdot \vec{x} = (J_2 - m_2 l_2^2) \ddot{\alpha} + m_2 l_2 \ddot{y} \cos(\alpha) + m_2 l_2^2 \ddot{\alpha} = J_2 \ddot{\alpha} + m_2 l_2 \ddot{y} \cos(\alpha)$$

$$\overrightarrow{\delta_{A,2/0}} \cdot \vec{x} = (J_2 - m_2 l_2^2) \ddot{\alpha} + m_2 l_2 \ddot{y} \cos(\alpha) + m_2 l_2^2 \ddot{\alpha} = J_2 \ddot{\alpha} + m_2 l_2 \ddot{y} \cos(\alpha)$$

○ Recherche de l'équation E_1 :

On applique le théorème de l'énergie cinétique au système $S=1+2+3+4$.

Nous ne disposons d'aucun élément de données pour prendre en compte la puissance dissipée dans le système roue 3 / vis sans fin 4. Celle dissipée par le système poulies / courroie ne peut non plus être prise en compte car la résistance au mouvement F ne semble concerner que les frottements au niveau du guidage en translation de 1/0 (page 4/8) ou alors elle est mal définie par le texte.

Bilan des puissances extérieures et intérieures :

$$P_{\text{ext} \rightarrow S/0} = -m_2 g \vec{z} \cdot \overrightarrow{V_{G,2/0}} + F \vec{y} \cdot \overrightarrow{V_{M \in 1/0}} = -m_2 g l_2 \dot{\alpha} \sin(\alpha) + Fr R_p \omega_m$$

$$P_{\text{ext} \rightarrow S/0} = -m_2 g \vec{z} \cdot \overrightarrow{V_{G,2/0}} + F \vec{y} \cdot \overrightarrow{V_{M \in 1/0}} = -m_2 g l_2 \dot{\alpha} \sin(\alpha) + Fr R_p \omega_m$$

$$P_{\text{int}(S)} = C_m \omega_m - (k\alpha + f\dot{\alpha}) \dot{\alpha} \quad P_{\text{int}(S)} = C_m \omega_m - (k\alpha + f\dot{\alpha}) \dot{\alpha}$$

Et donc $P = P_{\text{ext} \rightarrow S/0} + P_{\text{int}(S)} = -m_2 g l_2 \dot{\alpha} \sin(\alpha) + C_m \omega_m + Fr R_p \omega_m - (k\alpha + f\dot{\alpha}) \dot{\alpha}$

$$P = P_{\text{ext} \rightarrow S/0} + P_{\text{int}(S)} = -m_2 g l_2 \dot{\alpha} \sin(\alpha) + C_m \omega_m + Fr R_p \omega_m - (k\alpha + f\dot{\alpha}) \dot{\alpha}$$

Energie cinétique de l'ensemble S dans son mouvement par rapport à 0 :

$$E_{cS/0} = \frac{1}{2} [m_2 (\overrightarrow{V_{G,2/0}})^2 + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \cdot \overrightarrow{I_{G,2}} (\overrightarrow{\Omega_{2/0}})] + \frac{1}{2} (m_1 + m_3 + m_4) \dot{y}^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_m^2$$

$$E_{cS/0} = \frac{1}{2} [m_2 (\overrightarrow{V_{G,2/0}})^2 + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \cdot \overrightarrow{I_{G,2}} (\overrightarrow{\Omega_{2/0}})] + \frac{1}{2} (m_1 + m_3 + m_4) \dot{y}^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_m^2$$

$$E_{cS/0} = \frac{1}{2} [m_2 (\dot{y}^2 + (l_2 \dot{\alpha})^2 + 2 \dot{y} \dot{\alpha} l_2 \cos(\alpha)) + (J_2 - m_2 l_2^2) \dot{\alpha}^2] + \frac{1}{2} (m_1 + m_3 + m_4) \dot{y}^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_m^2$$

$$E_{cS/0} = \frac{1}{2} [m_2 (\dot{y}^2 + (l_2 \dot{\alpha})^2 + 2 \dot{y} \dot{\alpha} l_2 \cos(\alpha)) + (J_2 - m_2 l_2^2) \dot{\alpha}^2] + \frac{1}{2} (m_1 + m_3 + m_4) \dot{y}^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_m^2$$

$$E_{cs/0} = \frac{1}{2} \left[\left(m_T (rR_p)^2 + J_4 \right) \omega_m^2 + J_2 \dot{\alpha}^2 \right] + m_2 l_2 r R_p \omega_m \dot{\alpha} \cos(\alpha)$$

$$E_{cs/0} = \frac{1}{2} \left[\left(m_T (rR_p)^2 + J_4 \right) \omega_m^2 + J_2 \dot{\alpha}^2 \right] + m_2 l_2 r R_p \omega_m \dot{\alpha} \cos(\alpha)$$

$$P = \left[\frac{dE_{cs/0}}{dt} \right]_0 \quad P = \left[\frac{dE_{cs/0}}{dt} \right]_0 \text{ et donc } -m_2 g l_2 \dot{\alpha} \sin(\alpha) + C_m \omega_m + Fr R_p \omega_m - (k\alpha + f\dot{\alpha})\dot{\alpha} \\ - m_2 g l_2 \dot{\alpha} \sin(\alpha) + C_m \omega_m + Fr R_p \omega_m - (k\alpha + f\dot{\alpha})\dot{\alpha} \\ = J_s \omega_m \dot{\omega}_m + J_2 \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + m_2 l_2 r R_p (\omega_m \dot{\alpha} \cos(\alpha) + \omega_m \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \omega_m \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha)) \\ J_s \omega_m \dot{\omega}_m + J_2 \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + m_2 l_2 r R_p (\omega_m \dot{\alpha} \cos(\alpha) + \omega_m \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \omega_m \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha))$$

L'équation E_2 nous donne de plus : $-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 \ddot{y} \cos(\alpha)$
 $-k\alpha - f\dot{\alpha} - m_2 g l_2 \sin(\alpha) = J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 \ddot{y} \cos(\alpha)$

$$C_m \omega_m + Fr R_p \omega_m + (J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 r R_p \dot{\omega}_m \cos(\alpha)) \dot{\alpha} = C_m \omega_m + Fr R_p \omega_m + (J_2 \ddot{\alpha} + l_2 m_2 r R_p \dot{\omega}_m \cos(\alpha)) \dot{\alpha} = \\ J_s \omega_m \dot{\omega}_m + J_2 \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + m_2 l_2 r R_p (\omega_m \dot{\alpha} \cos(\alpha) + \omega_m \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \omega_m \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha)) \\ J_s \omega_m \dot{\omega}_m + J_2 \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + m_2 l_2 r R_p (\omega_m \dot{\alpha} \cos(\alpha) + \omega_m \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \omega_m \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha))$$

On en déduit que : $C_m \omega_m + Fr R_p \omega_m = J_s \omega_m \dot{\omega}_m + m_2 l_2 r R_p (\omega_m \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \omega_m \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha))$
 $J_s \omega_m \dot{\omega}_m + m_2 l_2 r R_p (\omega_m \ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \omega_m \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha))$

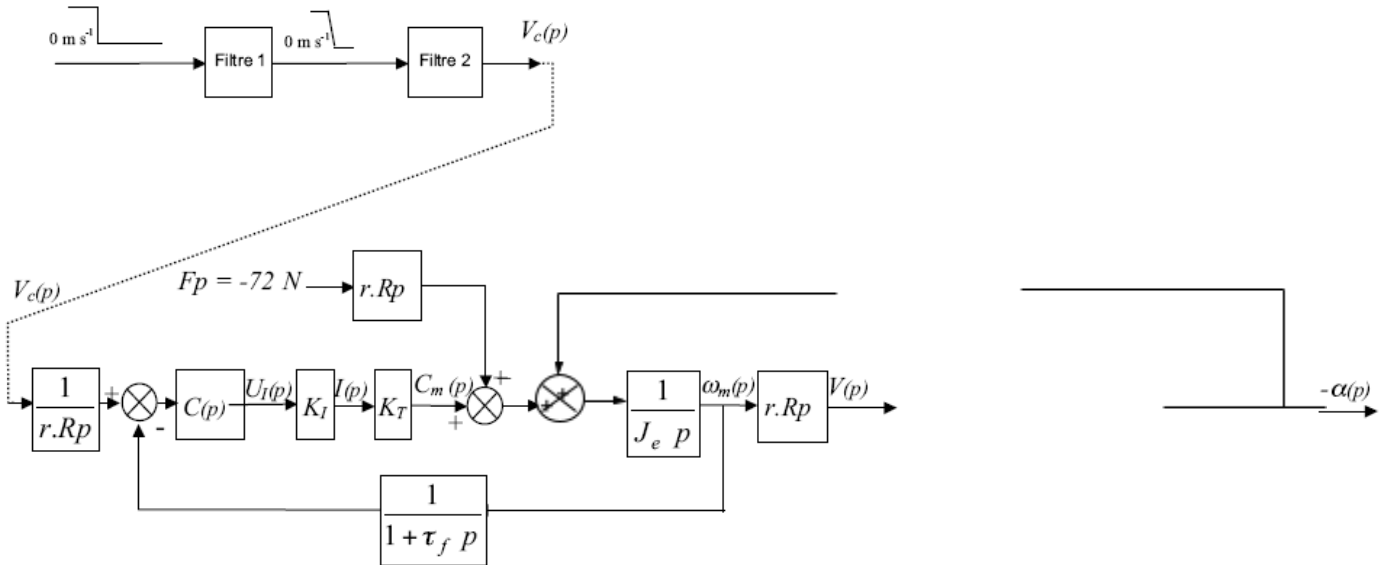
Puis finalement : $C_m + Fr R_p = J_s \dot{\omega}_m + m_2 l_2 r R_p (\ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha))$ $J_s \dot{\omega}_m + m_2 l_2 r R_p (\ddot{\alpha} \cos(\alpha) - \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha))$

Pour de petits angles α , $C_m + Fr R_p = J_s \dot{\omega}_m + m_2 l_2 r R_p (\ddot{\alpha} - \dot{\alpha}^2 \alpha)$ $J_s \dot{\omega}_m + m_2 l_2 r R_p (\ddot{\alpha} - \dot{\alpha}^2 \alpha)$

Il semblerait donc que dans l'équation E_1 donnée dans le sujet, le terme non linéaire « $-m_2 l_2 r R_p \dot{\alpha}^2 \alpha - m_2 l_2 r R_p \dot{\alpha}^2 \alpha$ » ait été négligé.

Le passage dans le domaine de Laplace n'est possible qu'en négligeant le terme $(\dot{\alpha}^2 \alpha)$ devant l'autre grandeur $(\ddot{\alpha})$.

On aboutit donc au schéma-blocs suivant :



NB : Ce schéma-blocs n'est valable que pour des conditions initiales nulles, ce qui n'est pas le cas dans notre étude avec la définition des différentes fonctions.

Q16 : $y_{lc}(t) = -0,1 \times \lambda \times \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \omega_0 \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t)$ $y_{lc}(t) = -0,1 \times \lambda \times \frac{e^{-\xi \omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \omega_0 \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t)$

Les temps de dépassement t_k sont donnés par $\frac{dy_{lc}}{dt} = 0$ $\frac{dy_{lc}}{dt} = 0$

$$\frac{d[e^{-\xi \omega_0 t} \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t)]}{dt} = 0 \quad \frac{d[e^{-\xi \omega_0 t} \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t)]}{dt} = 0 \quad \text{et donc}$$

$$-\xi \omega_0 e^{-\xi \omega_0 t_k} \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) + \omega_0 \sqrt{1-\xi^2} \times e^{-\xi \omega_0 t_k} \times \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) = 0$$

$$-\xi \omega_0 e^{-\xi \omega_0 t_k} \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) + \omega_0 \sqrt{1-\xi^2} \times e^{-\xi \omega_0 t_k} \times \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) = 0$$

$$-\xi \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) + \sqrt{1-\xi^2} \times \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) = 0 \quad -\xi \times \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) + \sqrt{1-\xi^2} \times \cos(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) = 0$$

$$\tan(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \quad \tan(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t_k) = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

Le premier extremum est donné pour $t_1 = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$ $t_1 = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$

Le troisième extremum est donné pour $t_3 = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} \times \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]$ $t_3 = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}} \times \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]$

$$D_1 = -0,1 \times \lambda \times \frac{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \omega_0 \times \sin\left(\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)$$

Le premier dépassement est donc

$$D_1 = -0,1 \times \lambda \times \frac{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \omega_0 \times \sin\left(\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)$$

$$D_1 = -0,1 \times \lambda \times \omega_0 \times e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)} \quad D_1 = -0,1 \times \lambda \times \omega_0 \times e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}$$

Le troisième dépassement est donc

$$D_3 = -0,1 \times \lambda \times \frac{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]}}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \omega_0 \times \sin\left(\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi\right)$$

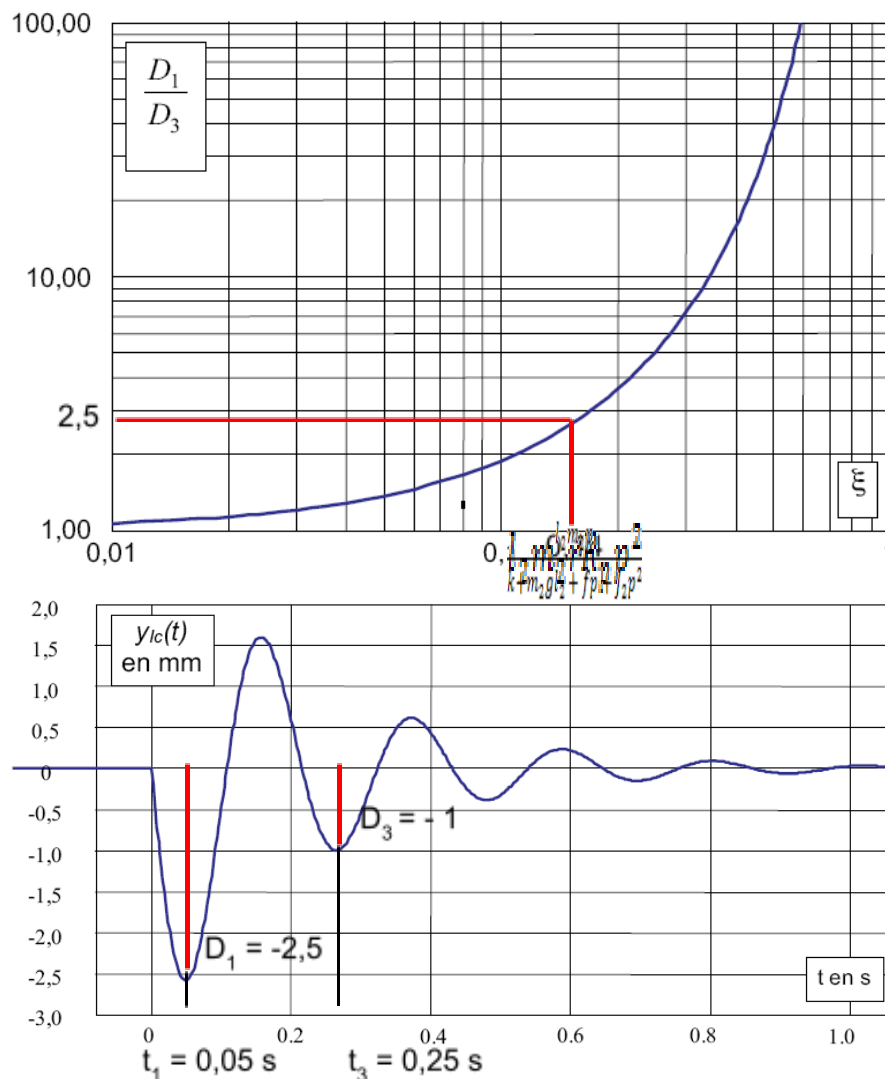
$$D_3 = -0,1 \times \lambda \times \frac{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]}}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \omega_0 \times \sin\left(\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi\right)$$

$$D_3 = -0,1 \times \lambda \times \omega_0 \times e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]} \quad D_3 = -0,1 \times \lambda \times \omega_0 \times e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]}$$

$$\frac{D_1}{D_3} = \frac{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}}{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]}} = e^{\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad \frac{D_1}{D_3} = \frac{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}}{e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi \right]}} = e^{\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

On en déduit enfin , fonction qui ne dépend que de ξ .

Pour $\frac{D_1}{D_3} = 2,5$, on obtient $\xi=0,14$.



Pour le calcul de ω_0 :

Le temps du 1^{er} premier extremum donne $\omega_0 = \frac{1}{t_1\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) = 29$ $\omega_0 = \frac{1}{t_1\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) = 29$ rad/s.

Le temps du 3^{ème} premier extremum donne $\omega_0 = \frac{1}{t_3\sqrt{1-\xi^2}} \times \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi\right] = 31$

$\omega_0 = \frac{1}{t_3\sqrt{1-\xi^2}} \times \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi\right] = 31$ rad/s.

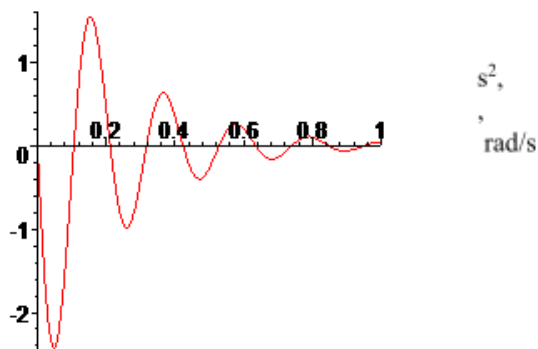
On prendra donc $\omega_0 = 30$ rad/s.

Pour le calcul de λ :

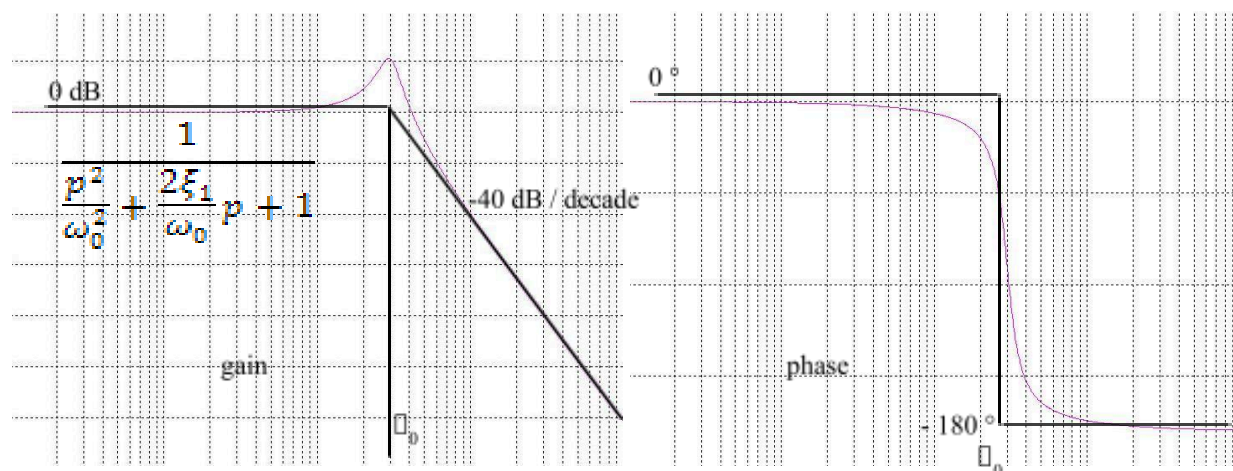
$$\lambda = -\frac{10 \times D_1}{\omega_0} \times e^{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)} = 10^{-3} \quad \lambda = -\frac{10 \times D_1}{\omega_0} \times e^{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)} = 10^{-3} \text{ s}^2 \text{ ou}$$

$$\lambda = -\frac{10 \times D_3}{\omega_0} \times e^{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi\right]} = 10^{-3} \quad \lambda = -\frac{10 \times D_3}{\omega_0} \times e^{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \times \left[\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) + 2\pi\right]} = 10^{-3} \text{ s}^2.$$

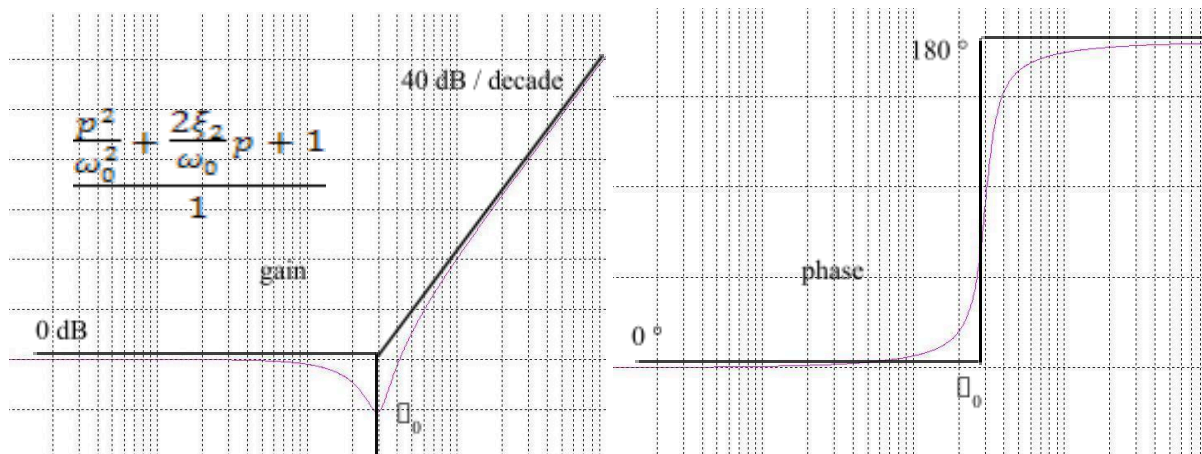
NB : Le tracé de la fonction ainsi identifiée est le suivant (y_{ic} y_{ic} en mm) :



Q17 : On prend ici $\xi_1 = \xi = 0,15$.



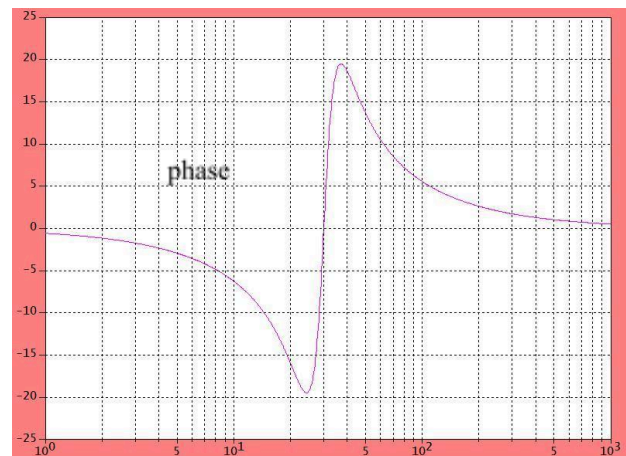
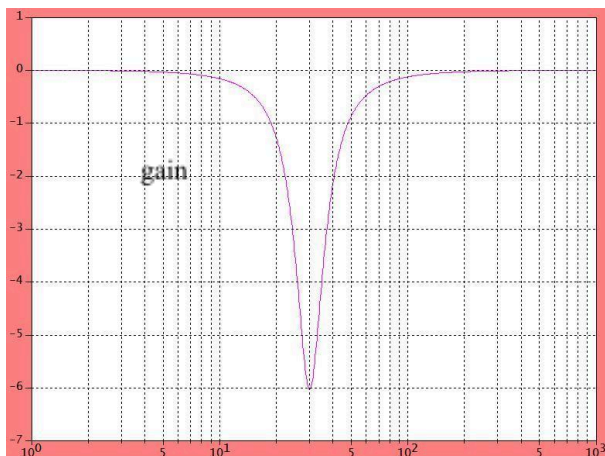
Q18 : On prend ici $\xi_2 = \xi = 0,15$.



Q19 : Pour rejeter ω_0 , il faut que le gain soit négatif pour cette pulsation.

On remarque que $G_{dB}(\omega_0) = 20 \times \log\left(\frac{\xi_2}{\xi_1}\right)$. Il faut donc que $\xi_1 > \xi_2$.

Diagramme de Bode du filtre $\frac{p^2 + \frac{2\xi_2}{\omega_0}p + 1}{p^2 + \frac{2\xi_1}{\omega_0}p + 1}$, avec $\omega_0 = 30$ rad/s, $\xi_2 = 0,15$ et $\xi_1 = 0,3$:



Le signal de consigne sera filtré aux alentours de la pulsation ω_0 . Par contre, il sera déphasé pour des pulsations avoisinant ω_0 . Aux basses et hautes fréquences, le signal n'est pas filtré et pas déphasé.

Q20 : Si ξ_1 est trop proche de ξ_2 , alors le signal risque de ne pas être suffisamment filtré.

Si ξ_1 est éloigné de ξ_2 , alors le déphasage aux alentours de ω_0 risque d'être trop grand, la sécurité du patient peut alors ne pas être respectée.

Enfin, si ξ_1 devient grand, le temps de réponse augmentant, on risque de dépasser la distance d'arrêt exigée par le cahier des charges (< 10 mm).

Q21 : Le couple moteur est limité par le limiteur de couple à $30 \text{ N.m} / 50 = 0,6 \text{ N.m}$.

NB :

- L'intensité moteur peut aussi être limitée à une valeur maximale afin de protéger le moteur en cas de dysfonctionnement du limiteur de couple. Normalement cette limite n'est pas atteinte.

- On peut noter que la saturation du couple moteur par le limiteur de couple limite aussi les oscillations au début de la phase transitoire.

Q22 :

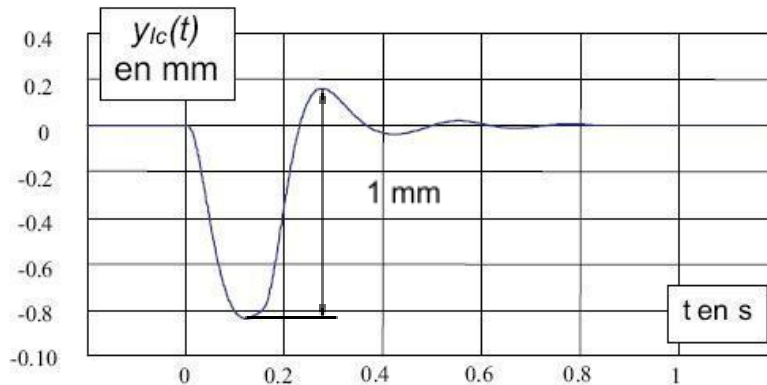


figure R6

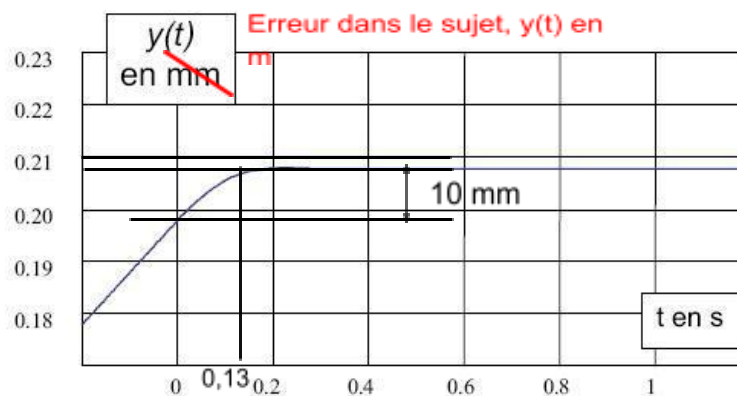


figure R8

FS2, critère N°1 : d'après la figure R8, le cahier des charges est respecté car le temps de réponse est inférieur à 0,3 s (de l'ordre de 0,13 s), même avec la prise en compte du délai de 30 ms concernant l'action du limiteur de couple.

FS2, critère N°2 : sur la figure R6, l'amplitude des oscillations est inférieure à 1 mm d'un extrêmu à l'autre. Après une seconde, il n'y a quasiment plus d'oscillations.

FS3, critère N°2 : sur la figure R8, on mesure un déplacement de 10 mm suite à l'émission de la consigne d'arrêt. Le cahier des charges est donc respecté.

FS3, critère N°3 : pour dégager la structure en cas de panne de courant, le limiteur de couple n'est plus actionné, l'effort exercé doit principalement permettre de vaincre les frottements, c'est-à-dire 72 N. Cette valeur est nettement en deçà des 200 N exigés, le cahier des charges est donc respecté.

NB : Il existe peut-être des « résistances » supplémentaires au niveau des systèmes poulies courroies si elles ne sont pas incluses dans les 72 N. De toute façon, on est loin de la valeur limite de 200 N.

	Critère (N°)	N° de figure relative à ce critère	Valeur et/ou commentaire permettant de valider le critère
FS2	1		
FS2	2		
FS3	2		
FS3	3	XXXXXXXXXX	
FS4	4	XXXXXXXXXX	

Erreur dans le sujet, il n'y a pas de critère N°4 pour FS4

FS4, critère N°1 : pour ne pas avoir un effort supérieur à 200 N au cours du déplacement de la structure, le limiteur de couple doit être alimenté avec une tension de 6,9 V d'après la réponse à la question 9. Le critère du cahier des charges est alors validé.