

荷姆霍茲線圈 Helmholtz Coil

1、目的：

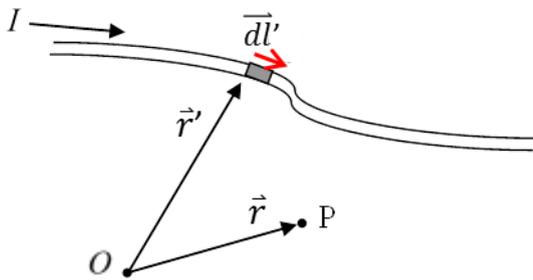
物理方面，利用霍爾探針測量荷姆霍茲線圈中的磁場強度隨位置的變化，定量分析電流產生之磁場。技能方面，學習透過Arduino開發板與程式，使用霍爾IC以及超音波測距感測器做實驗。

2、原理：

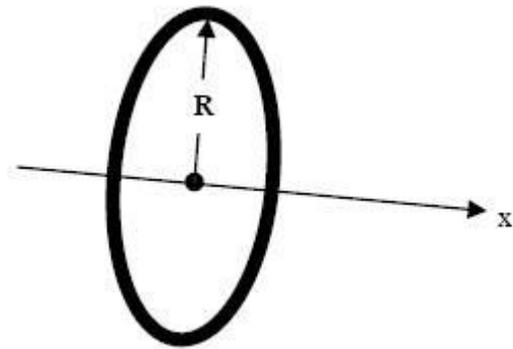
畢歐沙伐定律(Biot-Savart law)描述一電流 I 產生的磁場。參考圖一，當一導線承載電流 I ，此電流在空間中任一點(P點)所產生的磁場可寫成

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (1)$$

其中，真空磁導率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (N/A}^2\text{)}$ ， $d\vec{l}$ 為導線沿電流方向上的微小位移， \vec{r}' 為 $d\vec{l}$ 在空間中之位置向量， \vec{r} 為 P 點在空間中之位置向量。



圖一、畢歐沙伐定律示意圖。



圖二、圓形迴路示意圖。

若承載電流 I 的導線為一圓形迴路，如圖二，由於電流分佈的圓形對稱，迴路中心軸線(x軸)上任一點的磁場很容易由(1)式積分得到

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

其中， R 為圓形線圈半徑， x 為軸線上 P 點到線圈中心的距離。根據外積運

算規則可判斷磁場 \vec{B} 是往 $+x$ 或 $-x$ 方向。

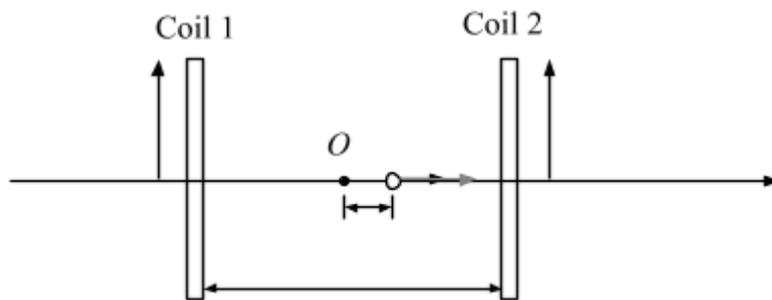
若考慮一 N 匝圓形迴路線圈，其中心線上任一點的磁場可根據(2)式推得

$$B(x) = \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

對於兩個相距間隔為 d ，半徑為 R 的 N 匝圓形迴路線圈，設兩者中間點為原點 O ($x=0$)，如圖三。其中心軸線(x 軸)上任一點的磁場可依(3)式疊加兩迴路線圈的貢獻求得

$$\begin{aligned} B(x) &= B_1 + B_2 = B\left(\frac{d}{2} + x\right) + B\left(-\frac{d}{2} + x\right) \\ &= \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{R^2}{\left(R^2 + \left(\frac{d}{2} + x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{R^2}{\left(R^2 + \left(-\frac{d}{2} + x\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (4)$$

其中， x 為磁場觀察處(P點)距離兩線圈中心的距離； d 為兩線圈的中心距離。



R
 R
 B_2
 B_1
 x
 x
 d

圖三、荷姆霍茲線圈示意圖。

根據(4)式，當兩線圈分開的距離 d 等於線圈半徑 R ，兩線圈之間的中心點位置(即 $x=0$ 處)之磁場大小為

$$B(0) = 2 \times \frac{\mu_0 NI}{2} \frac{R^2}{\left(R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{8\mu_0 NI}{\sqrt{125} R} \quad (5)$$

3、 儀器：

荷姆霍茲線圈(匝數 N 及半徑 R 請見線圈上之標示)、量測系統 [Arduino開發板、霍爾IC、超音波測距感測器]、電腦、電源供應器、三用電錶。

4、 步驟：

(1) 單一線圈實驗：

1. 將單一線圈放上基座，用電線將線圈的兩端分別連接電源供應器的正極、負極。注意：連接時要先將電源供應器的電壓、電流輸出調到零。
2. 將量測系統 (Arduino開發板) 透過USB線連接到電腦。在電腦上開啟 Gauss.exe 儀錶程式(程式通常放在桌面上Gauss資料夾中)。開啟後會出現儀錶畫面，於儀錶面板中(STOP按鍵附近)選擇此Arduino開發板的**序列埠**(通常為COM3、COM4或COM5)，執行儀錶程式(點選左上角白色箭頭 ⇨)，測試是否能讀取到數據。若位置與磁場訊號一直呈現0，可能是**序列埠**未選正確。

註：Arduino程式與實驗裝置應該都已設置完成，無需重新上傳Arduino 程式。若要多了解如何使用Arduino開發板、霍爾IC、超音波測距感測器作為量測系統，架設方式可參考網頁上的附件：[Sonar Gauss XY操作說明.pdf](#)。其所使用的Arduino程式([Sonar Gauss XY.ino](#))與讀取數值到電腦的LabVIEW程式([Gauss.exe](#))，可於課程網頁下載。

3. 使單線圈與放置桌面上不動的超音波接收器相距約40公分。線圈上的電流設為0安培。將霍爾IC放置於線圈中心，並在Gauss.exe程式中將磁場值與超音波的位置值歸零(zeroing)。使霍爾IC沿著線圈對稱軸移動，觀察超音波感測器測得的數值是否正常改變。

註：本實驗使用2組超音波感測器(HC-SR04)，以面對面發射-接收訊號的方式測量距離。其中一組SR04與霍爾IC一起固定在麵包板上，用以發射超音波訊號；另一組SR04放置桌面上不動，用以接收超音波訊號。

4. 慢慢調高電源供應器的輸出，使線圈上的電流為1.0安培。使霍爾IC沿著線圈對稱軸慢慢來回移動，同時由Gauss.exe程式讀取紀錄磁場 B 對移動距離 x 的數據，得到 $B(x)$ 曲線。

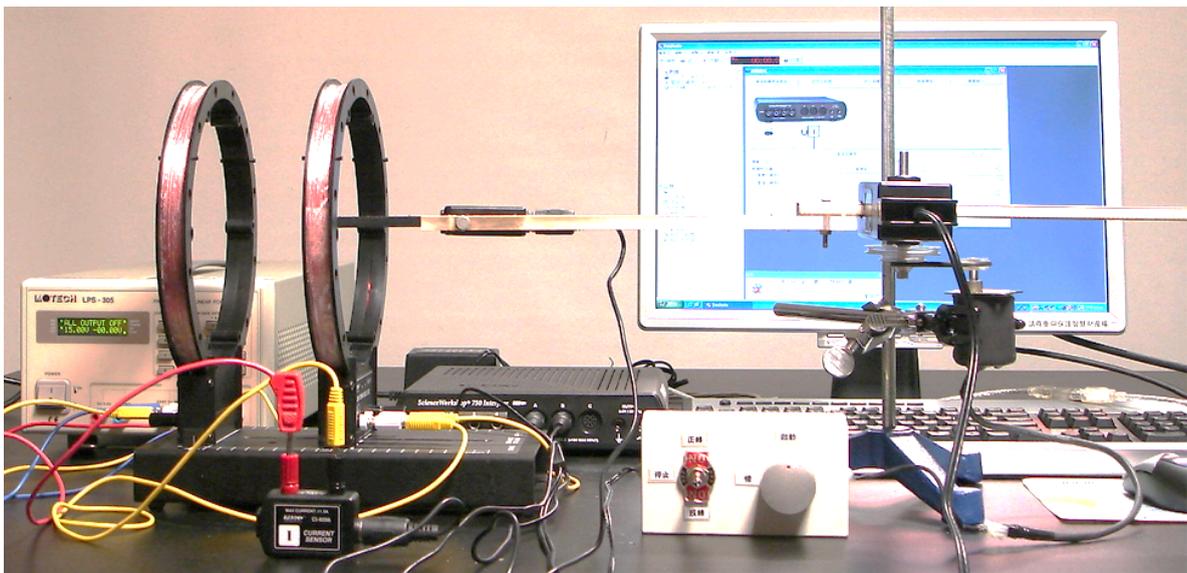
註：移動時要讓霍爾IC沿著線圈的對稱軸移動。

5. 可點Gauss.exe程式中的匯出功能按鍵(Export Data to Excel)，將數據匯出。或是用 $B(x)$ 圖下方的放大鏡功能，選取想匯出的數據後，在圖上按滑鼠右鍵，選擇匯出(Export)。亦可點清除曲線(Clear Curve)功能，消除之前的數據曲線。

6. 比較量得的磁場最大值與公式(3)之計算結果 $B(0) = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ 是否吻合。註：線圈上有標示匝數 N 與線圈半徑 R 。

(2) 雙線圈實驗：

1. 在基座上多加一個線圈，如圖四。讓兩線圈距離等於線圈半徑 R 。以電線串聯兩線圈，使通過的電流於線圈中產生同方向的磁場。
2. 類似實驗(一)，量測軸心沿線各處的磁場 B 對位置 x 的變化曲線。
3. 改變線圈距離，重複步驟2。得到不同線圈間距下的磁場變化曲線。
4. 改變線圈串聯方式，使通過的電流於線圈中產生反方向的磁場。讓兩線圈距離等於線圈半徑 R ，觀察此時的磁場對位置的變化曲線。
5. (自選) 將2、3、4所得的曲線，與利用公式(4)計算所得的曲線比較。



圖四、實驗裝置圖(舊版儀器架設)。圖中的量測系統為科學工作介面750、移動棒、霍爾探針、轉動感應器。新版已使用霍爾IC與超音波測距取代以上量測系統。可參考Arduino程式與裝置說明。

5、 問題(自選)：

1. 利用公式(3)計算磁場對位置的變化曲線 $B(x)$ 。與你在步驟(一)之5得到的 $B(x)$ 數據比較，結果有甚麼差異？可能的誤差來自何處？
2. 你在實驗(二)中所得的磁場曲線中，哪一個條件可以得到最大範圍的均勻磁場？

Revised by SD Tzeng, 2025/03/17