LIVRO 3 - EJA MUNDO DO TRABALHO
RESUMO e EXERCÍCIOS - 2ª AVALIAÇÃO - (P6)

Tema: Análise combinatória

A análise combinatória possibilita, por meio de princípios de contagem, permutação, arranjo e combinação, lidar com problemas de contagem e disposição de objetos ou elementos (seja ordenada, seja desordenada).

Principio de contagem ou principio multiplicativo

O principio fundamental da contagem ou princípio multiplicativo, é um método utilizado para determinar a quantidade de maneiras diferentes de realizar uma tarefa ou evento composto de sequência de etapas ou escolhas.

Esse método sugere que, se houver “n” maneiras de realizar a primeira etapa de um evento e “m” maneiras de realizar a segunda etapa, então o número total de maneiras de realizar o evento como um todo é o produto de n e m. Isso se baseia na premissa de que as escolhas em etapas diferentes são independentes uma das outras.

Exemplo - Maria vai sair com suas amigas e, para escolher a roupa que usará, separou 6 camisetas, 4 saias e 2 sapatos. Vejamos de quantas maneiras ela pode se arrumar:

Em vez de ficar desenhando e contando as possibilidades, usando o Princípio Multiplicativo, basta fazer uma multiplicação.

6 x 4 x 2 = 48 possibilidades

Camiseta saias sapatos

Resumo: Combinatória ou Princípio fundamental da contagem é uma ferramenta para calcular acontecimentos que ocorrem por várias etapas sucessivas e independentes, podemos indica-lo por meio do produto entre cada etapa, ou seja: **p1. p2. p3**

Onde, p1 é o número de possibilidades na 1ª etapa, p2 da 2ª etapa, p3 da 3ª etapa.

Exemplo - Numa lanchonete, é possível montar o próprio sanduíche combinando 3 tipos de pão, 4 tipos de recheio e 5 tipos de molho. Quantos sanduíches diferentes podem ser montados? 3 . 4 . 5 = 60 sanduíches

Exemplo - O segredo de um cadeado é formado pelos números de 0 a 9, que estão em cada um de seus 3 discos. Determine o total de combinações possíveis?

Como cada disco do cadeado permite 10 alternativas de escolha, pelo princípio fundamental da contagem, existem 10 x 10 x 10 = 1000 combinações

Exercício 1 - Marta tem 5 saias, 6 blusas e 4 pares de sapatos. De quantos modos diferentes ela pode se vestir combinando saia, blusa e sapatos?

Tema: Fatorial de um número

Em análise combinatória, frequentemente encontramos situações envolvendo a multiplicação de números naturais consecutivos.

O fatorial de um número é uma notação que representa essa multiplicação de maneira simplificada e é definida pela seguinte relação: n! = n.(n-1).(n-2)......1

Muitas vezes precisamos fazer uma multiplicação do tipo: 4 . 3 . 2 . 1 = 24
ou 8 . 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 40 320 etc.

Esse tipo de multiplicação em que se começa por um valor e cada fator vai diminuindo de um até chegar ao fator 1, é chamado **fatorial** e é representado por **n!** (leia-se “ene fatorial”), onde n representa qualquer número natural. Desta forma podemos ter:

0**!** = 1 (por definição)

1**!** = 1

2**!** = 2 . 1 = 2

5**!** = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120

6**!** = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720

Exercício 2 - Calcule os fatoriais:

a) $7! =$ Resp.:5040 b) $\frac{5!}{4!} =$ Resp.:5 c) $\frac{15!}{13!} =$ Resp.:210

Tema: Permutação

Permutar significa embaralhar objetos ou mudá-los de posição. Muitas vezes encontramos problemas em que precisamos saber de quantas maneiras podemos arrumar, por exemplo, um conjunto de elementos numa prateleira.

Para isso, precisamos ir trocando de lugar elementos pois, mudando a ordem, vamos formando sequências diferentes.

Neste caso estamos fazendo permutações, sem repetição, usando todos os elementos do grupo.

Exemplo - De quantas maneiras podemos arrumar 3 livros diferentes (História, Geografia, Matemática) numa prateleira?

H, G, M ; H, M, G ; G, H, M ; G, M, H ; M, H, G ; M, G, H (6 maneiras)

3! = 3 . 2 . 1 = 6 (basta calcular as permutações possíveis).

Exemplo – De quantos modos podemos arrumar 7 pessoas numa fila indiana?

7! = 7 . 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 5040 modos.

Um exemplo de permutação são os **anagramas,** palavras ou frases formadas pela reorganização de todas as letras nelas contidas.

Exemplo - Quantos são os anagramas da palavra LIVRO? Podemos utilizar a regra dos tracinhos e calcular as permutações possíveis: = 5 . 4 . 3 . 2 .1 = 120 anagramas,

Isso significa que há 5 possibilidades para a primeira posição, e, como já gastamos uma letra, sobram 4 possibilidades para a segunda, 3 para a terceira, 2 para a quarta e 1 para a quinta, resultando em 120 anagramas ou 120 permutações.
ou seja, fazemos o fatorial de 5: 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120 anagramas

O número de permutação simples de um conjunto de 5 elementos é denotado por P5 e é igual a 5! = 5.4.3.2.1 = 120

Exercício 3 - Determine o número de anagramas da palavra ALUNO. Resp.: 120

Tema: Arranjo simples

Um arranjo, na análise combinatória, é uma ordenação de elementos de um conjunto, na qual **importa a ordem** em que esses elementos são selecionados.
Essa ferramenta ajuda a contar possibilidades que existem para mudar/trocar a ordem dos elementos/objetos (n) em posições distintas (p), onde o nº de elementos (n) é igual ou maior ao nº de posições (p) ($n \geq p$) . Para resolver problemas deste tipo utiliza-se a fórmula:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo: Numa corrida com 10 participantes, valendo posições para os 2 primeiros lugares. Qtos são os resultados possíveis para compor o pódio com 1º e 2º lugares

Observe que: $n \geq p$ e $n = 10$, $p = 2$ e a **ordem importa:**

$$An, p = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = \frac{10 \,.\, 9 \,.\, 8!}{8!} =$$ 90 resultados possíveis

Exemplo: Quantas senhas de 3 letras distintas podem ser formadas com as letras A, B, C, D e E?

Para determinar quantas senhas de 3 letras distintas podem ser formadas com as letras A, B, C, D como a ordem das letras na senha importa (por exemplo, "ABC" é diferente de "BAC") e as letras devem ser distintas (não pode repetir a mesma letra).

Temos 5 letras disponíveis (n = 5) e queremos formar senhas com 3 letras (k = 3).

A fórmula para arranjos simples é:

$$A5, 2 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{(2)!} = \frac{120}{2} = 60$$

Exercício 4 - Quantos números de 3 algarismos distintos, podemos formar com os algarismos de 1 a 9. Resp.: 504 números

Tema: Combinação simples

Quando fazemos combinação simples, também estamos interessados em agrupar elementos, mas **não nos preocupamos com a ordem** em que estão dispostos. Para resolver problemas deste tipo utiliza-se a fórmula: $C\ n,p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$

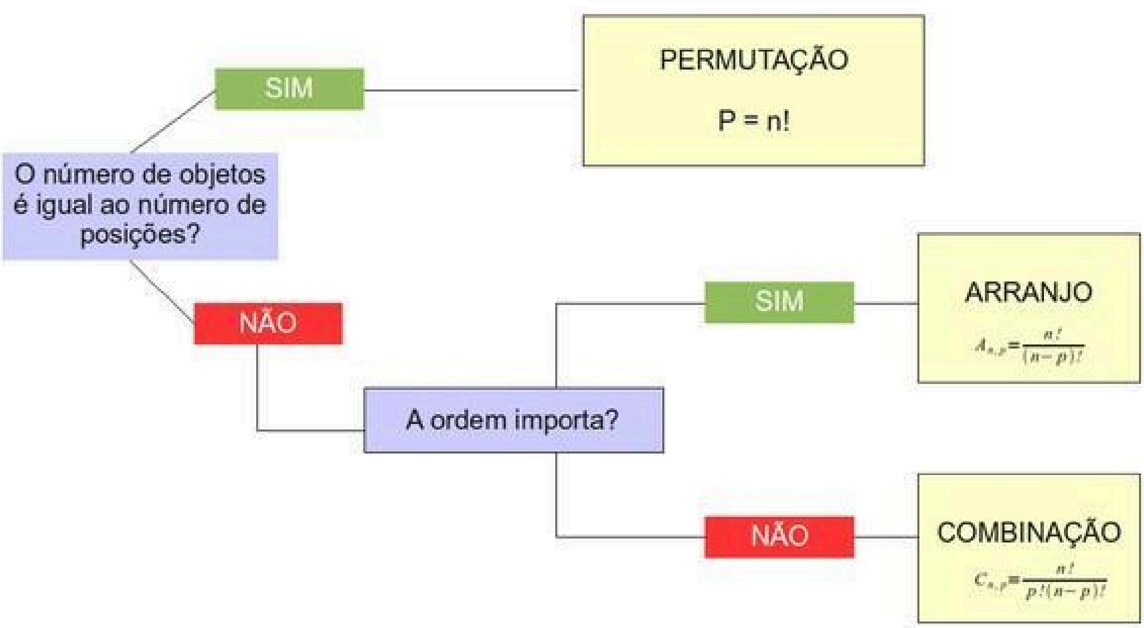
Exemplo: Numa corrida com 10 participantes, apenas os 2 primeiros são classificados. Quantas maneiras diferentes podem formar as duplas?

Observe que n = 10, p = 2 e a **ordem dos participantes não importa;**

$Cn,p = \frac{n!}{(n-p)!p!} = \frac{10!}{(10-2)!2!} = \frac{10!}{8!\ 2!} = \frac{10\ .\ 9\ .\ 8!}{8!.2!} = \frac{90}{2} =$ 45 maneiras

Exercício 5 - Uma empresa precisa eleger 5 de seus 7 funcionários para trabalhar em determinado sábado. De quantas formas distintas se pode selecionar o grupo de funcionários?. Resp.:21 formas distintas

Resumo de análise combinatória



Tema: Cálculo de probabilidades

A probabilidade, ou chance de um evento E ocorrer será denotada por p(E) e o número de elementos de um conjunto E será denotado por n(E). Assim, considerando um espaço amostral Ω, a probabilidade p(E) de um evento E ocorrer é dado por:

$$p(E) = \frac{n^{\underline{o}} \text{ de casos favoráveis}}{n^{\underline{o}} \text{ de casos possíveis}} = \frac{n(E)}{n(\Omega)}$$

Exemplo: Considere o lançamento de um dado de 6 faces. O conjunto Ω = { 1,2,3,4,5,6} é o espaço amostral desse experimento. A chance de a face voltada pra cima ser a de um número 1 é de 1 em 6, ou seja:

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} \longrightarrow p(1) = \frac{n(1)}{n(6)} = \frac{1}{6}$$

Exercício 6 - Considere o conjunto Ω = { 1,2,3,4,5,6}. Qual a probabilidade de a face voltada para cima ser 1 ou 2. Resp.: 2/6 = 1/3

Quando multiplicamos o resultado da divisão por 100, obtemos a probabilidade expressa em porcentagem.

Exemplo: Em uma classe com 22 meninas e 13 meninos, foi realizado um sorteio. Expresse a probabilidade em porcentagem?

$$P\ (\textit{meninas}) = \frac{n(22)}{n(35)} = \frac{22}{35} = 0{,}628 \times 100 = 62{,}8\%$$

$$P\ (\textit{meninos}) = \frac{n(13)}{n(35)} = \frac{13}{35} = 0{,}371 \times 100 = 37{,}1\%$$

Exercício 7 - Em uma classe com 25 meninas e 20 meninos, foi realizado um sorteio. Expresse as probabilidades em porcentagem.

a) Qual a probabilidade de o sorteado ser uma menina? Resp.: 55,5%

b) Qual a probabilidade de o sorteado ser um menino? Resp.: 44,4

Exercício 8 - Numa caixa fechada foram colocadas 4 bolas amarelas e 6 bolas vermelhas. Calcule a probabilidade de cada cor ser escolhida ao acaso. Expresse as probabilidades em porcentagem.

a) Ser escolhida a bola amarela; Resp.: 40%

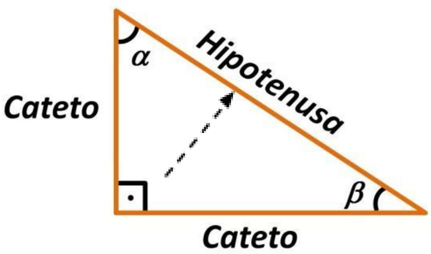
b) Ser escolhida a bola vermelha; Resp.: 60%

Exercício 9 - Considere o conjunto Ω = { 1,2,3,4,5,6}. Qual a probabilidade de a face voltada para cima ser um número par? Expresse a probabilidade em porcentagem: Resp.: 50%

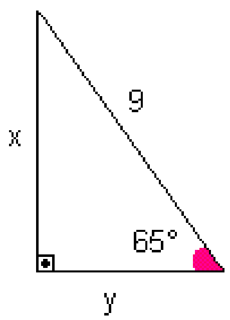
Tema: Trigonometria

Triângulo retângulo é todo triângulo que possui um ângulo reto. O lado que está oposto ao ângulo reto **é** chamado **Hipotenusa**.

Os outros lados, que formam o ângulo reto são chamados **Catetos**. O lado que está oposto ao ângulo solicitado é chamado de **cateto oposto** e o lado que está junto ao ângulo solicitado é chamado **cateto adjacente**;



Exercício 10 - Identifique os lados do triangulo retângulo.



Hipotenusa: ___________

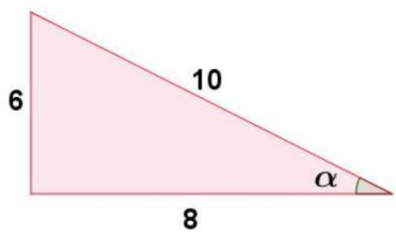
Cateto oposto:_________

Cateto adjacente: ______

Exercício 11 - Identifique os lados do triangulo retângulo.

Hipotenusa: ___________

Cateto oposto:_________

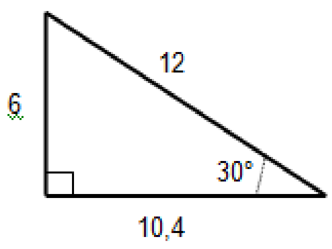


Cateto adjacente: ______

Trigonometria relaciona medidas dos lados com medida de um de seus ângulos:

$Sen(\propto) = \frac{Cateto\ Oposto}{Hipotenusa}$	$Cos(\propto) = \frac{Cateto\ Adjacente}{Hipotenusa}$	$Tan(\propto) = \frac{Cateto\ Oposto}{Cateto\ Adjacente}$

Exemplo: No triângulo retângulo, calcule o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo de 30º .



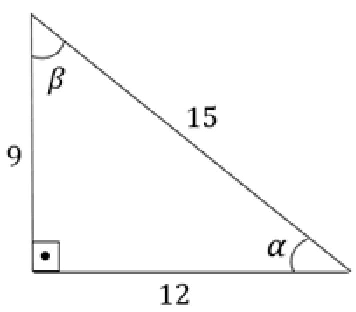
Identificar os elementos:

Ângulo = 30° Hipotenusa = 12 cm

Cateto oposto = 6 cm Cateto adjacente = 10,4 cm

$Sen\,\alpha = \frac{Cateto\ oposto}{hipotenusa}$	$\cos\alpha = \frac{Cateto\ adjacente}{hipotesuna}$	$Tg\,\alpha = \frac{Cateto\ oposto}{Cateto\ adjacente}$
Sen 30° = 6 / 12	Cos 30° = 10,4 / 12	Tg 30° = 6 / 10,4
Sen 30° = 0,50	Cos 30° = 0,86	Tg 30° = 0,57

Exercicio 12 - No triângulo retângulo, calcule o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo ∝.

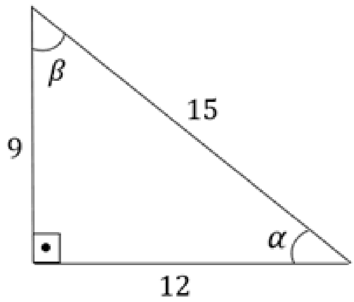


Sen (∝) =

Cos (∝) =

Tg (∝) =

Exercício 13 - No triângulo retângulo, calcule o valor do seno, cosseno e tangente do ângulo β

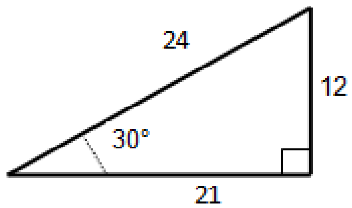


Sen (β) =

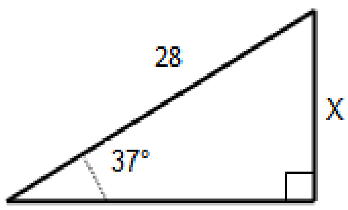
Cos (β) =

Tg (β) =

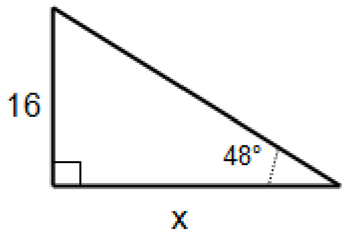
Exercício 14) - Determine o valor de seno, cosseno e tangente:

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="3">Identificar os elementos:
Ângulo =   Hipotenusa =
Cateto oposto =   Cateto adjacente =</td></tr>
<tr><td>$Sen\,\alpha = \frac{Cateto\ oposto}{hipotenusa}$
Sen = /
Sen =</td><td>$\cos\alpha = \frac{Cateto\ adjacente}{hipotesuna}$
Cos = /
Cos =</td><td>$Tg\,\alpha = \frac{Cateto\ oposto}{Cateto\ adjacente}$
Tg = /
Tg =</td></tr>
</table>

Exemplo: Determine o valor de x:

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Identificar os elementos da figura:
Ângulo = 37º   Hipotenusa = 28 cm
Cateto oposto = X   Cateto adjacente = Não informado</td></tr>
<tr><td>Analisar quais elementos são fornecidos na figura e verificar qual das fórmulas aplicar (Sen, Cos ou Tg?)
Neste caso: $Sen\,\alpha = \frac{Cateto\ oposto}{hipotenusa}$ = $Sen(37) = \frac{x}{28}$
Consultando a tabela no final da folha, sen 37° = 0,601
Então no lugar de sen 37º, vamos colocar 0,601:
$0{,}601 = \frac{x}{28} \rightarrow \frac{0{,}601}{1} = \frac{x}{28} \rightarrow x = 16{,}82$</td></tr>
</table>

Exercício 15) - Determine o valor de x:



Identificar os elementos:

Ângulo = ... Hipotenusa = ...

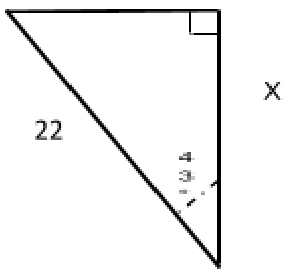
Cateto oposto = ... Cateto adjacente = ...

Analisar quais elementos são fornecidos na figura e verificar qual das fórmulas aplicar (Sen, Cos ou Tg?

Resp.: 14,41

Exercício 16) - Determine o valor de x:

Exercício 15) - Determine o valor de x:



Identificar os elementos:

Ângulo = ... Hipotenusa = ...

Cateto oposto = ... Cateto adjacente = ...

Analisar quais elementos são fornecidos na figura e verificar qual das fórmulas aplicar (Sen, Cos ou Tg?)

Resp.: 16,06

	30°	***33°***	***35°***	***37°***	***43°***	***48°***
Seno	*0,50*	*0,54*	*0,57*	*0,60*	*0,68*	*0,74*
Cos	*0,86*	*0,83*	*0,82*	*0,79*	*0,73*	*0,66*
Tan	*0,57*	*0,65*	*070*	*0,75*	*0,93*	*1,11*