

ANALISIS NUMERICO Y CALCULO AVANZADO

PROYECTO #2: INTERPOLACION Y CUADRADOS MINIMOS Curso i4051 - Viernes 18:15 - 19:45 - Prof. Adolfo Altemberg

Se parte del supuesto que se conoce la ley general del crecimiento de un cierto tipo de bacterias como función del tiempo, la cual está dada por:

$$N(x) = e^{(2.5 + G/100)x} + e^{-(2.5 + G/100)x}$$

donde N es el número de bacterias (en miles) en función de la cantidad de horas x a partir del momento en que se produjo la aparición de la primera bacteria, y G es el número del grupo.

Partiendo de este modelo ideal, se generará una serie de 21 datos equiespaciados durante las primeras 2 horas, incluyendo una perturbación aleatoria que simulará el apartamiento respecto del modelo ideal, causado por errores de medición y por las variaciones intrínsecas producidas en cualquier proceso biológico. Para tal fin, se podrá utilizar un código como el que se muestra a continuación:

```
// generacion de 21 datos en el intervalo [0,2] usando una perturbación
// aleatoria a partir del modelo bi-exponencial y = f1(x) + f2(x), con
// f1 = exp(-(2.5+G/100)x) y f2 = exp((2.5+G/100)x)
x = 0.0:0.1:2.0;
N1 = // escribir f1(x) correspondiente;
N2 = // escribir f2(x) correspondiente;
N_ideal = N1+N2;
r = 0.0:0.1:2.0;
r=grand(size(x,1),size(x,2),'unf',0.90,1.10);
N_perturbado = N_ideal.*r;
```

Una vez generados los datos, se propondrán diferentes modelos que se ajustarán a dichos datos:

- | | |
|---|---|
| a) Modelo polinómico cuadrático: | $y(x) = a x^2 + b x + c$ |
| b) Modelo polinómico de grado 4: | $y(x) = a x^4 + b x^3 + c x^2 + d x + e$ |
| c) Modelo exponencial: | $y(x) = a e^{bx}$ (linealización previa requerida) |
| d) Modelo biexponencial de tasas conocidas: | $y(x) = a e^{-(2.5 + G/100)x} + b e^{(2.5 + G/100)x}$ |

- 1) Para cada uno de los modelos, implementar el programa que encuentre los parámetros que mejor ajusten a los datos, planteando las ecuaciones correspondientes y resolviendo los sistemas lineales.
- 2) Graficar la función encontrada para cada modelo, superpuesta con los datos, en el intervalo [0,2].
- 3) Encontrar el error cuadrático medio entre los valores predichos por los modelos y los datos. Discutir sobre la precisión de cada modelo.
- 4) Más allá de que diferentes modelos muestren un ajuste aceptable, el valor predictivo (extrapolación) puede variar significativamente. Usar cada uno de los modelos para extrapolar el número de bacterias a las 4 horas ($x=4$). Sabiendo el valor ideal calculado a partir de $N(4)$, calcular cuál de los cuatro modelos planteados se ajusta mejor al valor ideal, determinando el error relativo y porcentual entre el valor extrapolado y el valor ideal. Discutir.
- 5) Implementar alguno de los tres métodos para calcular el polinomio interpolador para los datos perturbados. Graficar el polinomio interpolador. Además, calcular y graficar el interpolador por *Splines Cúbicos Naturales*.
- 6) Calcular el valor de los cuatro modelos por cuadrados mínimos, el valor del polinomio interpolador, y el valor del interpolador por *Splines*, en $x=0.05$, $x=0.95$ y $x=1.95$. Calcule errores relativos y discuta las diferencias.

Fecha de entrega: