

Câu 48. [2D3-2.1-4] (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu

giá trị nguyên dương n thỏa mãn $\int_0^2 (1 - n^2 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1}) dx = -2$?

A. 1 .

B. 2 .

C. 0 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int_0^2 (1 - n^2 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + nx^{n-1}) dx = -2 \Leftrightarrow \left(x - n^2x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n \right) \Big|_0^2 = -2$

$$\Leftrightarrow 2 - 2n^2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^n = -2 \Leftrightarrow 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = n^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2^n - 1 = n^2 + 1 \Leftrightarrow 2^n - n^2 - 2 = 0 .$$

Thử với các giá trị $n \in \{1; 2; 3; 4\}$ đều không thỏa mãn.

Với $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 5$ ta chứng minh $2^n > n^2 + 2$ ⁽¹⁾. Dễ thấy $n = 5$ thì ⁽¹⁾ đúng.

Giả sử ⁽¹⁾ đúng với $n = k$ với $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 5$. Khi đó $2^k > k^2 + 2$.

Khi đó: $2^{k+1} > 2(k^2 + 2) = k^2 + k^2 + 2 + 2 > k^2 + 2k + 1 + 2 = (k+1)^2 + 2$.

Do đó ⁽¹⁾ đúng với $n = k + 1$. Theo nguyên lý quy nạp thì ⁽¹⁾ đúng.

Vậy không tồn tại số nguyên n .