

Họ tên học sinh.....Số báo danh.....Lớp: 12.....

Câu 1. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
A. 9π . B. 36π . C. 18π . D. 16π .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $q = \frac{1}{2}$. Khi đó u_5 bằng
A. $\frac{3}{32}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{15}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$	0		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$
		-7		25		$-\infty$

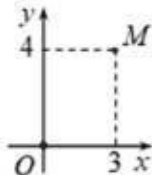
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0; 4)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-7; +\infty)$. D. $(-\infty; 25)$.

Câu 4. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh ?

A. A_{15}^4 . B. 4^{15} . C. 15^4 . D. C_{15}^4 .

Câu 5. Điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây ?



A. $z = 4 + 3i$. B. $z = 3 + 4i$. C. $z = 4 - 3i$. D. $z = 3 - 4i$.

Câu 6. Cho a là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó $\log_{\frac{a^3}{2}} \frac{a^3}{8}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.

Câu 7. Với $x > 0$ thì $x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[5]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{16}{15}}$. B. $x^{\frac{8}{5}}$. C. $x^{\frac{8}{15}}$. D. $x^{\frac{1}{15}}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				5			$+\infty$

Diagram illustrating the mapping of x to y values:

- $x = -\infty \rightarrow y = +\infty$
- $x = -1 \rightarrow y = 4$
- $x = 0 \rightarrow y = 5$
- $x = 1 \rightarrow y = 4$
- $x = +\infty \rightarrow y = +\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x = 4$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 5$.

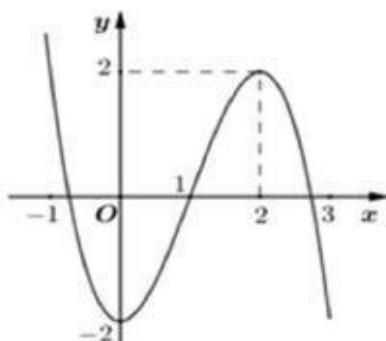
Câu 9. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và đường cao bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng

- A. 21π . B. 24π . C. 29π . D. 27π .

Câu 10. Cho số phức $z = (1 + i)^2(1 + 2i)$. Số phức z có phần ảo là

- A. -2 . B. 4 . C. $2i$. D. 2 .

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x - 2$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{17}{2}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(3; -1; 4)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(2; 2; 2)$. B. $(2; -2; 3)$. C. $(1; 1; 1)$. D. $(4; -4; 6)$.

Câu 14. Giá trị $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ bằng

- A. e . B. 1 . C. -1 . D. $\frac{1}{e}$.

Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = 1$ là

- A. 0 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 8 \sin x$ là

- A. $x^3 - 8 \cos x + C$. B. $6x - 8 \cos x + C$. C. $6x + 8 \cos x + C$. D. $x^3 + 8 \cos x + C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $x = 0$. B. $y + z = 0$. C. $x - y - z = 0$. D. $y - z = 0$.

Câu 18. Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin x + f(x)] dx$ bằng

- A. 4 . B. 8 . C. 6 . D. 7 .

Câu 19. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $y = -2$. D. $y = 3$.

Câu 20. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $A'C = 6$ thì có thể tích bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $54\sqrt{2}$. C. $24\sqrt{3}$. D. 8 .

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 12 . B. -4 . C. -13 . D. 3 .

- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là
- A. $I(-1;1;-1)$ và $R = 16$. B. $I(-1;1;-1)$ và $R = 4$.
C. $I(1;-1;1)$ và $R = 16$. D. $I(1;-1;1)$ và $R = 4$.
- Câu 23.** Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2-5x}$ là
- A. $2^{x^2-5x} \cdot \ln 2$. B. $(x^2 - 5x) \cdot 2^{x^2-5x-1}$. C. $(2x - 5) \cdot 2^{x^2-5x}$. D. $(2x - 5) \cdot 2^{x^2-5x} \cdot \ln 2$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?
- A. $\vec{u}_1 = (1;1;1)$. B. $\vec{u}_2 = (1;2;1)$. C. $\vec{u}_3 = (0;1;0)$. D. $\vec{u}_4 = (1;-2;1)$.
- Câu 25.** Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l = 3\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng
- A. $12\pi\text{cm}^2$. B. $48\pi\text{cm}^2$. C. $24\pi\text{cm}^2$. D. $36\pi\text{cm}^2$.
- Câu 26.** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$, $z_2 = 2 - i$. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng
- A. $3\sqrt{5}$. B. 45 . C. $\sqrt{113}$. D. $\sqrt{74} - \sqrt{5}$.
- Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) là
- A. $2x + 4y + z - 8 = 0$. B. $x - 3y + 2z + 8 = 0$.
C. $x - 3y + 2z - 8 = 0$. D. $2x + 4y + z + 8 = 0$.
- Câu 28.** Gọi $(\mathcal{D})$ là hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 1$ và trục Ox . Thể tích khối tròn xoay khi quay $(\mathcal{D})$ xung quanh trục Ox bằng
- A. 5π . B. 5 . C. $\frac{16}{15}$. D. $\frac{16}{15}\pi$.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P) là
- A. $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = -2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2t \\ z = 1 - t \end{cases}$
- Câu 30.** Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{4}{3}$ là
- A. $-\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + 1$. C. $\frac{\sqrt{(2x-1)^3}}{-3} + \frac{5}{3}$. D. $\frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3} + 1$.
- Câu 31.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 + 2x$. C. $y = x^3 - x^2 + x$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.
- Câu 32.** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$, $BC = 2a$ và $AC = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.
- Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng
- A. 3 . B. 1 . C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

- Câu 34.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a}{3}$. D. a .
- Câu 35.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cosin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 36.** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.
- A. $\frac{7}{125}$. B. $\frac{7}{150}$. C. $\frac{189}{1250}$. D. $\frac{7}{375}$.
- Câu 37.** Cho các số thực $x, y, z > 1$ thỏa mãn $\log_{xy}(yz) = 2$. Khi đó $\log_{\frac{x}{y}}(x^4) + \log_{\frac{z}{x}}(xy)$ bằng
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; -1)$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P) . Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng
- A. $\frac{16}{4}$. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 39.** Cho số phức $z = a + bi$, ($z \neq 0$) thỏa mãn $2z\bar{z} - (5 + 7i)|z|^2 = (17 + i)\bar{z}$. Khi đó $a + b$ bằng
- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.
- Câu 40.** Cho số phức $z = m + 3 + (m^2 - 4)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng
- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. 1.
- Câu 41.** Cho hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ lần lượt có đồ thị (C_1) và (C_2) . Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là hai điểm lần lượt thuộc (C_1) và (C_2) sao cho tam giác IAB vuông cân tại $I(-1; -1)$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{x_A + x_B}{y_A + y_B}$ bằng
- A. 1. B. -2. C. 3. D. -1.
- Câu 42.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 6x & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{2}{2x - 5} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Nếu $\int_0^2 \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = a - \frac{1}{5} \ln b$ với a, b là các số nguyên dương thì $ab - b^2$ bằng
- A. -216. B. 54. C. 45. D. -45.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ thỏa

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [f^2(x) - 2f(x)(3-x)] dx = -\frac{109}{12}. \text{ Khi đó } \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{f(x)}{x^2-1} dx \text{ bằng}$$

- A. $\ln \frac{7}{9}$. B. $\ln \frac{5}{9}$. C. $\ln \frac{2}{9}$. D. $\ln \frac{8}{9}$.

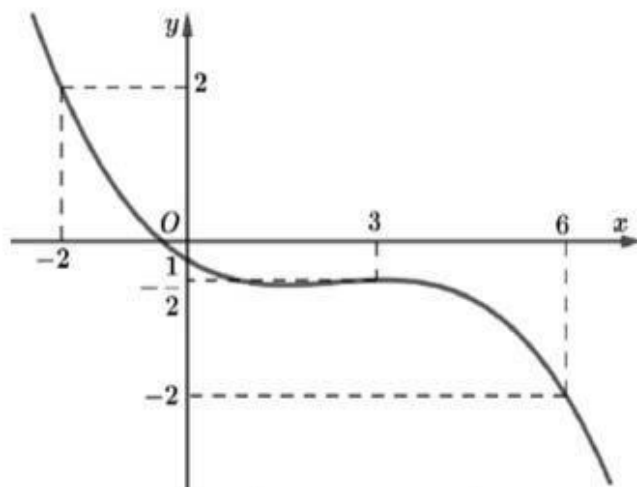
Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -4 \\ z = 4 + t \end{cases}. \text{ Đường thẳng } d \text{ đi qua điểm } A(1; 2; -1) \text{ và cắt } d_1 \text{ tại } M, \text{ cắt } d_2 \text{ tại } N. \text{ Khi}$$

đó $AM + AN$ bằng

- A. 12. B. 6. C. 9. D. 15.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-2) = -3$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Số khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = |4f(x) + x^2 - 4x|$ là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 46. Có bao nhiêu nguyên của tham số thực m để phương trình $m \cdot 2^{x+1} + m^2 = 16^x - 6 \cdot 8^x + 2 \cdot 4^{x+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° .

Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = \left| x^2 - 2x - 4\sqrt{(x+1)(3-x)} + m - 3 \right|$. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 2021?

- A. 4048. B. 24. C. 0. D. 12.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 + 2 - i| + |z_1 - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. $3\sqrt{2} - 1$. B. $3\sqrt{2} - 2$. C. $2\sqrt{2} - 2$. D. $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 4)$, $B(0; 4; 3)$, $C(7; 0; -1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 1$. Gọi điểm $M \in (Oxy)$ và điểm $N \in (S)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MN + \frac{1}{3}|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ bằng

- A. $\sqrt{19}$. B. $\sqrt{35} + 1$. C. $\frac{\sqrt{46} + \sqrt{11}}{2} - 1$. D. $\sqrt{35} - 1$.

----- Hết -----

ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM 2021 LẦN 01

- Câu 1.** Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
- A. 9π . **B. 36π .** C. 18π . D. 16π .

Lời giải tham khảo

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án B.

- Câu 2.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $q = \frac{1}{2}$. Khi đó u_8 bằng

- A. $\frac{3}{32}$. **B. $\frac{3}{16}$.** C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{15}{2}$.

Lời giải tham khảo

Ta có $u_8 = u_1 q^7 = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{3}{128}$.

Chọn đáp án B.

- Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				25		$-\infty$

$\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow$

$-7 \quad \quad \quad -\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(0; 4)$. **B. $(-\infty; 0)$.** C. $(-7; +\infty)$. D. $(-\infty; 25)$.

Lời giải tham khảo

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số giảm $(-\infty; 0)$.

Chọn đáp án B.

- Câu 4.** Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh ?

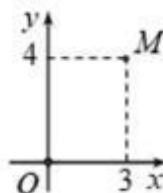
- A. A_{15}^4 . B. 4^{15} . **C. 15^4 .** D. C_{15}^4 .

Lời giải tham khảo

Số cách chọn 4 học sinh từ 15 học sinh là tổ hợp chập 4 của 15 phần tử, có C_{15}^4 cách.

Chọn đáp án C.

- Câu 5.** Điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây ?



- A. $z = 4 + 3i$. **B. $z = 3 + 4i$.** C. $z = 4 - 3i$. D. $z = 3 - 4i$.

Lời giải tham khảo

Từ hình vẽ, suy ra: $M(3; 4) \Rightarrow z = 3 + 4i$.

Câu 6. Cho a là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó $\log_{\frac{a}{2}} \frac{a^8}{8}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.

Lời giải tham khảo

Ta có: $\log_{\frac{a}{2}} \frac{a^8}{8} = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2}\right)^8 = 3$.

Chọn đáp án C.

Câu 7. Với $x > 0$ thì $x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x}$ bằng

- A. $x^{\frac{16}{15}}$. B. $x^{\frac{8}{5}}$. C. $x^{\frac{8}{15}}$. D. $x^{\frac{1}{15}}$.

Lời giải tham khảo

Ta có: $x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{5}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{15}}$.

Chọn đáp án C.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			5			$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$
			4		4		

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

- A. $x = 4$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 5$.

Lời giải tham khảo

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = \pm 1$.

Chọn đáp án C.

Câu 9. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và đường cao bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng

- A. 21π . B. 24π . C. 29π . D. 27π .

Lời giải tham khảo

Ta có: $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow S_{tp} = \pi r \ell + \pi r^2 = \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2 = 24\pi$.

Chọn đáp án B.

Câu 10. Cho số phức $z = (1 + i)^2(1 + 2i)$. Số phức z có phần ảo là

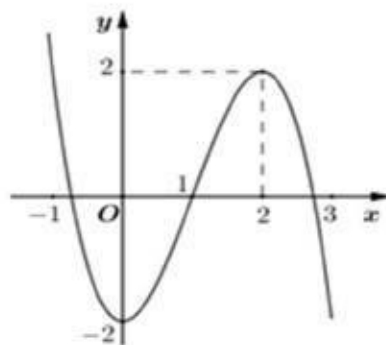
- A. -2. B. 4. C. $2i$. D. 2.

Lời giải tham khảo

Ta có: $z = (1 + i)^2(1 + 2i) = -4 + 2i \Rightarrow$ Phần ảo của z bằng 2.

Chọn đáp án D.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới ?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

B. $y = x^3 - 3x + 2.$

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$

D. $y = -x^3 + 3x - 2.$

Lời giải tham khảo

Đồ thị hàm số bậc ba có $a < 0$, 1 cực trị thuộc $Oy \Rightarrow c = 0$.

Chọn đáp án C.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

A. $x = 2.$

B. $x = 1.$

C. $x = 3.$

D. $x = \frac{17}{2}.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$

Chọn đáp án A.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 2)$ và $B(3; -1; 4)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(2; 2; 2).$

B. $(2; -2; 3).$

C. $(1; 1; 1).$

D. $(4; -4; 6).$

Lời giải tham khảo

Trung điểm của đoạn AB là $I(2; -2; 3).$

Chọn đáp án B.

Câu 14. $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ bằng

A. $e.$

B. 1.

C. $-1.$

D. $\frac{1}{e}.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $\int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1.$

Chọn đáp án B.

Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = 1$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải tham khảo

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x + 2 = 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = 0$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án C.

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 8 \sin x$ là

A. $x^3 - 8 \cos x + C.$

B. $6x - 8 \cos x + C.$

C. $6x + 8 \cos x + C.$

D. $x^3 + 8 \cos x + C.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $\int (3x^2 + 8 \sin x) dx = x^3 - 8 \cos x + C$.

Chọn đáp án A.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $x = 0$. B. $z = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

Lời giải tham khảo

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án A.

Câu 18. Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin x + f(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 8. C. 6. D. 7.

Lời giải tham khảo

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin x + f(x)] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 1 + 5 = 6$.

Chọn đáp án C.

Câu 19. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $y = -2$. D. $y = 3$.

Lời giải tham khảo

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = -2$.

Chọn đáp án C.

Câu 20. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $A'C = 6$ thì có thể tích bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $54\sqrt{2}$. C. $24\sqrt{3}$. D. 8.

Lời giải tham khảo

Gọi cạnh hình lập phương là x .

Khi đó ta có $x^2 + (x\sqrt{2})^2 = 6^2 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3} \Rightarrow V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 12. B. -4. C. -13. D. 3.

Lời giải tham khảo

Ta có: $y' = 4x^3 - 16x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2 \vee x = -2 \notin [-1; 3]$.

Tính $y(-1) = -4$, $y(3) = 12$, $y(0) = 3$, $y(2) = -13$. Suy ra $\min_{[-1; 3]} y = -13$ khi $x = 2$.

Chọn đáp án C.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-1; 1; -1)$ và $R = 16$. B. $I(-1; 1; -1)$ và $R = 4$.
C. $I(1; -1; 1)$ và $R = 16$. D. $I(1; -1; 1)$ và $R = 4$.

Lời giải tham khảo

Từ phương trình $(S) \Rightarrow$ Tâm $I(1; -1; 1)$, bán kính $R = 4$.

Chọn đáp án D.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2-5x}$ là

- A. $2^{x^2-5x} \cdot \ln 2$. B. $(x^2 - 5x) \cdot 2^{x^2-5x-1}$. C. $(2x - 5) \cdot 2^{x^2-5x}$. **D. $(2x - 5) \cdot 2^{x^2-5x} \cdot \ln 2$.**

Lời giải tham khảo

Ta có $y = 2^{x^2-5x} \Rightarrow y' = (2x - 5) \cdot 2^{x^2-5x} \cdot \ln 2$.

Chọn đáp án D.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; -2; 1)$?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (0; 1; 0)$. **D. $\vec{u}_4 = (1; -2; 1)$.**

Lời giải tham khảo

Ta có: $\vec{u} = \overrightarrow{OM} = (1; -2; 1)$.

Chọn đáp án D.

Câu 25. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4\text{cm}$ và độ dài đường sinh $\ell = 3\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi\text{cm}^2$. B. $48\pi\text{cm}^2$. **C. $24\pi\text{cm}^2$.** D. $36\pi\text{cm}^2$.

Lời giải tham khảo

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi r\ell = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi\text{cm}^2$.

Chọn đáp án C.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$, $z_2 = 2 - i$. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. $3\sqrt{5}$.** B. 45. C. $\sqrt{113}$. D. $\sqrt{74} - \sqrt{5}$.

Lời giải tham khảo

Ta có $|z_1 - z_2| = |(5 - 7i) - (2 - i)| = |3 - 6i| = \sqrt{3^2 + (-6)^2} = 3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) là

- A. $2x + 4y + z - 8 = 0$. **B. $x - 3y + 2z + 8 = 0$.**
C. $x - 3y + 2z - 8 = 0$. D. $2x + 4y + z + 8 = 0$.

Lời giải tham khảo

Do $(Q) \parallel (P): x - 3y + 2z - 5 = 0 \Rightarrow (Q): x - 3y + 2z + d = 0$, ($d \neq -5$)

Mà $A(2; 4; 1) \in (Q): x - 3y + 2z + d = 0 \Leftrightarrow d = 8 \Rightarrow (Q): x - 3y + 2z + 8 = 0$.

Chọn đáp án B.

Câu 28. Gọi $(\mathcal{D})$ là hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 1$ và trục Ox . Thể tích khối tròn xoay khi quay $(\mathcal{D})$ xung quanh trục Ox bằng

- A. 5π . B. 5. C. $\frac{16}{5}$. **D. $\frac{16}{5}\pi$.**

Lời giải tham khảo

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$.

$$\text{Thể tích } V_{O_s} = \pi \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^2 dx = \frac{16\pi}{15}.$$

Chọn đáp án D.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3; 0; 1)$ và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = -2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Lời giải tham khảo

Ta có một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; -2; -2) = -2 \cdot (-1; 1; 1)$.

Chọn đáp án B.

Câu 30. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$ thỏa mãn $F(1) = \frac{4}{3}$ là

A. $-\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + \frac{5}{3}$ B. $\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + 1$ C. $\frac{\sqrt{(2x-1)^3}}{-3} + \frac{5}{3}$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3} + 1$.

Lời giải tham khảo

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \sqrt{2x-1} dx = \frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3} + C \xrightarrow{F(1)=\frac{4}{3}} \frac{4}{3} = \frac{1}{3} + C \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\longrightarrow F(x) = \frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3} + 1.$$

Chọn đáp án D.

Câu 31. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$ B. $y = x^2 + 2x$ C. $y = x^3 - x^2 + x$ D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Lời giải tham khảo

Xét đáp án C có $y' = 3x^2 - 2x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án C.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$, $AB = a$, $BC = 2a$ và $AC = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $2\sqrt{3}a^3$ D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải tham khảo

Do tam giác ABC có $5a^2 = AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại B .

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \right) \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Chọn đáp án A.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 3 B. 1 C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$.

Lời giải tham khảo

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 3)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2} - 2 = 3$ và $d[I, (Oyz)] = |x_I| = 1$.

Bán kính đường tròn giao tuyến $r = \sqrt{R^2 - d^2[I, (Oyz)]} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a}{3}$. **D. a .**

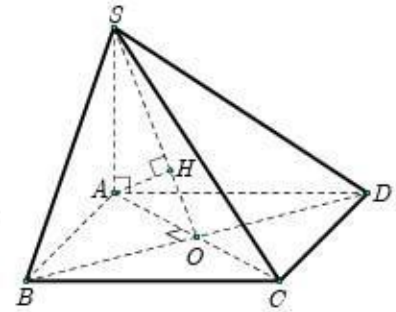
Lời giải tham khảo

Gọi $O = AC \cap BD$.

Dựng $AH \perp SO \Rightarrow AH \perp (SBD)$.

$$\text{Suy ra } d(A, (SBD)) = AH = \frac{SA \times AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{2} \times a\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a.$$

Chọn đáp án D.



Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Côsin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B. $\frac{1}{2}$.** C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải tham khảo

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

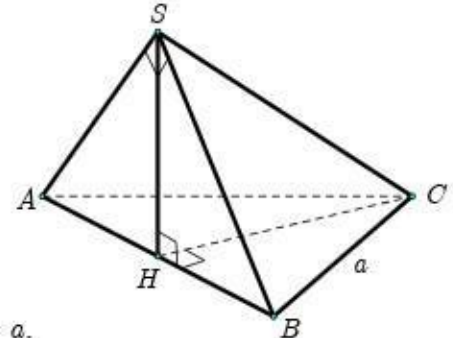
Ta có $\begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp SH \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SAB)$ tại H .

Suy ra SH là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB) .

Do đó $\widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{(SC, SH)} = \widehat{CSH}$.

$$\text{Ta có: } SH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}, \quad HC = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SC = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}} = a.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{CSH} = \frac{SH}{SC} = \frac{1}{2}. \quad \text{Chọn đáp án B.}$$



Câu 36. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

- A. $\frac{7}{125}$. **B. $\frac{7}{150}$.** C. $\frac{301}{375}$. D. $\frac{7}{375}$.

Lời giải tham khảo

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

Gọi A biến cố: "Số được chọn khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và số 1".

Chọn vị trí cho số 0 có 5 cách, chọn vị trí cho số 1 có 5 cách và chọn 4 số trong 8 số để xếp vào các chỗ còn lại có A_8^4 . Suy ra $n(A) = 5 \cdot 5 \cdot A_8^4 = 42000$.

$$\text{Vậy } \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{42000}{9 \cdot 10^5} = \frac{7}{150}. \quad \text{Chọn đáp án B.}$$

Câu 37. Cho các số thực $x, y, z > 1$ thỏa mãn $\log_{xy}(yz) = 2$. Khi đó $\log_{\frac{z}{y}}(x^4) + \log_{\frac{z}{x}}(xy)$ bằng

- A. 1. B. 2. **C. 3.** D. 4.

Lời giải tham khảo

$$\text{Ta có } \log_{xy}(yz) = 2 \Leftrightarrow yz = x^2 y^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{ : } y^2 \rightarrow \frac{z}{y} = x^2 \\ \text{ : } xy \rightarrow \frac{z}{x} = xy \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \log_{\frac{z}{y}}(x^4) + \log_{\frac{z}{x}}(xy) = \log_{x^2}(x^4) + \log_{xy}(xy) = 2 + 1 = 3.$$

Chọn đáp án C.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; -1)$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P) . Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\frac{16}{4}$. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. **D. $\frac{8}{3}$.**

Lời giải tham khảo

$$\text{Ta có: } AB = 2d[A, (P)] = 2 \times \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot (-2) - 1 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án D.

Câu 39. Cho số phức $z = a + bi$, ($z \neq 0$) thỏa mãn $2z\bar{z} - (5 + 7i)|z|^2 = (17 + i)\bar{z}$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 1.** B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải tham khảo

Sử dụng tính chất $z\bar{z} = |z|^2$ và chia hai vế cho $|z|^2 \neq 0$, ta được:

$$2z\bar{z} - (5 + 7i)|z|^2 = (17 + i)\bar{z} \Leftrightarrow 2 - 5 - 7i = \frac{17 + i}{z} \Rightarrow z = -1 + 2i.$$

$\longrightarrow a = -1, b = 2 \Rightarrow a + b = 1$. **Chọn đáp án A.**

Câu 40. Cho số phức $z = m + 3 + (m^2 - 4)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng

- A. $\frac{4}{3}$. **B. $\frac{32}{3}$.** C. $\frac{8}{3}$. D. 1.

Lời giải tham khảo

$$\text{Gọi } M(x; y) \text{ là điểm biểu diễn cho số phức } z = x + yi \Rightarrow \begin{cases} x = m + 3 \\ y = m^2 - 4 \end{cases} \Rightarrow y = (x - 3)^2 - 4.$$

Suy ra tập hợp biểu diễn số phức là một parabol $y = x^2 - 6x + 5$.

$$\text{Giao với trục hoành } \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 5.$$

$$\text{Diện tích } S = \int_1^5 |x^2 - 6x + 5| dx = \frac{32}{3}. \text{ Chọn đáp án B.}$$

Câu 41. Cho hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ lần lượt có đồ thị (C_1) và (C_2) . Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là hai điểm lần lượt thuộc (C_1) và (C_2) sao cho tam giác IAB vuông cân tại $I(-1; -1)$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{x_A + x_B}{y_A + y_B}$ bằng

A. 1.

B. -2.

C. 3.

D. -1.

Lời giải tham khảo

Đồ thị $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng nhau qua $d: y = x$.

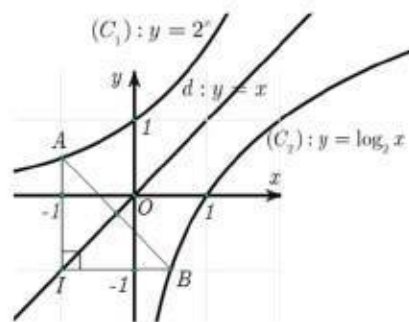
Dễ dàng nhận thấy $I(-1; -1) \in d: y = x$.

Do tam giác IAB vuông cân tại $I(-1; -1)$ nên trung điểm M

của AB thuộc $d: y = x \Leftrightarrow x_M = y_M \Leftrightarrow \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{x_A + x_B}{2}$

Hay $x_A + x_B = y_A + y_B \Rightarrow P = 1$.

Chọn đáp án A.



Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 6x & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{2}{2x-5} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Nếu $\int_1^2 \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = a - \frac{1}{5} \ln b$ với a, b là các số

nguyên dương thì $ab - b^2$ bằng

A. -54.

B. 54.

C. 44.

D. -44.

Lời giải tham khảo

Đặt $t = \ln^2 x \Rightarrow dt = \frac{2 \ln x}{x} dx = 2 \ln^2 x \cdot \frac{dx}{x \ln x} \Rightarrow \frac{1}{2t} dt = \frac{dx}{x \ln x}$ và có $\begin{cases} x = e \rightarrow t = 1 \\ x = e^2 \rightarrow t = 4 \end{cases}$

Khi đó $\int_1^2 \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = \frac{1}{2} \int_1^4 \frac{f(t)}{t} dt = \frac{1}{2} \left[\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx + \int_2^4 \frac{f(x)}{x} dx \right]$

$= \frac{1}{2} \left[\int_1^2 \frac{2}{x(2x-5)} dx + \int_2^4 \frac{3x^2 + 6x}{x} dx \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{4}{5} \int_1^2 \left(\frac{1}{2x-5} - \frac{1}{2x} \right) dx + \left(\frac{3x^2}{2} + 6x \right) \Big|_2^4 \right]$

$= \frac{1}{2} \times \left[\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \ln \left| \frac{2x-5}{2x} \right| \Big|_1^2 + 30 \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{5} (-\ln 6) + 30 \right] = 15 - \frac{1}{5} \ln 6$.

Suy ra: $a = 15, b = 6 \Rightarrow ab - b^2 = 15 \cdot 6 - 6^2 = 54$.

Chọn đáp án B.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ thỏa $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [f^2(x) - 2f(x)(3-x)] dx = -\frac{109}{12}$.

Khi đó $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{f(x)}{x^2 - 1} dx$ bằng

A. $\ln \frac{7}{9}$.

B. $\ln \frac{5}{9}$.

C. $\ln \frac{2}{9}$.

D. $\ln \frac{8}{9}$.

Lời giải tham khảo

Sử dụng tính chất $\int_a^b [f(x)]^2 dx = 0 \longrightarrow f(x) = 0$.

Từ đề bài, ta có: $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [f(x) - (3-x)]^2 dx = -\frac{109}{12} + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (3-x)^2 dx = 0 \Rightarrow f(x) = 3-x$.

Do đó $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{f(x)}{x^2-1} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{3-x}{x^2-1} dx = \ln \frac{2}{9} \longrightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -4 \\ z = 4+t \end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và cắt d_1 tại M , cắt d_2 tại N . Khi đó $AM + AN$ bằng

A. 12. B. 6. C. 9. D. 15.

Lời giải tham khảo

Nhận thấy $A \notin d_1, A \notin d_2$.

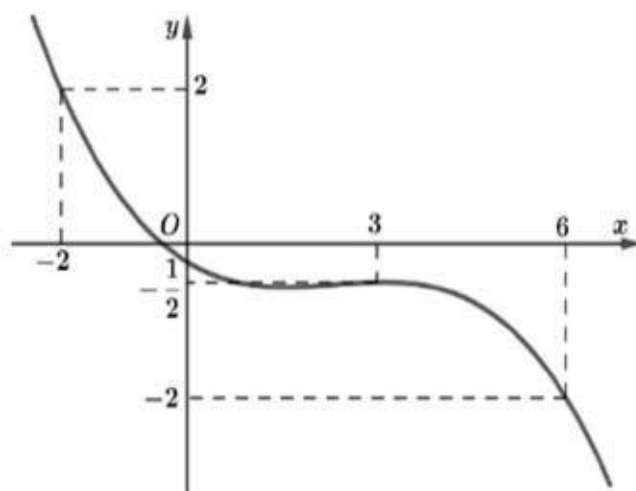
Ta có: $\begin{cases} M \in d_1 \Rightarrow M(1+m; -1+m; 3-2m) \\ N \in d_2 \Rightarrow N(1+3n; -4; 4+n) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (m; -3+m; 4-2m) \\ \overrightarrow{AN} = (3n; -6; 5+n) \end{cases}$

Do d đi qua A nên A, M, N thẳng hàng $\Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AN}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = k \cdot 3n \\ -3+m = k(-6) \\ 4-2m = k(5+n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3kn = 0 \\ m+6k = 3 \\ 2m+kn+5k = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ kn = \frac{1}{3} \\ k = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=1 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Với $\begin{cases} m=1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1; -2; 2) \Rightarrow AM = 3 \\ k = \frac{1}{3} \Rightarrow AN = 3AM = 9 \end{cases} \Rightarrow AM + AN = 12$. Chọn đáp án A.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-2) = -3$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Số khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = |4f(x) + x^2 - 4x|$ là

A. 4

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải tham khảo

Xét $h(x) = 4f(x) + x^2 - 4x$, $h(-2) = 4f(-2) + 4 + 8 = 0$.

Khi đó $g(x) = |h(x)|$ và có $h'(x) = 4f'(x) + 2x - 4$

$$\Leftrightarrow h'(x) = 4 \left[f'(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3 \vee x = 6.$$

$$\text{Mà } 4S_1 > 4S_2 \Leftrightarrow -\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} 4 \left[f'(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] dx > \int_{\frac{3}{2}}^{\frac{6}{2}} 4 \left[f'(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] dx$$

$$\Leftrightarrow -\int_{-2}^3 h'(x) dx > \int_3^6 h'(x) dx \Leftrightarrow h(-2) - h(3) > h(6) - h(3) \Leftrightarrow 0 > h(6)$$

 $(\text{do } h(-2) = 0).$

Khi đó ta có bảng biến thiên của $y = h(x)$ và bảng biến của $g(x) = |h(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	-2	3	6	$+\infty$			
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

The graph shows a function $h(x)$ with a local maximum at $x=0$ and a local minimum at $x=6$. The function is increasing on $(-\infty, 0)$, decreasing on $(0, 6)$, and increasing on $(6, +\infty)$.

A number line diagram for the function $g(x) = \frac{1}{x-2}$. The x-axis has points at $-\infty$, -2 , 3 , 6 , and $+\infty$. The y-axis has points at $+\infty$, $g(3)$, 0 , $g(6)$, and $+\infty$. Arrows show the function's behavior: from $+\infty$ at $x=-\infty$, it goes down to 0 at $x=-2$, then up to $g(3)$ at $x=3$, then down to $g(6)$ at $x=6$, and finally up to $+\infty$ at $x=+\infty$.

Vậy hàm số $g(x)$ có 2 khoảng đồng biến.

Chọn đáp án C.

Câu 46. Có bao nhiêu nguyên của tham số thực m để phương trình $m.2^{s+1} + m^2 = 16^s - 6.8^s + 2.4^{s+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt ?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Lời giải tham khảo

Đặt $2^x = t > 0$.

Khi đó phương trình trở thành $t^4 - 6t^2 + 8t^2 - 2mt - m^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 3t)^2 - (t + m)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -t^2 + 2t \\ m = t^2 - 4t \end{cases}$$

Vẽ hai parabol $(P_1): y = -x^2 + 2x$ và $(P_2): y = x^2 - 4x$

lên cùng một hệ trục với miền $x > 0$.

Từ đồ thị $\Rightarrow m \in \{1; 0; -3; -4\}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án A.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

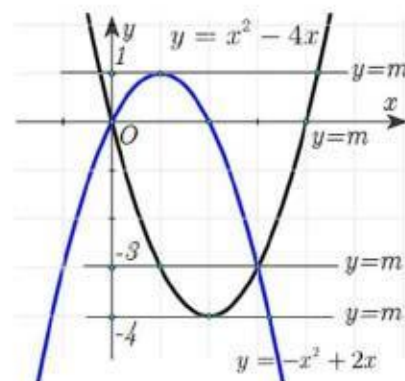
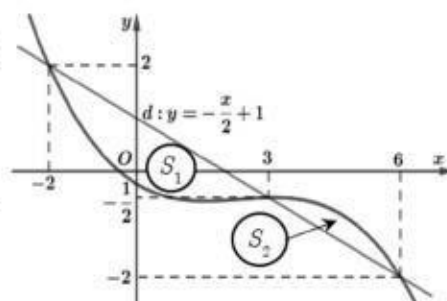
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải tham khảo



Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) , suy ra $SD \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp SB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow BA \perp BD.$$

Tương tự, chứng minh được $AC \perp DC$.

$$\text{Ta lại có: } \begin{cases} \triangle SBA = \triangle SCA \Rightarrow SB = SC \\ \triangle SBD = \triangle SCD \Rightarrow DB = DC \end{cases}$$

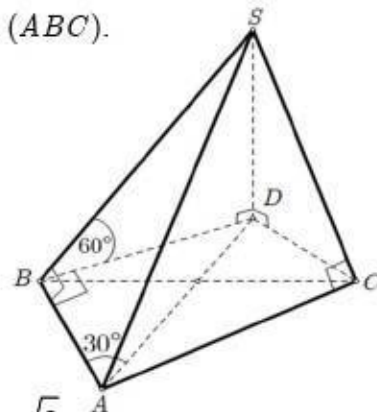
$\Rightarrow DA$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow$ cũng là phân giác.

$$\Rightarrow \widehat{DAC} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{DC}{AC} = \frac{DC}{a} \Rightarrow DC = BD = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Mà } ((SAB), (ABC)) = \widehat{SBD} = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{SD}{BD} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$$

Chọn đáp án A.



Câu 48. Cho hàm số $y = \left| x^2 - 2x - 4\sqrt{(x+1)(3-x)} + m - 3 \right|$. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 2021 ?

A. 4048.

B. 24.

C. 0.

D. 12.

Lời giải tham khảo

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 2x - 4\sqrt{(x+1)(3-x)} + m - 3$ xác định và liên tục trên $[-1; 3]$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{(x+1)(3-x)} = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$$

$$\Rightarrow t'_x = \frac{-x+1}{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

x	-1	1	3
t'		+	-
t	0	2	0

Từ bảng biến thiên, suy ra $t \in [0; 2]$.

Xét hàm số $g(t) = -t^2 - 4t + m$, $\forall t \in [0; 2]$ có $g'(t) = -2t - 4 < 0$, $t \in [0; 2]$ nên hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $[0; 2]$. Do đó $\min_{[0; 2]} g(t) = g(2) = m - 12$ và $\max_{[0; 2]} g(t) = g(0) = m$.

$$\text{Suy ra } \max_{[-1; 3]} y = \max_{[0; 2]} |g(t)| = \max \{ |m|; |m - 12| \} = 2021.$$

$$\bullet \text{ TH1: } \begin{cases} |m| > |m - 12| \\ |m| = 2021 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2021.$$

$$\bullet \text{ TH2: } \begin{cases} |m| < |m - 12| \\ |m - 12| = 2021 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2009.$$

Từ đó ta được: $m_1 + m_2 = 12$.

Chọn đáp án D.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2 - i| + |z_1 - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2} - 1$.

B. $3\sqrt{2} - 2$.

C. $2\sqrt{2} - 2$.

D. $2\sqrt{2} - 1$.

Lời giải tham khảo

Cách giải 1. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z_1 .

$$\text{Ta có } |z_1 + 2 - i| + |z_1 - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow AM + BN = 6\sqrt{2} \text{ với } A(-2;1), B(4;7).$$

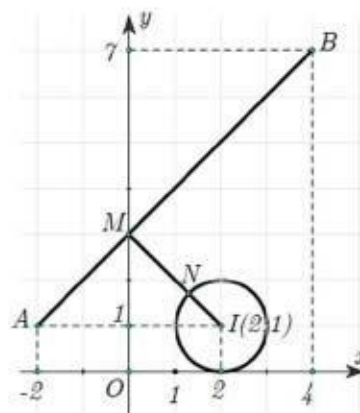
$$\Rightarrow AB = 6\sqrt{2} \Rightarrow M \in \text{đoạn } AB.$$

$$\text{Phương trình đường } AB : x - y + 3 = 0.$$

$$\text{Ta có: } |iz_2 - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |-i| \cdot |-z_1 - 2 - i| = 1$$

$$\Leftrightarrow |-z_2 - 2 - i| = 1 \text{ và đặt } w_2 = -z_2 \text{ thì có}$$

$$|w_2 - 2 - i| = 1 \xrightarrow{N \in (C)} I(2;1), R = 1.$$



$$\text{Khi đó } |z_1 + z_2|_{\min} = |z_1 - w_2|_{\min} = MN_{\min} = d(I, (AB)) - R = 2\sqrt{2} - 1.$$

Chọn đáp án D.

$$\text{Cách giải 2. Ta có: } |iz_2 - 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |z_2 + 2 + i| = 1 \xrightarrow{N \in (C)} I'(-2;-1), R = 1.$$

Lấy đối xứng đường tròn (C) qua gốc tọa độ O được (C') có tâm $I'(2;1)$, $R' = 1$ và gọi N' có điểm biểu diễn là $-z_2$ thì $|z_1 + z_2|_{\min} = MN'_{\min}$ và làm tương tự như trên.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;4)$, $B(0;4;3)$, $C(7;0;-1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Gọi điểm $M \in (Oxy)$ và điểm $N \in (S)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MN + \frac{1}{3}|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ bằng

A. $\sqrt{19}$. B. $\sqrt{35} - 1$. C. $\frac{\sqrt{46} + \sqrt{11}}{2} - 1$. D. $\sqrt{14} + 2$.

Lời giải tham khảo

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R = 1$.

Gọi $G(3;1;2)$ là trọng tâm của $\triangle ABC$ thì $T = MN + MG$.

Nhận thấy I và G nằm cùng một bên so với (Oxy) .

Khi đó điểm đối xứng với G qua (Oxy) là $G'(3;1;-2)$.

$$\text{Ta có: } T = MN + MG \Leftrightarrow T + R = R + MN + MG' \geq IG'$$

$$\Leftrightarrow T + 1 \geq \sqrt{35} \Leftrightarrow T \geq \sqrt{35} - 1 \Rightarrow T_{\min} = \sqrt{35} - 1.$$

Dấu "=" xảy ra khi bốn điểm I, N, M, G thẳng hàng.

Chọn đáp án B.

