ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΣΤΙΣ Α΄, Β΄ ΚΑΙ Γ΄ ΤΑΞΕΙΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΔΕΥΤΕΡΗ ΕΚΔΟΣΗ, ΑΘΗΝΑ 2022

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2014-2020
ανάπτυξη - εργασία - αλληλεγγύη
Πράξη «Αναβάθμιση των Προγραμμάτων Σπουδών και Δημιουργία Εκπαιδευτικού Υλικού Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Α΄ Μέρος 4
Α. ΦΥΣΙΟΓΝΩΜΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 4
Β. ΣΚΟΠΟΘΕΣΙΑ 4
Γ. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ – ΘΕΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ 5
Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση 5
Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία 6
Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες) 7
Δ. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ 8
Ε. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ 9
Β΄ Μέρος 10
Αναλυτική Απεικόνιση του Προγράμματος Σπουδών 10

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΙΣ Α΄, Β΄, Γ΄ ΤΑΞΕΙΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Α΄ Μέρος

Α. ΦΥΣΙΟΓΝΩΜΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Τα Μαθηματικά αναγνωρίζονται ως ένας από τους πλέον κρίσιμους τομείς του ανθρώπινου πολιτισμού, εξαιτίας του ισχυρού τρόπου ερμηνείας του κόσμου που προσφέρουν και της σημαντικής, ως συνέπεια, συνεισφοράς τους στην ανάπτυξη της ατομικής αλλά και της συλλογικής σκέψης. Αυτή η παρατήρηση αιτιολογεί την κεντρική θέση που κατέχουν τα Μαθηματικά διαχρονικά στα Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ) όλων των εκπαιδευτικών συστημάτων, καθιστώντας την επιτυχημένη σχολική μαθητεία σε αυτά καθοριστικό παράγοντα της **γνωστικής** και της **ακαδημαϊκής ανάπτυξης**, της **επαγγελματικής ανέλιξης** και της **κοινωνικής επιτυχίας** κάθε πολίτη και κατ' επέκταση της εξέλιξης των κοινοτήτων στις οποίες αυτός συμμετέχει.

Αντικείμενο των Μαθηματικών είναι η μελέτη δομών και σχέσεων, η κατανόηση των οποίων χαρακτηρίζει αυτό που ονομάζεται μαθηματικός τρόπος σκέψης και συλλογισμού. Η **μαθηματική σκέψη** προϋποθέτει την ικανότητα διαχείρισης των βασικών δομικών στοιχείων των μαθηματικών, καθώς και των τρόπων τεκμηρίωσης και «νομιμοποίησης» του **μαθηματικού συλλογισμού**. Οι μαθηματικοί συλλογισμοί καθιστούν φανερές τις σχέσεις των **μαθηματικών οντοτήτων** και των μεταξύ τους συνδέσεων, δηλαδή τη θέση τους σε ένα **δίκτυο ιδεών** που δομείται στη βάση διαφανών, αυστηρά και λογικά καθορισμένων συνδέσεων. Η συνεκτικότητα και η συνοχή που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική επιστήμη και συνεισφέρουν στην ισχύ και στο εύρος των εφαρμογών της οφείλεται σε αυτήν ακριβώς τη διαπίστωση.

Τα Μαθηματικά στο παρόν ΠΣ γίνονται αντιληπτά ως **ανθρώπινο δημιούργημα** που μπορεί να προσφέρει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες τις γνώσεις και τα εργαλεία ώστε να γίνουν **ενεργοί, χειραφετημένοι και κριτικοί πολίτες** του αύριο, που θα είναι σε θέση να λειτουργούν δυναμικά και αποτελεσματικά τόσο ως άτομα όσο και ως μέλη μιας συνεχώς μεταβαλλόμενης κοινωνίας.

Β. ΣΚΟΠΟΘΕΣΙΑ

Το νέο ΠΣ φιλοδοξεί να προσφέρει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες την ευκαιρία να είναι σε θέση, μέσα από τη συμμετοχή τους στα μαθήματα, να:

- **εκτιμούν και να αποδίδουν αξία στα Μαθηματικά** μέσα από τη συνειδητοποίηση της φύσης της μαθηματικής γνώσης και των κρίσιμων/μεγάλων ιδεών της που συνδέουν και ενοποιούν τα επιμέρους πεδία της μαθηματικής επιστήμης με τρόπους που συμβάλλουν σε μια βαθύτερη και πιο ισχυρή κατανόησή της
- **αναπτύσσουν μαθηματικές διεργασίες και πρακτικές**, όπως ο συλλογισμός, η μοντελοποίηση, η επικοινωνία και ο αναστοχασμός, που ενδυναμώνουν τη μάθηση των Μαθηματικών και υποστηρίζουν σημαντικές ικανότητες και δεξιότητες για τον πολίτη του 21ου αιώνα,
- **αξιοποιούν ποικιλία πόρων και εργαλείων**, όπως η γλώσσα, τα σύμβολα, τα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία, για να διαχειριστούν κατάλληλα μέσα από προσεγγίσεις διερεύνησης αλλά και μαθητείας, αλλαγές, κρίσεις και προκλήσεις στο ακαδημαϊκό, προσωπικό, επαγγελματικό και κοινωνικό περιβάλλον δράσης τους. Τα

διάφορα

«εργαλεία» ενέχουν πολλαπλές ερμηνείες και είναι απαραίτητα για έναν ενεργό διάλογο με το περιβάλλον,

- **αναγνωρίζουν συνδέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων πεδίων της ανθρώπινης γνώσης και δράσης** και εκτιμούν τα Μαθηματικά ως προσπελάσιμο και ενδιαφέρον πεδίο μελέτης,
- **χρησιμοποιούν με αυτοπεποίθηση και εμπιστοσύνη τα Μαθηματικά για να κατανοούν με κριτικό τρόπο τον κόσμο γύρω τους**. Στην κατεύθυνση αυτή συλλέγουν, αναλύουν, οργανώνουν και αξιολογούν δεδομένα ελέγχοντας τις πηγές προέλευσής τους και υπερασπίζονται τις απόψεις τους. Έτσι, δρουν ως υπεύθυνοι πολίτες στους χώρους δράσης τους, συμβάλλοντας δυναμικά στη δημοκρατική και ισότιμη ανάπτυξη των κοινωνιών σε μικρο- και μακρο- επίπεδο,
- **κατανοούν και είναι σε θέση να αξιοποιήσουν τον μαθηματικό λόγο** εντοπίζοντας κρίσιμες μαθηματικές ιδέες, αναλύοντας και ερμηνεύοντας διαφορετικά αναπαραστασιακά συστήματα. Μια τέτοια προσέγγιση βοηθά τους/τις μαθητές/-τριες να αναπτύσσουν πολυτροπικές προσεγγίσεις στην επικοινωνία και να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα με ακρίβεια και ευελιξία.

Ιδιαίτερα στο Γυμνάσιο οι μαθητές/-τριες θα μεταβούν σταδιακά από α) εμπειρικούς τρόπους τεκμηρίωσης των ισχυρισμών τους στην ανάπτυξη μαθηματικών επιχειρημάτων, β) διαισθητικούς τρόπους σύλληψης και περιγραφής των μαθηματικών εννοιών στην αναγνώριση των ιδιοτήτων τους και σε πιο ακριβείς ορισμούς τους, γ) άτυπες αναπαραστάσεις εννοιών και διαδικασιών στην πιο ακριβή χρήση των μαθηματικών εργαλείων και του μαθηματικού λόγου και δ) από τη μοντελοποίηση απλών καταστάσεων της καθημερινής ζωής στη μοντελοποίηση πιο σύνθετων κοινωνικών ζητημάτων.

Γ. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ – ΘΕΜΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

Τα τρία Θεματικά Πεδία που περιλαμβάνει το ΠΣ είναι τα εξής:

Αριθμός, Άλγεβρα και Ανάλυση

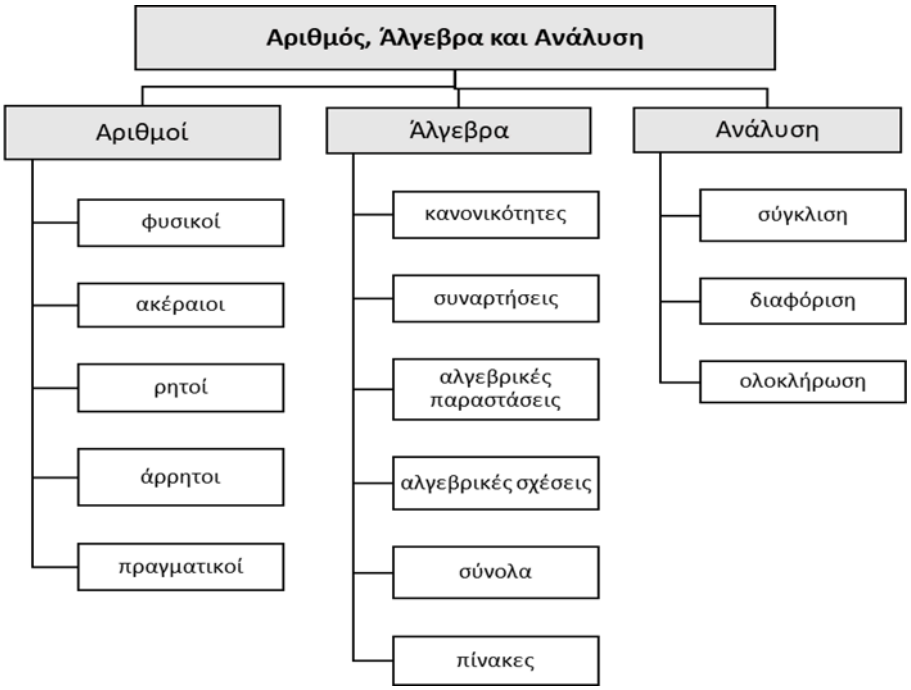
Η ανάπτυξη της αίσθησης του αριθμού από τους/τις μαθητές/-τριες από την υποχρεωτική εκπαίδευση έως και το Λύκειο περιλαμβάνει την αξιοποίηση της εννοιολογικής και της διαδικαστικής αριθμητικής γνώσης για τη μοντελοποίηση καταστάσεων, την επίλυση προβλημάτων και την επικοινωνία με τους άλλους. Η μάθηση των αριθμών περιλαμβάνει την προοδευτική μελέτη των φυσικών, των ακεραίων, των ρητών και των άρρητων αριθμών και ολοκληρώνεται με τη μελέτη του συνόλου των πραγματικών αριθμών.

Τα στοιχεία και οι κανόνες της άλγεβρας αποτελούν αφαιρέσεις των αντίστοιχων στοιχείων και κανόνων της αριθμητικής και επομένως η κατανόησή τους έχει ιδιαίτερες απαιτήσεις. Οι μαθητές/-τριες αναπτύσσουν την αλγεβρική κατανόησή τους μέσα από τη μελέτη μεταβλητών, κανονικοτήτων, εξισώσεων, ανισοτήτων και επίλυση προβλημάτων που η επίλυσή τους βασίζεται στα παραπάνω εργαλεία. Παράλληλα εισάγονται στην έννοια της συμμεταβολής, καθώς και της συνάρτησης και χρησιμοποιούν διαφορετικά συστήματα αναπαράστασής της.

Η Ανάλυση πραγματεύεται προβλήματα τα οποία δεν μπορούν να αντιμετωπιστούν στο πλαίσιο της Άλγεβρας και της Γεωμετρίας. Επικεντρώνεται στη μελέτη συναρτήσεων και των ιδιοτήτων τους. Με την εισαγωγή της σύγκλισης, της

διαφόρισης και της ολοκλήρωσης

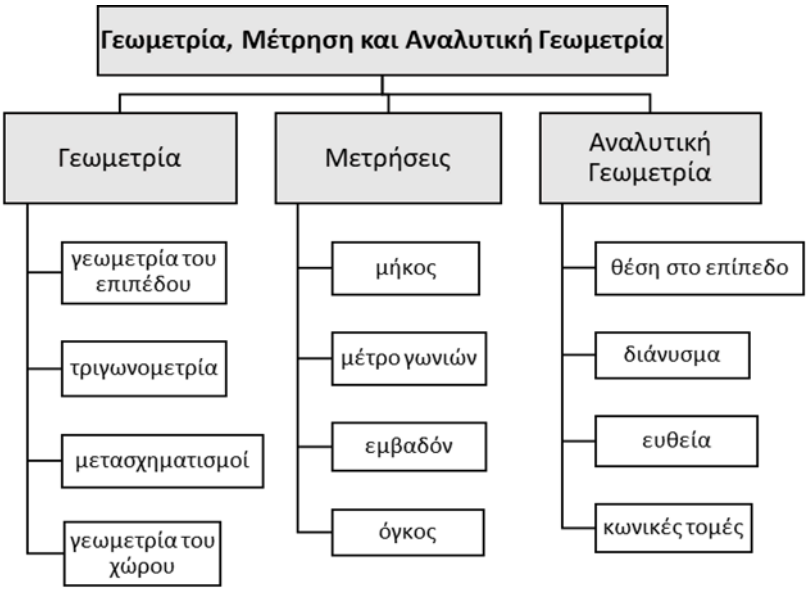
συναρτήσεων καθίστανται δυνατές η μοντελοποίηση και η επίλυση σύνθετων προβλημάτων σε ένα εύρος καταστάσεων και θεμάτων.



Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία

Η μελέτη του πεδίου Γεωμετρία, Μέτρηση και Αναλυτική Γεωμετρία συμβάλλει στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης προσφέροντας δυνατότητες ερμηνείας και παρέμβασης στο φυσικό και δομημένο περιβάλλον. Επιπλέον, υποστηρίζει την αξιοποίηση εργαλείων μελέτης άλλων θεμάτων στα Μαθηματικά και την επιστήμη. Το πιο σημαντικό, ωστόσο, είναι ότι με τη μελέτη της Γεωμετρίας αναπτύσσεται η μαθηματική συλλογιστική, με την οποία αναπτύσσεται τόσο η λογική επιχειρηματολογία και τεκμηρίωση, η οποία είναι σημαντική για κάθε πολίτη, όσο και η δημιουργική σκέψη σε πολλούς τομείς.

Το περιεχόμενο της Γεωμετρίας που αναπτύσσεται στο Δημοτικό αφορά κυρίως τη *μη τυπική Γεωμετρία*. Στο Γυμνάσιο οι μαθητές/-τριες εισάγονται στην προσέγγιση των χωρικών και των γεωμετρικών εννοιών σε αφαιρετικό επίπεδο, ενώ στο Λύκειο η Γεωμετρία και η μέτρηση αναπτύσσονται σε επαρκές επίπεδο πληρότητας, συνδέοντας τον *χωρικό*, *γεωμετρικό* και *οπτικοποιημένο* συλλογισμό με την τυπική αποδεικτική διαδικασία. Η Αναλυτική Γεωμετρία αναπτύσσεται κυρίως στο Λύκειο στα μαθήματα θετικού προσανατολισμού και ολοκληρώνεται με τη μελέτη των γεωμετρικών μετασχηματισμών με χρήση πινάκων.



Στοχαστικά Μαθηματικά (Στατιστική – Πιθανότητες)

Ο βασικός σκοπός της διδασκαλίας της Στατιστικής και των Πιθανοτήτων είναι να αναπτύξει την ικανότητα των μαθητών/-τριών να αξιολογούν, ως μελλοντικοί πολίτες, κριτικά πληροφορίες, να εξάγουν συμπεράσματα, να κάνουν προβλέψεις και να λαμβάνουν αποφάσεις κάτω από αβέβαιες συνθήκες. Η βασική διαφορά των Στοχαστικών Μαθηματικών από τις άλλες θεματικές περιοχές των Μαθηματικών είναι ότι μελετά προβλήματα που σχετίζονται με τη μεταβλητότητα δεδομένων, δηλαδή με τη διαφορετικότητα που υπάρχει γύρω μας (π.χ. τα άτομα διαφέρουν, οι συνθήκες ενός πειράματος διαφέρουν).

Το περιεχόμενο της Στατιστικής εξελίσσεται από τη συλλογή και παρουσίαση δεδομένων από μικρές στατιστικές έρευνες στο Δημοτικό, στη μελέτη συνεχών ποσοτικών δεδομένων και μέτρων θέσης και μεταβλητότητας στο Γυμνάσιο, μέχρι τη μελέτη σχέσεων εξάρτησης μεταξύ δύο μεταβλητών στο Λύκειο.

Το περιεχόμενο των Πιθανοτήτων αναπτύσσεται από την αβεβαιότητα διαφόρων γεγονότων και την έννοια της πιθανότητας στο Δημοτικό, στον υπολογισμό πιθανοτήτων με τον κλασικό ορισμό στο Γυμνάσιο και στις έννοιες της δεσμευμένης πιθανότητας στο Λύκειο.



Δ. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΛΑΙΣΙΩΣΗ – ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

Το ΠΣ για τα Μαθηματικά υποστηρίζει τη **γνωστική-ατομική** και την **κοινωνικοπολιτισμική συμμετοχική** προσέγγιση στη μάθηση των Μαθηματικών, αντιμετωπίζοντάς τες ως συμπληρωματικές και σε συνεχή αλληλεπίδραση. Λαμβάνοντας υπόψη τη συζήτηση και την έρευνα που διεξάγεται διεθνώς αναφορικά με τις αρχές που θα πρέπει να διέπουν ένα σύγχρονο ΠΣ για τα Μαθηματικά, υιοθετείται η άποψη ότι, σε μια τάξη των Μαθηματικών, η μάθηση και η διδασκαλία εξελίσσονται τόσο σε ατομικό όσο και σε συλλογικό επίπεδο.

Το ΠΣ, αναγνωρίζοντας την κρισιμότητα της μαθηματικής γνώσης σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δράσης, επενδύει στη δημιουργία περιβαλλόντων μάθησης που δίνουν τη δυνατότητα δημιουργίας συνδέσεων μεταξύ της γνώσης του περιεχομένου των Μαθηματικών και της εφαρμογής των εννοιών και των διαδικασιών που το χαρακτηρίζουν. Επιπλέον, υποστηρίζει την ανάπτυξη **υψηλού επιπέδου μαθηματικού συλλογισμού, μαθηματικών ικανοτήτων διατύπωσης και επίλυσης ολοένα και πιο περίπλοκων προβλημάτων, τη διαμόρφωση στάσεων και πεποιθήσεων** που βοηθούν τους/τις μαθητές/-τριες να αντιμετωπίσουν με αποτελεσματικό τρόπο προβλήματα στα Μαθηματικά, όπως και εκτός αυτών. Σε αυτήν την κατεύθυνση, το ΠΣ για τα Μαθηματικά αναγνωρίζει ως σημαντική την ανάδειξη **των μαθηματικών πρακτικών ταυτόχρονα με τη μάθηση του μαθηματικού περιεχομένου**. Οι διαδικασίες μάθησης που λαμβάνουν χώρα στην τάξη των Μαθηματικών συνδέονται στενά με την έννοια του **μαθηματικού γραμματισμού**. Πρόκειται για την ικανότητα του ατόμου α) να αναλύει, να ερμηνεύει και να επεμβαίνει στο κοινωνικό του περιβάλλον, χρησιμοποιώντας ως εργαλείο τα Μαθηματικά και β) να αναλύει και ερμηνεύει τον τρόπο που χρησιμοποιούνται τα Μαθηματικά για τη λήψη αποφάσεων στο κοινωνικό περιβάλλον. Τέλος, το ΠΣ επιδιώκει να προσφέρει ευκαιρίες για **πολλαπλούς τρόπους συμμετοχής στη μαθηματική δραστηριότητα** μέσα στη σχολική τάξη αναδεικνύοντας τα Μαθηματικά που είναι
«**χρήσιμα**», που όμως «**παραμένουν μαθηματικά**», δηλαδή, πλούσια σε μαθηματικά νοήματα.

Το ΠΣ των Μαθηματικών αναγνωρίζει ότι η μάθηση των Μαθηματικών είναι μια δυναμική, σταδιακή και συνεχής διαδικασία, στην οποία ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού είναι καθοριστικός και καίριας σημασίας. Επιπρόσθετα στοχεύει σε όλους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες, λαμβάνοντας υπόψη τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους νοηματοδοτούν τις εμπειρίες τους και τις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες στις τάξεις των Μαθηματικών, αλλά και τις διαφορετικές τους κοινωνικές, πολιτισμικές και συναισθηματικές τους αφετηρίες. Το ΠΣ υποστηρίζει διδακτικές στρατηγικές **συμπερίληψης** και **διαφοροποίησης** αναγνωρίζοντας ότι οι μαθητές/-τριες διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τον τρόπο και τον ρυθμό που μαθαίνουν, τα ενδιαφέροντά τους, τις προηγούμενες γνώσεις και τις εμπειρίες τους, την κουλτούρα και τη γλώσσα τους. Συνεπώς, κάθε μαθητής και μαθήτρια, ανάλογα με τις γνωστικές ή άλλες ανάγκες του/της, προσκαλείται να εμπλακεί σε έργα μάθησης που οδηγούν σε αυθεντική μαθηματική δραστηριότητα, η οποία προσφέρει προκλήσεις ανάπτυξης της μαθηματικής του/της σκέψης και συμβάλλουν στη συλλογική συγκρότηση του μαθηματικού νοήματος μέσα από τη συμμετοχή του/της στα δρώμενα της τάξης. Το ΠΣ ενθαρρύνει την προσέγγιση της **πολιτισμικά ευαισθητοποιημένης διδασκαλίας των Μαθηματικών** που συνδέεται με την επίγνωση των διαφορετικών πολιτισμικών αξιών, παραδόσεων και κατανοήσεων που κάθε μαθητής/-τρια «φέρνει» στην τάξη.

Μια κεντρική διδακτική πρακτική του/της εκπαιδευτικού αφορά την επιλογή και διαχείριση του κατάλληλου μαθηματικού έργου που θα πυροδοτήσει την επιθυμητή μαθηματική δραστηριότητα. Πρόκειται για την εργασία που αναθέτει ο/η εκπαιδευτικός στους/στις μαθητές/-τριες και στα μαθηματικά χαρακτηριστικά της δράσης που

αναδεικνύεται στην πορεία εκπόνησής της. Το μαθηματικό έργο συνδέεται άμεσα, αλλά όχι αποκλειστικά, με τις μαθηματικές πρακτικές που θα αναπτύξει ο/η μαθητής/-τρια. Ο/Η εκπαιδευτικός καλείται να μην περιορίζει τις επιλογές του σε έργα που εστιάζουν στην εφαρμογή αλγορίθμων και μαθηματικών τύπων αλλά να επιλέγει έργα που ανταποκρίνονται στα ενδιαφέροντα ή/και τις εμπειρίες των μαθητών/-τριών, αντλούν προβληματισμούς από πραγματικές καταστάσεις της καθημερινότητας, επιδέχονται διαφορετικές μεθόδους επίλυσης και απαιτούν τεκμηριωμένες επεξηγήσεις και παραδοχές. Γενικότερα, το ζητούμενο είναι έργα που εμπλέκουν τους/τις μαθητές/-τριες στην αναζήτηση ιδιοτήτων και σχέσεων, στη δημιουργία συνδέσεων και σε δράσεις διερεύνησης, πειραματισμού και αναστοχασμού.

Το μαθηματικό έργο μπορεί να είναι ένα παιχνίδι ή μια άσκηση ή ένα πρόβλημα ή ακόμα και μια ερώτηση που θα θέσει ο/η εκπαιδευτικός στην τάξη. Ωστόσο, η απλή εμπλοκή των μαθητών/-τριών σε ένα μαθηματικό έργο (π.χ. επίλυση εξίσωσης), δεν είναι αρκετό για να θεωρηθεί ότι οι μαθητές/-τριες αναπτύσσουν μια πλούσια μαθηματική δραστηριότητα. Μια πλούσια μαθηματική δραστηριότητα προσφέρει στους/στις μαθητές/- τριες την ευκαιρία να αναπτύξουν ποικιλία μαθηματικών και κοινωνικο-πολιτισμικών πρακτικών που θα τους/τις οδηγήσουν στις μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών (όπως είναι η απόδειξη, η ισοδυναμία και οι μετασχηματισμοί), στην ανάπτυξη των αντίστοιχων μαθηματικών νοημάτων και, εν τέλει, αυθεντικής μαθηματικής σκέψης.

Ε. ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Μια από τις βασικές επιδιώξεις του νέου ΠΣ των Μαθηματικών αποτελεί η αναβάθμιση της διαδικασίας της αξιολόγησης. Η αξιολόγηση διατρέχει όλη τη διδακτική διαδικασία, ελέγχει την πορεία επίτευξης των ΠΜΑ και ανατροφοδοτεί την πορεία μάθησης των μαθητών/-τριών σε ατομικό αλλά και σε συλλογικό επίπεδο. Δεν πρόκειται για
«βαθμολογία», «μέτρηση», «συμπλήρωμα διδασκαλίας» αλλά για μια πολύπλοκη διαδικασία πλήρως ενσωματωμένη στη διδασκαλία, που συνιστά μηχανισμό συνεχούς αποτίμησης και ανατροφοδότησης των δύο κεντρικών όψεων της εκπαιδευτικής πράξης, δηλαδή, της μάθησης και της διδασκαλίας. Με αυτήν την έννοια, η πρόταση που υιοθετείται από το ΠΣ είναι η διαμορφωτική προσέγγιση στη διαδικασία της αξιολόγησης και ειδικότερα της «αξιολόγησης για μάθηση».

Η σαφής οργάνωση των ΠΜΑ σε διακριτές ομάδες και η εξελικτική πορεία ανάπτυξής τους σε κάθε τάξη, από τάξη σε τάξη και από βαθμίδα σε βαθμίδα εκπαίδευσης επιτρέπει στον/στην εκπαιδευτικό, με την αξιοποίηση διαγνωστικών εργαλείων αξιολόγησης, να καταγράφει και να ενημερώνεται για τον βαθμό κατάκτησης της μαθηματικής γνώσης από τους/τις μαθητές/-τριες στη διάρκεια του σχολικού έτους, να εντοπίζει τις δυσκολίες και τις ελλείψεις τους και να σχεδιάζει τον τρόπο στήριξης και ανατροφοδότησής τους.

Η αξιολόγηση του επιπέδου της μάθησης που έχουν επιτύχει οι μαθητές/-τριες πραγματοποιείται τόσο ανεπίσημα (άτυπα) κατά την εξέλιξη του μαθήματος μέσα στη σχολική τάξη όσο και επίσημα (τυπικά: τεστ, διαγωνίσματα, έργα, συνθετικές εργασίες). Ο/Η εκπαιδευτικός καλείται να προσαρμόζει την αξιολογική διαδικασία στις
«ιδιαιτερότητες» και τις ανάγκες των μαθητών/-τριών της τάξης του/της, να διαμορφώνει ανάλογα το πώς και το τι προτίθεται να αξιολογήσει και να αξιοποιεί τα κατάλληλα εργαλεία αξιολόγησης.

Β΄ Μέρος

Αναλυτική Απεικόνιση του Προγράμματος Σπουδών

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ			
Θεματικό Πεδίο	**Θεματικές Ενότητες**	**Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα**	**Ενδεικτικές Δραστηριότητες**
		Οι μαθητές/-τριες είναι σε θέση:	
ΑΡΙΘΜΟΙ	Φυσικοί αριθμοί.	Αρ.Φ.7.1. Να προσδιορίζουν το σύνολο των φυσικών αριθμών 0,1,2,3, … καθώς και τους άρτιους και περιττούς φυσικούς αριθμούς.	• Έργα στα οποία η έμφαση είναι στη γενίκευση (ταυτότητα ευκλείδειας διαίρεσης) όσο και στην αιτιολόγηση ισχυρισμών και την επιχειρηματολογία. Για παράδειγμα προβλήματα που χρειάζονται την ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, επιτρέπουν γενικεύσεις πχ. στην εύρεση του ΕΚΠ και ΜΚΔ και αιτιολογήσεις όπως γιατί ο 35 διαιρεί τον 19·7·2·5. • Η χρησιμότητα άλλων αριθμητικών θεσιακών συστημάτων μπορεί να αναδειχθεί μέσα από παραδείγματα από ποικίλα πλαίσια (ιστορικά, από την πληροφορική, κρυπτογραφία κ.λπ.). Για παράδειγμα μπορεί να αξιοποιηθούν ιστορικά στοιχεία από το δεκαεξαδικό σύστημα των Βαβυλωνίων και μέσα από το έργο να αναδειχθούν κοινωνικο-πολιτισμικά στοιχεία που τονίζουν τη διαλεκτική σχέση ανάμεσα στη ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και του πολιτισμού.
		Αρ.Φ.7.2. Να αναγνωρίζουν και να εκφράζουν συμβολικά την ταυτότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης και να τη χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων.	
		Αρ.Φ.7.3. Να εφαρμόζουν την έννοια της διαιρετότητας για να λύνουν προβλήματα.	
		Αρ.Φ.7.4. Να αναγνωρίζουν τον τρόπο λειτουργίας του αλγορίθμου του Ευκλείδη για την εύρεση του ΜΚΔ των φυσικών αριθμών.	
		Αρ. Φ.7.5. Να υπολογίζουν το ΕΚΠ και το ΜΚΔ με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.	
		Αρ.Φ.7.6. Να διερευνούν το δυαδικό σύστημα αρίθμησης φυσικών αριθμών και να το συγκρίνουν με το δεκαδικό κάνοντας	

ΑΡΙΘΜΟΙ		μετατροπές μεταξύ τους.	
		Αρ.Φ.7.7. Να διατυπώνουν και να χρησιμοποιούν τον ορισμό των δυνάμεων με βάση φυσικό και εκθέτη φυσικό ν>0 σε υπολογισμούς.	
	Ακέραιοι αριθμοί.	Αρ.Α.7.1. Να αναγνωρίζουν την ανάγκη εισαγωγής των ακέραιων αριθμών στην επίλυση προβλημάτων που δε λύνονται στο πλαίσιο των φυσικών αριθμών.	• Τα έργα που υποστηρίζουν μοντέλα επεξήγησης των πράξεων των ακεραίων και των ιδιοτήτων τους είναι χρήσιμα, καθώς βοηθούν τη νοηματοδότηση. Για παράδειγμα, παιχνίδια με κάρτες (όπου οι κόκκινες αντιστοιχούν στους θετικούς και οι μαύρες στους αρνητικούς), μεταφορές με «ρομπότ», τα οποία μετακινούνται πάνω στην ευθεία των αριθμών με βάση κανόνες, ή η μεταβολή θερμοκρασίας κ.λπ. μπορούν να αντιστοιχίσουν με κατανοητό τρόπο τις πράξεις σε απλές κινήσεις του παιχνιδιού. • Για τον πολλαπλασιασμό ετερόσημων αριθμών είναι σημαντικό να δοθεί στους/στις μαθητές/-τριες η δυνατότητα να κατανοήσουν τη λειτουργία του χωρίς να σκέφτονται τις πράξεις από μνήμης. Για παράδειγμα, το γινόμενο «5 φορές το –3» θα μπορούσε να υπολογιστεί ως (–3)+(–3)+(–3)+(–3)+(–3). Αυτό μπορεί να στηριχτεί και στο μοντέλο των καρτών (σε μία ομάδα που έχει 0 πόντους προσθέτουμε πέντε τριάδες αρνητικών καρτών) είτε στην κίνηση στην αριθμογραμμή (πέντε βήματα μήκους 3, όλα προς τα αριστερά). Για τη διερεύνηση του γινομένου αρνητικών, οι μαθητές/-τριες μπορούν να
		Αρ.Α.7.2. Να διακρίνουν θετικούς και αρνητικούς ακεραίους, καθώς και ομόσημους και ετερόσημους.	
		Αρ.Α.7.3. Να διερευνούν τη σχέση των ακεραίων με τους φυσικούς αριθμούς.	
		Αρ.Α.7.4. Να αναγνωρίζουν την απόλυτη τιμή ακέραιων αριθμών ως την απόστασή τους από το μηδέν (0) στην αριθμογραμμή.	
		Αρ.Α.7.5. Να περιγράφουν τα χαρακτηριστικά δύο αντίθετων αριθμών.	
		Αρ.Α.7.6. Να προσθέτουν και να αφαιρούν ακέραιους αριθμούς, χρησιμοποιώντας στην αρχή εποπτικά μοντέλα και ύστερα μαθηματικές ισότητες για να περιγράφουν προσθέσεις και αφαιρέσεις.	
		Αρ.Α.7.7. Να πολλαπλασιάζουν	

			προκληθούν να χρησιμοποιήσουν τις κανονικότητες (π.χ. … (–3)(+3)=–9, (–3)(+2)=–6, (–

ΑΡΙΘΜΟΙ		ακέραιους αριθμούς χρησιμοποιώντας εποπτικά μοντέλα και να καταλήγουν στον ορισμό του πολλαπλασιασμού ακεραίων.	3)(+1)=–3, (–3)·0=0, (–3)(–1)=;), όπως επίσης και την ιδέα ότι το γινόμενο (–3)(–2) θα πρέπει να διαφέρει από το (–3)(+2). Ίσως βοηθήσουν και παραλληλισμοί όπως: «ο αντίπαλος του συμπαίκτη μου είναι αντίπαλός μου» και «ο αντίπαλος του αντιπάλου μου είναι συμπαίκτης μου» (π.χ. σε κάποιον υποτιθέμενο αγώνα ποδοσφαίρου). Αν οι συνθήκες της τάξης το επιτρέπουν, μπορεί να παρουσιαστεί και μια άτυπη «απόδειξη» (π.χ. (–3)(+2)+(–3)(–2)=(–3)(+2–2)=0 άρα –6+(–3)(–2)=0, οπότε θα πρέπει (–3)(–2)=+6).
		Αρ.Α.7.8. Να διατυπώνουν και να χρησιμοποιούν τον ορισμό των δυνάμεων με βάση ακέραιο και εκθέτη φυσικό ν>0 σε υπολογισμούς.	
		Αρ.Α.7.9. Να ερμηνεύουν τις πολλαπλές σημασίες των συμβόλων «+» και «-».	
		Αρ.Α.7.10. Να συγκρίνουν το νόημα της πρόσθεσης ως αύξησης και της αφαίρεσης ως ελάττωσης στους φυσικούς με το νόημα των αντίστοιχων πράξεων στους ακέραιους.	
		Αρ.Α.7.11. Να μοντελοποιούν και να λύνουν προβλήματα με ακέραιους σε πραγματικά και μαθηματικά πλαίσια.	
	Ρητοί αριθμοί.	Αρ.Ρ.7.1. Να αναγνωρίζουν την ανάγκη εισαγωγής των ρητών αριθμών για την επίλυση προβλημάτων που δε λύνονται στο πλαίσιο των ακεραίων.	• Η έννοια της πυκνότητας των ρητών είναι απαιτητική στην κατανόησή της και για αυτό προτείνονται έργα όπου η ιδιότητα μπορεί να αναδειχθεί μέσα από δραστηριότητες αναζήτησης ενός ρητού ανάμεσα σε δύο άλλους και ενός ρητού που να είναι ο «πλησιέστερος» σε κάποιον άλλο. Τέτοια έργα βασίζονται στην καλή κατανόηση των διάφορων αναπαραστάσεων των ρητών. Για παράδειγμα, η

		Αρ.Ρ.7.2. Να διερευνούν διαφορετικές αναπαραστάσεις ρητών αριθμών (δεκαδική, κλασματική) και να κάνουν μετατροπές από τη μία μορφή στην άλλη.	αναζήτηση του επόμενου του 2/5 θα φέρει στο προσκήνιο τις εναλλακτικές

ΑΡΙΘΜΟΙ		Αρ.Ρ.7.3. Να συγκρίνουν και να διατάσσουν ρητούς, να τους αναπαριστούν στην αριθμογραμμή και να αναγνωρίζουν ότι ένας ρητός δεν έχει επόμενο. Αρ.Ρ.7.4. Να αναγνωρίζουν την απόλυτη τιμή ρητών αριθμών ως την απόστασή τους από το μηδέν (0) στην αριθμογραμμή. Αρ.Ρ.7.5. Να επεκτείνουν στους ρητούς την πρόσθεση, την αφαίρεση και τον πολλαπλασιασμό των ακεραίων. Αρ.Ρ.7.6. Να διαιρούν ρητούς μέσω του πολλαπλασιασμού του ενός με τον αντίστροφο του άλλου. Αρ.Ρ.7.7. Να κάνουν πράξεις μεταξύ ρητών αριθμών, σε κλασματική ή δεκαδική μορφή. Αρ.Ρ.7.8. Να επεκτείνουν τις ιδιότητες των πράξεων των ακεραίων στους ρητούς. Αρ.Ρ.7.9. Να διατυπώνουν και να χρησιμοποιούν τον ορισμό των δυνάμεων με βάση ρητό και εκθέτη φυσικό ν>0. Αρ.Ρ.7.10. Να προσδιορίζουν το πρόσημο της δύναμης ρητού αριθμού με βάση τον ορισμό.	αναπαραστάσεις των ρητών (δεκαδική, κλασματική με άλλον παρονομαστή, στην ευθεία των αριθμών) και επομένως προαπαιτείται η κατανόηση του κλάσματος ως αριθμού και η ευελιξία στη σύγκριση κλασμάτων (ή κλάσματος με ακέραιο, δεκαδικό κ.λπ.). ● Τα έργα στους ρητούς μπορούν να διευκολύνουν στη συζήτηση και αντιμετώπιση γνωστών παρανοήσεων των μαθητών/- τριών σχετικά με τις πράξεις, όπως ότι η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνουν τον αρχικό αριθμό, ενώ η αφαίρεση και η διαίρεση τον μικραίνουν. Αυτά μπορούν να δοθούν σε ένα πλαίσιο φυσικό, μέσα από προβλήματα και δραστηριότητες που δίνουν νόημα στους υπολογισμούς και αναδεικνύουν την αναγκαιότητα και λειτουργία των πράξεων. Κάποια από τα προβλήματα μπορούν να σχετίζονται με βασικές πλευρές της έννοιας του θετικού ρητού (προβλήματα ποσοστών, αναλογιών, τόκου κ.λπ.) και κάποια άλλα να εμπλέκουν και αρνητικούς ρητούς (προβλήματα μεταβολής θερμοκρασίας, κέρδους – ζημίας κ.λπ.).

ΑΡΙΘΜΟΙ		Αρ.Ρ.7.11. Να υπολογίζουν την τιμή μιας αριθμητικής παράστασης με ρητούς κάνοντας χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (μπορεί να περιέχει δυνάμεις με εκθέτη φυσικό και παρενθέσεις).	
		Αρ.Ρ.7.12. Να αξιοποιούν την τυποποιημένη μορφή των ρητών αριθμών για την αναπαράσταση φυσικών μεγεθών μεγάλου μεγέθους.	
		Αρ.Ρ.7.13. Να χρησιμοποιούν τους ρητούς στην επίλυση προβλημάτων σε μαθηματικό και ρεαλιστικό πλαίσιο.	
ΑΛΓΕΒΡΑ	Κανονικότητες.	Αλ.Κ.7.1. Να αναγνωρίζουν, να συγκρίνουν, να περιγράφουν κανονικότητες και να τις εκφράζουν ως αριθμητικές κανονικότητες με φυσικούς αριθμούς.	● Σε έργα δημιουργίας κανονικοτήτων μπορούν να αξιοποιούν χειραπτικά, ψηφιακά ή άλλα μέσα (π.χ. πτυσσόμενα κυβάκια, διατάξεις σημείων) μεταφράζοντας και περιγράφοντας αυτά σε ακολουθίες ρητών αριθμών. Τα εν λόγω έργα αναπαράστασης κανονικοτήτων διευκολύνουν τους/τις μαθητές/-τριες να εικάσουν λύσεις, να μοιραστούν με τους άλλους τις ιδέες τους και να συνδυάσουν την αλγεβρική γλώσσα με διαφορετικούς τρόπους αναπαράστασης.
		Αλ.Κ.7.2. Να συμπληρώνουν, να επεκτείνουν και να δημιουργούν αριθμητικές κανονικότητες με φυσικούς αριθμούς.	

		Αλ.Κ.7.3. Να αναπαριστούν κανονικότητες με διάφορους τρόπους, όπως εικόνες ή γεωμετρικά σχήματα, πίνακες τιμών και σημεία σε σύστημα αξόνων, και να μεταβαίνουν από τη μία αναπαράσταση στην άλλη.	

ΑΛΓΕΒΡΑ		Αλ.Κ.7.4. Να διερευνούν κανονικότητες που μπορούν να εκφραστούν στη μορφή α.ν. (με α ρητό και ν τη σειρά του όρου) και να διατυπώνουν τον γενικό τους όρο λεκτικά και συμβολικά.	
		Αλ.Κ.7.5. Να λύνουν προβλήματα που συναντούν στα Μαθηματικά και την καθημερινή ζωή με κανονικότητες.	
	Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.7.1. Να μεταφράζουν από λεκτικές εκφράσεις σε απλές αλγεβρικές παραστάσεις και αντίστροφα.	● Προβλήματα που έχουν χαρακτήρα παιχνιδιού και είναι διατυπωμένα λεκτικά είναι έργα που μπορούν να προκαλέσουν κινητοποίηση και εμπλοκή των μαθητών/- τριών σε διαδικασίες μαθηματικοποίησης. Παράδειγμα τέτοιου έργου είναι η επίλυση ενός προβλήματος υπολογισμού των αγώνων μιας ομάδας η οποία παίζει αγώνες σε ένα πρωτάθλημα με ν άλλες ομάδες και κάποιους περιορισμούς για το είδος των μεταξύ τους αγώνων. ● Η σύνθεση προβλημάτων (problem posing) από τους/τις ίδιους/-ες τους/τις μαθητές/-τριες τα οποία να καταλήγουν σε μια δοσμένη αλγεβρική παράσταση ή έναν τύπο παράστασης, αποτελεί μια διαδικασία η οποία βοηθάει τους/τις μαθητές/-τριες να κατανοήσουν την ερμηνεία, τον σχηματισμό και τη λειτουργία των παραστάσεων. Τέτοιο παράδειγμα μπορεί να είναι να δημιουργηθεί κατάλληλο πρόβλημα του οποίου η λύση να εκφράζεται από την παράσταση: α(β+2) – 3β.
		Αλ.Π.7.2. Να διακρίνουν τα στοιχεία μιας αλγεβρικής παράστασης .	
		Αλ.Π.7.3. Να λύνουν πραγματικά και μαθηματικά προβλήματα χρησιμοποιώντας αριθμητικές και αλγεβρικές παραστάσεις.	
		Αλ.Π.7.4. Να συνθέτουν προβλήματα τα οποία λύνονται με χρήση αριθμητικών και αλγεβρικών παραστάσεων.	
		Αλ.Π.7.5. Να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών και να κατασκευάζουν πίνακες τιμών.	

ΑΛΓΕΒΡΑ		Αλ.Π.7.6. Να χρησιμοποιούν την επιμεριστική ιδιότητα α(β±γ)=αβ±αγ για να μετατρέπουν αλγεβρικές παραστάσεις σε απλούστερη μορφή.	
		Αλ.Π.7.7. Να ερμηνεύουν γεωμετρικά την επιμεριστική ιδιότητα: α(β+γ)=αβ+αγ με α, β και γ θετικούς.	
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.7.1. Να διερευνούν και να διατυπώνουν τις ιδιότητες της ισότητας με βάση μοντέλα – μεταφορές.	• Έργα μοντελοποίησης - μαθηματικοποίησης που μπορούν να αφορούν γνώριμες στους/στις μαθητές/-τριες καταστάσεις και η λύση τους να απαιτεί επίλυση απλής γραμμικής εξίσωσης, όπως η εύρεση του χρόνου ομιλίας ενός κινητού τηλεφώνου, αν είναι δεδομένα τα πάγια και η χρέωση ανά λεπτό. • Η χρήση της ψηφιακής τεχνολογίας μπορεί να υποβοηθήσει την κατανόηση ιδιοτήτων της ισότητας και της ισοδυναμίας μέσω κατάλληλων μοντέλων (όπως της ζυγαριάς, της μπάρας κ.λπ.). Πηγές μπορούν να είναι το φωτόδεντρο ή το geogebra: https://www.geogebra.org/m/etjvekuy • https://www.geogebra.org/ m/PfkuZ79f • https://www.geogebra.org/ m/xfqjck9q
		Αλ.Σχ.7.2. Να αναγνωρίζουν την εξίσωση με έναν άγνωστο αριθμό x ως μια μαθηματική ισότητα η οποία ισχύει για συγκεκριμένες τιμές του x, καθώς και τους όρους της.	
		Αλ. Σχ.7.3. Να αναγνωρίζουν ότι μια εξίσωση είναι ισοδύναμη με μια άλλη όταν έχουν τις ίδιες λύσεις.	
		Αλ. Σχ.7.4. Να εφαρμόζουν ιδιότητες διατήρησης της ισότητας για να μετασχηματίσουν εξισώσεις της μορφής αx+β=γ με ρητούς συντελεστές σε ισοδύναμες μορφές.	
		Αλ. Σχ.7.5. Να επιλύουν εξισώσεις της μορφής αχ+β=γ με εφαρμογή των ιδιοτήτων της διατήρησης της	

		ισότητας και των	

		πράξεων.	
		Αλ. Σχ.7.6. Να επιλύουν προβλήματα της καθημερινής ζωής με εξισώσεις της μορφής αx+β=γ αριθμητικά, μέσω κατάλληλων μοντέλων και αλγεβρικά με τις ιδιότητες της ισότητας.	
		Αλ. Σχ.7.7. Να συνθέτουν προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις της μορφής αx+β=γ.	
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.7.1. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν βασικές γεωμετρικές έννοιες (σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα, γωνία) σε απλά και σύνθετα γεωμετρικά σχήματα.	● Αναγνώριση βασικών επίπεδων γεωμετρικών εννοιών (ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες, ημιευθείες, καμπύλες γραμμές: τοποθετημένα σε διαφορετικές θέσεις και προσανατολισμούς), οι οποίες δίνονται στους/στις μαθητές/-τριες και κατηγοριοποίηση αυτών με βάση κριτήρια επιλογής των μαθητών/-τριών. ● Αναγνώριση επίπεδων γεωμετρικών σχημάτων τα οποία είναι τοποθετημένα σε διαφορετικές θέσεις και προσανατολισμούς (τρίγωνα, τετράπλευρα, πεντάγωνα, εξάγωνα, ορθογώνια, τετράγωνα, τραπέζια) και ταξινόμηση αυτών με βάση κριτήρια που επιλέγουν οι μαθητές/-τριες. ● Αξιοποίηση της ιδιότητας των σημείων της μεσοκαθέτου για τον εντοπισμό του κέντρου κυκλικού δίσκου (νομίσματος, κυκλικής πλατείας, πίτσα κ.λπ.) με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων ή με γεωμετρικά όργανα.
		Γ.Ε.7.2. Να προσδιορίζουν είδη γωνιών διατυπώνοντας τους σχετικούς ορισμούς.	
		Γ.Ε.7.3. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος και την ιδιότητα των σημείων της διχοτόμου γωνίας.	

		Γ.Ε.7.4. Να εφαρμόζουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος για να αναγνωρίζουν ιδιότητες του ισοσκελούς και του	• Αναγνώριση γεωμετρικών σχημάτων και διερεύνηση των ιδιοτήτων τους με χρήση ψηφιακών εργαλείων.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		ισόπλευρου τριγώνου.	Αξιοποίηση του «συρσίματος» ως τρόπου ελέγχου αν ένα σχήμα διατηρεί τη μορφή του. ● Διερεύνηση τρόπου υπολογισμού του αθροίσματος γωνιών τετραπλεύρου χωρίζοντάς το σε τρίγωνα. Επέκταση της μεθόδου σε πολύγωνα με πλευρές 5, 6, 7 και 8. Αναζήτηση του γενικού τύπου.
		Γ.Ε.7.5. Να σχεδιάζουν με γεωμετρικά όργανα τη διχοτόμο γωνίας, τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος και να περιγράφουν τη διαδικασία.	
		Γ.Ε.7.6. Να διερευνούν και να προσδιορίζουν σχέσεις μεταξύ γωνιών (κατακορυφήν, συμπληρωματικές και παραπληρωματικές).	
		Γ.Ε.7.7. Να διερευνούν και να περιγράφουν τις σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο.	
		Γ.Ε.7.8. Να προσδιορίζουν σχέσεις γωνιών που σχηματίζονται από παράλληλες ευθείες και μια τέμνουσά τους και να τις εφαρμόζουν σε απλά προβλήματα.	
		Γ.Ε.7.9. Να αναγνωρίζουν είδη τριγώνων και να τα ταξινομούν με βάση σχέσεις των πλευρών και το είδος των γωνιών του.	

		Γ.Ε.7.10. Να χρησιμοποιούν γεωμετρικά όργανα και ψηφιακά μέσα για να διατυπώνουν και να ελέγχουν εικασίες σχετικά με ιδιότητες που αφορούν τα κύρια και τα δευτερεύοντα στοιχεία του τριγώνου.	
		Γ.Ε.7.11. Να	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		αναπτύσσουν λογικούς συλλογισμούς για να τεκμηριώσουν ότι το άθροισμα γωνιών τριγώνου είναι 180 μοίρες.	
		Γ.Ε.7.12. Να διερευνούν είδη τετράπλευρων (παραλληλόγραμμα, τραπέζια) και να διατυπώνουν σχετικούς ορισμούς.	
		Γ.Ε.7.13. Να χρησιμοποιούν γεωμετρικά όργανα και ψηφιακά εργαλεία για να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες σχετικά με τις ιδιότητες παραλληλογράμμου, ορθογωνίου, ρόμβου και τετραγώνου τις οποίες να τεκμηριώνουν αναπτύσσοντας λογικούς συλλογισμούς.	
		Γ.Ε.7.14. Να ταξινομούν τα είδη των τετραπλεύρων με βάση τις ιδιότητές τους.	
		Γ.Ε.7.15. Να σχεδιάζουν με γεωμετρικά όργανα τρίγωνα και παραλληλόγραμμα με δεδομένα χαρακτηριστικά και να περιγράφουν τα βήματα της σχεδίασης.	

		Γ.Ε.7.16. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της μεσοκαθέτου, της παραλληλίας και της καθετότητας ευθειών και των παραλληλογράμμων	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		στην επίλυση απλών προβλημάτων.	
		Γ.Ε.7.17. Να προσδιορίζουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων του κύκλου και να περιγράφουν τα στοιχεία του κύκλου.	
		Γ.Ε.7.18. Να σχεδιάζουν με τη χρήση του γνώμονα την εφαπτομένη κύκλου σε σημείο του.	
		Γ.Ε.7.19. Να διερευνούν και να προσδιορίζουν τις σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου.	
	Μετασχηματισμοί	Γ.Μ.7.1. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς συμμετρίας ως προς άξονα και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.	• Διερεύνηση της σχέσης δύο σημείων (αρχικό και τελικό) σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων όπου το αρχικό σημείο έχει υποστεί έναν μετασχηματισμό (συμμετρία ως προς άξονα). Αναγνώριση της σχέσης ανάμεσα στις συντεταγμένες των δύο σημείων (αρχικό και τελικό) και προσπάθεια γενίκευσης. • Αξιοποίηση του μετασχηματισμού της αξονικής συμμετρίας στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων γεωμετρικών σχημάτων, για παράδειγμα, της ιδιότητας των σημείων της μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος. • Αναζήτηση των αξόνων συμμετρίας διαφορετικών ειδών πολυγώνων (κυρτά, μη κυρτά, κανονικά και μη κανονικά, τραπέζια, παραλληλόγραμμα) και ταξινόμησή τους με βάση το
		Γ.Μ.7.2. Να αναγνωρίζουν σχήματα με άξονα συμμετρίας και να σχεδιάζουν τους άξονες συμμετρίας σε αυτά.	
		Γ.Μ.7.3. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό συμμετρίας ως προς άξονα.	
		Γ.Μ.7.4. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της αξονικής συμμετρίας στον σχεδιασμό σχημάτων και στην	

		αιτιολόγηση	πλήθος των αξόνων συμμετρίας και κριτήρια όπως «το πολύ ένας άξονας συμμετρίας», «τουλάχιστον ένας άξονας συμμετρίας», «άρτιο και μη μηδενικό

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		ιδιοτήτων τους.	πλήθος αξόνων συμμετρίας», «περιττό πλήθος αξόνων συμμετρίας» κ.λπ.
		Γ.Μ.7.5. Να σχεδιάζουν τα συμμετρικά γεωμετρικών σχημάτων ως προς διάφορους άξονες χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών.	● Αναζήτηση και εντοπισμός της εικόνας σχήματος (ανάμεσα σε πληθώρα συμμετρικών και μη συμμετρικών σχημάτων) που έχει προκύψει από τη αξονική συμμετρία ενός αρχικού σχήματος ως προς δοθέντα άξονα. Τεκμηρίωση της απάντησης. ● Αναζήτηση και σχεδιασμός του άξονα συμμετρίας πολλαπλών δοθέντων (συμμετρικών και μη συμμετρικών ως προς άξονα συμμετρίας) σχημάτων. Αποκλεισμός και αιτιολόγηση των μη συμμετρικών ως προς άξονα συμμετρίας σχημάτων. ● Σύνδεση της ισότητας με τους μετασχηματισμούς ισομετρίας. Οι μαθητές/-τριες αντιλαμβάνονται ως ίσα τα σχήματα τα οποία το ένα ταυτίζεται με το άλλο μέσω κατάλληλου μετασχηματισμού.
	Γεωμετρία του χώρου.	Γ.Χ.7.1. Να αναγνωρίζουν τα βασικά γεωμετρικά στερεά (ορθό πρίσμα, παραλληλεπίπεδο, κύβος, πυραμίδα) και να προσδιορίζουν τα στοιχεία τους.	● Σχεδιασμός στερεών σχημάτων στο επίπεδο και περιγραφή των στοιχείων τους (ακμές, έδρες, κορυφές) αξιοποιώντας ψηφιακά εργαλεία ή με ελεύθερη σχεδίαση. ● Διερεύνηση της σχέσης ανάμεσα στο πλήθος των εδρών (E) του πρίσματος και των κορυφών της βάσης σε πρίσματα με βάση τρίγωνο, τετράγωνο, πεντάγωνο και εξάγωνο. Ομοίως για τη σχέση ανάμεσα στο πλήθος των κορυφών (K) του
		Γ.Χ.7.2. Να σχεδιάζουν τις όψεις και τα αναπτύγματα ορθών πρισμάτων και πυραμίδων με ψηφιακά εργαλεία, ισομετρικό χαρτί, γεωπίνακα ή με ελεύθερη σχεδίαση.	

		Γ.Χ.7.3. Να αναγνωρίζουν τα στερεά (κύλινδρο, κώνο και σφαίρα) και να προσδιορίζουν τα στοιχεία τους.	πρίσματος και των κορυφών της βάσης του, και ανάμεσα στο πλήθος των ακμών (A) του πρίσματος και των κορυφών της βάσης του στα παραπάνω πρίσματα.
		Γ.Χ.7.4. Να διερευνούν και να	● Αναγνωρίζουν το ανάπτυγμα ενός ζαριού (που οι απέναντι πλευρές του έχουν άθροισμα 7) ανάμεσα

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		αναγνωρίζουν τον κύλινδρο, τον κώνο και τη σφαίρα ως στερεά που παράγονται από τη στροφή βασικών γεωμετρικών σχημάτων. Γ.Χ.7.5. Να σχεδιάζουν τις όψεις και τα αναπτύγματα κυλίνδρων και κώνων με ψηφιακά εργαλεία ή με ελεύθερη σχεδίαση.	σε διαφορετικά αναπτύγματα.
ΜΕΤΡΗΣΗ	Μήκος.	Μ.Μ.7.1. Να επιλέγουν τις κατάλληλες μονάδες μέτρησης μήκους και να κάνουν μετατροπές από τη μια μονάδα στην άλλη. Μ.Μ.7.2. Να προσθέτουν και να αφαιρούν ευθύγραμμα τμήματα χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα. Μ.Μ.7.3. Να προσδιορίζουν τη σχέση του μέτρου του αθροίσματος, της διαφοράς με τα μέτρα των σχετιζόμενων τμημάτων. Μ.Μ.7.4. Να υπολογίζουν μήκη πλευρών και περιμέτρους πολυγώνων χρησιμοποιώντας ιδιότητες ή σχέσεις.	● Αναγνώριση με τη διαδικασία της μέτρησης ευθύγραμμου τμήματος ότι η «ευθεία» είναι ο συντομότερος δρόμος μεταξύ δύο σημείων, αξιοποιώντας παραδείγματα από την καθημερινή ζωή ή από την ιστορία των Μαθηματικών. Η ανάγκη τεκμηρίωσης της παραπάνω διαπίστωσης μπορεί να δημιουργηθεί μέσα από την αξιοποίηση ιστορικού κειμένου σχετικά με τα επιχειρήματα των Επικούρειων φιλοσόφων κατά της διαδικασία της απόδειξης και τα αντεπιχειρήματα του Ευκλείδη υπέρ αυτής (βλ. τα σχόλια 321.19-322.23 του Πρόκλου για την πρόταση I.20 *των Στοιχείων του Ευκλείδη*). ● Υπολογισμός περιμέτρου γεωμετρικών σχημάτων με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων ή γεωμετρικών οργάνων.

		Μ.Μ.7.5. Να επιλύουν προβλήματα που αφορούν τη σύγκριση τμημάτων μέσω του μήκους τους χρησιμοποιώντας κατάλληλες μονάδες μέτρησης.	

ΜΕΤΡΗΣΗ		Μ.Μ.7.6. Να επιλύουν προβλήματα που αφορούν μήκη τμημάτων και περιμέτρους ευθύγραμμων σχημάτων με τη χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης.	
	Μέτρο γωνιών.	Μ.Γ.7.1. Να προσθέτουν και να αφαιρούν γωνίες με επίθεση. Μ.Γ.7.2. Να συνδέουν το μέτρο της επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων. Μ.Γ.7.3. Να υπολογίζουν γωνίες χρησιμοποιώντας ιδιότητες ή σχέσεις.	• Σύγκριση διαφορετικών γωνιών και ταξινόμηση ως προς το μέτρο τους αξιοποιώντας ψηφιακά ή άλλα εργαλεία (διαφανές χαρτί, μοιρογνωμόνιο). • Διερεύνηση του μέτρου γωνιών ισοσκελούς τριγώνου, ισόπλευρου τριγώνου, ορθογώνιου ισοσκελούς τριγώνου και εξαγωγή συμπερασμάτων. • Χρησιμοποίηση μοιρογνωμονίου ή αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων και της διαδικασίας «συρσίματος». • Διερεύνηση του μέτρου παραπληρωματικών γωνιών γωνίας Α που παίρνει τιμές από 20^o έως 40^o.
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.7.1. Να διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με συνεχή ποσοτικά δεδομένα από το οικείο περιβάλλον τους.	• Επιλογή πληροφοριών από αναπαραστάσεις όπως ιστογράμματα με θέματα σχετικά με το προσωπικό συγκείμενο των μαθητών/-τριών (π.χ. πλήθος μαθητών/- τριών της τάξης ανά ώρες μελέτης). • Απάντηση ερωτημάτων και τεκμηρίωση συμπερασμάτων και διαπιστώσεων με

		Σ.Δ.7.2. Να χαρακτηρίζουν δεδομένα που έχουν προκύψει από απογραφή σε έναν πληθυσμό ως κατηγορικά, διακριτά ή συνεχή ποσοτικά.	υπολογισμούς επί των στοιχείων που αντλούνται από στατιστικά διαγράμματα (π.χ. πόσοι είναι οι μαθητές/- τριες ενός δείγματος που έχουν ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό). ● Αναπαράσταση στατιστικών δεδομένων με διαφορετικούς τρόπους και σύγκριση των τρόπων μεταξύ τους (π.χ. από ιστόγραμμα σε κυκλικό διάγραμμα. Ποια είναι τα
		Σ.Δ.7.3. Να κατασκευάζουν κυκλικά διαγράμματα για κατηγορικά δεδομένα.	
		Σ.Δ.7.4. Να	

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		κατασκευάζουν ιστογράμματα συχνοτήτων ίσου πλάτους, με δεδομένο πλήθος κλάσεων για συνεχή ποσοτικά δεδομένα	πλεονεκτήματα/ μειονεκτήματα κάθε αναπαράστασης;).
		Σ.Δ.7.5. Να επιλέγουν πληροφορίες από διαφορετικές αναπαραστάσεις ποσοτικών δεδομένων και να καταλήγουν σε συμπεράσματα.	
		Σ.Δ.7.6. Να επιλέγουν κατάλληλες μορφές αναπαράστασης και να επιχειρηματολογούν για τις επιλογές τους.	
	Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας.	Σ.Μ.7.1. Να χρησιμοποιούν τα μέτρα θέσης για να περιγράψουν δεδομένα, να κάνουν συγκρίσεις και να εξαγάγουν συμπεράσματα.	● Αναγνώριση χαρακτηριστικών των δεδομένων ενός δείγματος όπως παριστάνονται σε ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων (π.χ. πολλαπλές κορυφές, απόμακρες τιμές) και υπολογισμός τους (π.χ. το εύρος). ● Ερμηνεία των χαρακτηριστικών των δεδομένων και εξήγησή τους (π.χ. σε δεδομένα που παριστάνουν τα ύψη των παιδιών μιας τάξης, «πώς εξηγείται η ύπαρξη απόμακρων τιμών;»)
		Σ.Μ.7.2. Να περιγράφουν χαρακτηριστικά των δεδομένων όπως το εύρος, η ύπαρξη πολλαπλών κορυφών και οι απόμακρες τιμές από ένα ιστόγραμμα συχνοτήτων	
		Σ.Μ.7.3. Να διερευνούν πιθανές ερμηνείες για χαρακτηριστικά των δεδομένων, όπως λόγοι ύπαρξης απόμακρων τιμών ή πιθανούς λόγους για τη μεταβλητότητα των δεδομένων.	

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗ-ΤΕΣ	Πειράματα τύχης και πιθανότητες.	Π.Π.7.1. Να προσδιορίζουν και να περιγράφουν τον δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης	• Μοντελοποίηση καταστάσεων με τη χρήση πιθανοτήτων / κλασικού ορισμού (π.χ. τυχαία επιλογή

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗ-ΤΕΣ		που πραγματοποιείται σε ένα ή περισσότερα στάδια χρησιμοποιώντας αναπαραστάσεις του δειγματικού χώρου σε πίνακες ή δεντροδιαγράμματα.	τριών ψηφίων από τα 0, 1,… , 9 στη σειρά για τον σχηματισμό ενός τριψήφιου αριθμού και υπολογισμός της πιθανότητας πραγματοποίησης ενός ενδεχομένου). ● Έκφραση ερωτημάτων στην τάξη για τον υπολογισμό της πιθανότητας πραγματοποίησης ενδεχομένων (π.χ. «αν τραβήξουμε ένα χαρτί από μια τράπουλα, ποια είναι η πιθανότητα να είναι φιγούρα») και συζήτηση στην τάξη με κατανόηση των σχολίων που διατυπώνονται, διατύπωση εικασιών και τεκμηρίωση ισχυρισμών από τους ίδιους τους μαθητές.
		Π.Π.7.2. Να μεταφράζουν τα ενδεχόμενα από τη φυσική γλώσσα σε στοιχεία του δειγματικού χώρου.	
		Π.Π.7.3. Να χρησιμοποιούν τον κλασικό ορισμό των Πιθανοτήτων για να υπολογίσουν την πιθανότητα ενός σύνθετου ενδεχόμενου.	
		Π.Π.7.4. Να συγκρίνουν την πιθανότητα ενδεχομένου με τη σχετική συχνότητα του ενδεχομένου η οποία προκύπτει από αυξανόμενο αριθμό επαναλήψεων του πειράματος ή από προσομοίωση.	

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ			
Θεματικό Πεδίο	**Θεματικές Ενότητες**	**Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα**	**Ενδεικτικές Δραστηριότητες**
		Οι μαθητές/-τριες είναι σε θέση:	
ΑΡΙΘΜΟΙ	Ρητοί αριθμοί.	Αρ.Ρ.8.1. Να διερευνούν τις ιδιότητες των δυνάμεων με βάση ρητό και εκθέτη θετικό ακέραιο, να τις διατυπώνουν συμβολικά και να τις αιτιολογούν χρησιμοποιώντας τον ορισμό της δύναμης.	● Διερεύνηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με εκθέτη θετικό ακέραιο, επέκταση του ορισμού της δύναμης με εκθέτη μηδέν και με αρνητικό εκθέτη. ● Έργα υπολογισμού αριθμητικών παραστάσεων που περιέχουν τις τέσσερις πράξεις και δυνάμεις ρητών με ακέραιο εκθέτη. Λανθασμένη χρήση της προτεραιότητας των πράξεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ανατροφοδότηση της διδασκαλίας στην τάξη.
		Αρ.Ρ.8.2. Να επεκτείνουν τον ορισμό και τις ιδιότητες της δύναμης στην περίπτωση του ακέραιου εκθέτη.	
		Αρ.Ρ.8.3. Να αξιοποιούν την τυποποιημένη μορφή των ρητών αριθμών για την αναπαράσταση φυσικών μεγεθών μικρού μεγέθους και την επίλυση ποικίλων προβλημάτων.	
		Αρ.Ρ.8.4. Να υπολογίζουν την τιμή απλών αριθμητικών παραστάσεων με τις τέσσερις πράξεις και δυνάμεις. Να εκτελούν τις πράξεις με την απαιτούμενη προτεραιότητα.	

	Άρρητοι – Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.8.1. Να αναγνωρίζουν, μέσα από προβλήματα, την αναγκαιότητα εισαγωγής και χρήσης των τετραγωνικών ριζών θετικών αριθμών. Να προσδιορίζουν τις τετραγωνικές ρίζες τέλειων τετραγώνων.	• Έργα σχετικά με εμβαδά ή εφαρμογές του Πυθαγόρειου Θεωρήματος για την ανάδειξη της ανάγκης εισαγωγής των τετραγωνικών ριζών. Με κατάλληλα παραδείγματα αποφεύγεται η σύνδεση των αρρήτων αποκλειστικά με τις τετραγωνικές ρίζες φυσικών που δεν είναι τέλεια

ΑΡΙΘΜΟΙ		Αρ.Π.8.2. Να διερευνούν την ύπαρξη αριθμών που δεν είναι ρητοί και να αναγνωρίζουν τους άρρητους.	τετράγωνα. ● Τοποθέτηση άρρητων αριθμών, όπως το $\sqrt{2}$, στην αριθμογραμμή.
		Αρ.Π.8.3. Να τοποθετούν άρρητους αριθμούς στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.	
		Αρ.Π.8.4. Να διερευνούν και να διακρίνουν τις δεκαδικές αναπαραστάσεις των ρητών και άρρητων αριθμών.	
		Αρ.Π.8.5. Να επεκτείνουν τον ορισμό της δύναμης με βάση πραγματικό αριθμό και εκθέτη ακέραιο.	
		Αρ.Π.8.6. Να διερευνούν και να αποδεικνύουν αλγεβρικά και γεωμετρικά την ιδιότητα: (α+β)(γ+δ)=αγ+αδ+βγ+βδ.	
		Αρ.Π.8.7. Να λύνουν προβλήματα με τη χρήση πραγματικών αριθμών.	
ΑΛΓΕΒΡΑ	Κανονικότητες.	Αλ.Κ.8.1. Να λύνουν προβλήματα που συναντούν στα Μαθηματικά και την καθημερινή ζωή με κανονικότητες της μορφής $\alpha \cdot \nu + \beta$ όπου α και β ρητοί αριθμοί.	● Έργα καθημερινής ζωής που εκφράζονται με κανονικότητες της μορφής $\alpha \cdot \nu + \beta$ όπου α και β ρητοί αριθμοί. Για παράδειγμα: η τοποθέτηση πελατών σε τραπέζια που σχηματίζονται από 1, 2, 3 κ.λπ. μικρά τετράγωνα τραπέζια.

		Αλ.Κ.8.2. Να διατυπώνουν επιχειρήματα και να αιτιολογούν τους συλλογισμούς τους σχετικά με τον προσδιορισμό μιας κανονικότητας.	

ΑΛΓΕΒΡΑ	Αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.8.1. Να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή μιας αλγεβρικής παράστασης για δεδομένες τιμές των μεταβλητών.	• Αναγνώριση στοιχείων της δομής μιας αλγεβρικής παράστασης (π.χ. η x+4(x-3) είναι άθροισμα με όρους το x και το γινόμενο 4(x-3), που έχει παράγοντες το 4 και το x- 3 κ.λπ.). • Έργα μοντελοποίησης ή μαθηματικοποίησης ρεαλιστικών καταστάσεων, μετάφρασης λεκτικών εκφράσεων σε μαθηματική γλώσσα, χρήσης μεταβλητών και υπολογισμού αριθμητικών τιμών
		Αλ.Π.8.2. Να αναγνωρίζουν μια αλγεβρική παράσταση ως γινόμενο ή άθροισμα ή άθροισμα γινομένων.	
		Αλ.Π.8.3. Να απλοποιούν απλές αλγεβρικές παραστάσεις με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας (απαλοιφή παρένθεσης και αναγωγή όμοιων όρων).	
	Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.8.1. Να αναγνωρίζουν τους όρους: εξίσωση πρώτου βαθμού, πρώτο και δεύτερο μέλος, ισοδύναμες εξισώσεις, άγνωστος, λύση ή ρίζα.	• Έργα που αξιοποιούν τη χρήση μοντέλων μπορούν να βοηθήσουν στην κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης καθώς και των αλγεβρικών χειρισμών που απαιτούνται για την επίλυσή της. • Έργα που απαιτούν τη γραφική επίλυση εξισώσεων μπορεί να βοηθήσουν στην κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης, καθώς και της λύσης της.
		Αλ.Σχ.8.2. Να αναγνωρίζουν αν ένας αριθμός είναι λύση της εξίσωσης ή/και του αντίστοιχου προβλήματος.	
		Αλ.Σχ.8.3. Να επιλύουν εξισώσεις της μορφής αx+β=γx+δ με εφαρμογή των ιδιοτήτων διατήρησης της ισότητας και των πράξεων.	
		Αλ.Σχ.8.4. Να αναγνωρίζουν ότι μια εξίσωση μπορεί να έχει άπειρες λύσεις ή καμία λύση.	

		Αλ.Σχ.8.5. Να επιλύουν ρεαλιστικά	

ΑΛΓΕΒΡΑ		προβλήματα με εξισώσεις της μορφής αx+β=γx+δ με άγνωστο και στα δύο μέλη.	
		Αλ.Σχ.8.6. Να συνθέτουν ρεαλιστικά προβλήματα που επιλύονται με εξισώσεις της μορφής αx+β=γx+δ με άγνωστο και στα δύο μέλη.	
	Συναρτήσεις.	Αλ.Σρ.8.1. Να αναγνωρίζουν σε καταστάσεις της καθημερινότητας μεγέθη που συμμεταβάλλονται και να διακρίνουν ποιο μέγεθος καθορίζει το άλλο.	• Μετάφραση ρεαλιστικών καταστάσεων σε αλγεβρικές παραστάσεις και συναρτήσεις. • Αξιοποίηση συγκεκριμένων υλικών ή/και οπτικών αναπαραστάσεων και σύνδεση ανάμεσα σε διαφορετικές αναπαραστάσεις. • Προβλήματα ποσών για την εισαγωγή και διερεύνηση της συνάρτησης $y = ax$ και των αναπαραστάσεών της (λεκτική διατύπωση, γραφική παράσταση, αλγεβρικός τύπος, πίνακας τιμών). • Αξιοποίηση ψηφιακών περιβαλλόντων ώστε να διερευνήσουν οι μαθητές/-τριες στη συνάρτηση $y = ax$+β τον ρόλο των μεταβλητών x, y καθώς και των παραμέτρων *α* και β. • Με κατάλληλα έργα οι μαθητές/-τριες διακρίνουν πότε δύο ποσά είναι ευθέως ανάλογα και πότε αντιστρόφως ανάλογα. Η διάκριση αυτή γίνεται από τη σχέση που συνδέει δύο ευθέως ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά, από τον πίνακα τιμών και από τις
		Αλ.Σρ.8.2. Να αναγνωρίζουν τις σχέσεις που τα μεγέθη συμμεταβάλλονται ως συναρτήσεις και να τις διακρίνουν από σχέσεις που δεν είναι συναρτήσεις.	
		Αλ.Σρ.8.3. Να εκφράζουν μια κατάσταση με μια συνάρτηση λεκτικά, αριθμητικά (με πίνακα τιμών), γραφικά και συμβολικά (με τύπο).	
		Αλ.Σρ.8.4. Να χρησιμοποιούν τις αναπαραστάσεις των συναρτήσεων (γραφικές παραστάσεις, πίνακες τιμών, τύπους) και να μεταβαίνουν από τη μία αναπαράσταση στην άλλη (όπου είναι δυνατόν).	

		Αλ.Σρ.8.5. Να εξετάζουν αν ένα σημείο (διατεταγμένο ζεύγος) ανήκει στη	γραφικές παραστάσεις τους (ευθεία και υπερβολή αντιστοίχως).

ΑΛΓΕΒΡΑ		γραφική παράσταση μιας συνάρτησης.	
		Αλ.Σρ.8.6. Να υπολογίζουν αλγεβρικά και να εκτιμούν γραφικά τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής για δεδομένες τιμές της ανεξάρτητης και αντιστρόφως.	
		Αλ.Σρ.8.7. Να αναγνωρίζουν μέσα σε ποικίλα πλαίσια τη σχέση που συνδέει δύο ανάλογα ποσά ως σχέση αναλογίας.	
		Αλ.Σρ.8.8. Να αναπαριστούν τις σχέσεις αναλογίας που εμφανίζονται σε διάφορα πλαίσια ως σχέση της μορφής y=αx.	
		Αλ.Σρ.8.9. Να σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης y=αx και να διαπιστώνουν ότι είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.	
		Αλ.Σρ.8.10. Να ερμηνεύουν τη σταθερά αναλογίας (κλίση της ευθείας) ως μεταβολή του y που αντιστοιχεί σε μοναδιαία αύξηση του x.	
		Αλ.Σρ.8.11. Να σχεδιάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης y=αx +β και να εξηγούν τη σημασία των α και β.	

		Αλ.Σρ.8.12. Να επιλύουν (γραφικά και αλγεβρικά) προβλήματα χρησιμοποιώντας τις αναπαραστάσεις της συνάρτησης y=αx+β.	

ΑΛΓΕΒΡΑ		Αλ.Σρ.8.13. Να επιλύουν γραφικά εξισώσεις της μορφής αx+β=γ.	
		Αλ.Σρ.8.14. Να διερευνούν μέσα από προβλήματα τη σχέση που συνδέει δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά.	
		Αλ.Σρ.8.15. Να εκφράζουν τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά που ανακύπτουν σε προβλήματα της καθημερινής ζωής στη μορφή y=α/x.	
		Αλ.Σρ.8.16. Να διερευνούν αν στη συνάρτηση y = α/x, α≠0 αυξάνεται ή μειώνεται το y όταν αυξάνεται ο x για α>0 και α<0.	
		Αλ.Σρ.8.17. Να επιλύουν προβλήματα αντιστρόφως ανάλογων ποσών με τη συνάρτηση y=α/x.	
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.8.1. Να αναγνωρίζουν και να διακρίνουν ένα κανονικό από ένα μη κανονικό πολύγωνο και να διαμορφώνουν σχετικούς ορισμούς.	• Πειραματισμός με τις γωνίες παρατήρησης της σκηνής από το διάζωμα αρχαίου θεάτρου και σύνδεση της γωνίας παρατήρησης με την εγγεγραμμένη γωνία δοσμένου κύκλου. • Σχεδίαση κανονικών πολυγώνων με τη χρήση κατάλληλων χειραπτικών υλικών, όπως ισοσκελές τρίγωνο από χαρτόνι, αξιοποιώντας τον μετασχηματισμό της
		Γ.Ε.8.2. Να διερευνούν και να διατυπώνουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα και το αντίστροφό του και να τα χρησιμοποιούν για τον υπολογισμό μηκών και τον προσδιορισμό ορθής γωνίας τριγώνου,	

		αντίστοιχα. Γ.Ε.8.3. Να σχεδιάζουν κανονικά πολύγωνα	στροφής. Γραπτή περιγραφή της διαδικασίας και αιτιολόγηση γιατί το πολύγωνο που προκύπτει είναι κανονικό. ● Αναγνώριση

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα ή ψηφιακά εργαλεία.	επαναλαμβανόμενων μοτίβων με κανονικά πολύγωνα στη φύση (π.χ. κηρήθρες), στην τέχνη (π.χ. Escher) και στις επιστήμες (π.χ. κρυσταλλογραφία).
		Γ.Ε.8.4. Να διερευνούν και να αιτιολογούν εμπειρικά τις σχέσεις εγγεγραμμένης και επίκεντρης γωνίας που βαίνουν στο ίδιο τόξο	
	Μετασχηματισμοί.	Γ.Μ.8.1. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς μεταφοράς και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.	● Διερεύνηση της σχέσης δύο σημείων (αρχικό και τελικό) σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων όπου το αρχικό σημείο έχει υποστεί έναν μετασχηματισμό (ή στροφή ως προς σημείο ή μετατόπιση κατά ένα διάνυσμα). Αναγνώριση της σχέσης ανάμεσα στις συντεταγμένες των δύο σημείων (αρχικό και τελικό) και προσπάθεια γενίκευσης. ● Αξιοποίηση του μετασχηματισμού της κεντρικής συμμετρίας στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων γεωμετρικών σχημάτων, για παράδειγμα, τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου. ● Αναζήτηση και εντοπισμός του κέντρου στροφής και της γωνίας στροφής δύο δοθέντων σχημάτων γνωρίζοντας ότι έχουν υποστεί μετασχηματισμό στροφής. ● Αναγνώριση και περιγραφή των μετασχηματισμών που παράγουν μια ψηφίδωση ή ένα μοτίβο σε ένα σχέδιο ή σε ένα έργο τέχνης. ● Σύνδεση της ισότητας με τους μετασχηματισμούς ισομετρίας. Οι μαθητές/-τριες αντιλαμβάνονται ως ίσα τα σχήματα τα οποία το ένα
		Γ.Μ.8.2. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό μεταφοράς.	
		Γ.Μ.8.3. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες του μετασχηματισμού μεταφοράς κατά διάνυσμα στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.	
		Γ.Μ.8.4. Να σχεδιάζουν το σχήμα που προκύπτει από τη μεταφορά ενός σχήματος κατά διάνυσμα χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών.	

		Γ.Μ.8.5. Να αναγνωρίζουν μετασχηματισμούς στροφής και να καθορίζουν τα στοιχεία και τα χαρακτηριστικά τους.	ταυτίζεται με το άλλο μέσω κατάλληλου μετασχηματισμού.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		Γ.Μ.8.6. Να αναγνωρίζουν την κεντρική συμμετρία ως ειδική περίπτωση μετασχηματισμού στροφής κατά 180 μοίρες.	
		Γ.Μ.8.7. Να αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας και να προσδιορίζουν το κέντρο συμμετρίας τους.	
		Γ.Μ.8.8. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των σχημάτων που παραμένουν αναλλοίωτα από έναν μετασχηματισμό στροφής ως προς κέντρο και γωνία στροφής.	
		Γ.Μ.8.9. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες του μετασχηματισμο ύ στροφής ως προς κέντρο και γωνία στροφής στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.	
		Γ.Μ.8.10. Να σχεδιάζουν με ποικιλία εργαλείων και στρατηγικών το σχήμα που προκύπτει από τη στροφή δεδομένου σχήματος ως προς κέντρο και συγκεκριμένη γωνία στροφής αξιοποιώντας τις ιδιότητες του μετασχηματισμού	

		Γ.Μ.8.11. Να αναγνωρίζουν και να περιγράφουν μετασχηματισμούς σε ένα γεωμετρικό	

		μοτίβο, ένα σχέδιο, ένα έργο τέχνης ή μια πλακόστρωση.	
ΜΕΤΡΗΣΗ	Μήκος.	Μ.Μ.8.1. Να υπολογίζουν τα μήκη των τόξων ως μέρη του μήκους του κύκλου τους. Μ.Μ.8.2. Να χρησιμοποιούν τον τύπο για το μήκος κύκλου στην επίλυση προβλημάτων.	• Διερεύνηση της σχέσης μήκους L κύκλου με τον $\frac{L}{\delta}$ σταθερό λόγο αξιοποιώντας χειραπτικά υλικά ή ψηφιακά εργαλεία. • Εκτίμηση του αριθμού π αξιοποιώντας ψηφιακά εργαλεία. Για παράδειγμα, αιτιολόγηση ότι $\pi > 3$ υπολογίζοντας την περίμετρο κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο.
	Μέτρο γωνιών.	Μ.Γ.8.1. Να προσδιορίζουν την κεντρική γωνία κανονικών ν-γώνων και τη γωνία κανονικού ν-γώνου (με ν=3, 4, 6).	• Αναγνώριση και εξήγηση της σχέσης εγγεγραμμένης και αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας σε κανονικά πολύγωνα ν πλευρών (ν: 3 ή 4 ή 6) αξιοποιώντας γεωμετρικά όργανα ή ψηφιακά μέσα.
	Εμβαδόν.	Μ.Ε.8.1. Να μετασχηματίζουν επιφάνειες σε ισοδύναμες με τη διαδικασία διάσπασης και ανασύνθεσης επιφάνειας. Μ.Ε.8.2. Να επιλέγουν τις κατάλληλες μονάδες μέτρησης εμβαδού επιφάνειας και να κάνουν μετατροπές από τη μια μονάδα μέτρησης στην άλλη. Μ.Ε.8.3. Να επικυρώνουν τους τύπους εμβαδού τετραγώνου και ορθογώνιου παραλληλογράμμου επιλέγοντας κατάλληλη μονάδα	• Διερεύνηση και σύγκριση διαφορετικών τρόπων διαμέρισης και σύνθεσης της επιφάνειας ενός σχήματος (πχ. του τραπεζίου) για να προσδιορίσουν τον τύπο του εμβαδού του. • Υπολογισμός του εμβαδού απλών καμπυλόγραμμων και μεικτόγραμμων επιφανειών για την επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων, αξιοποιώντας ποικιλία μέσων και εργαλείων.

		μέτρησης.	
		Μ.Ε.8.4. Να χρησιμοποιούν τη διάσπαση και ανασύνθεση επιφανειών για τον	

ΜΕΤΡΗΣΗ		προσδιορισμό του τύπου του εμβαδού παραλληλογράμμου, τριγώνου και τραπεζίου.	
		Μ.Ε.8.5. Να υπολογίζουν το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου όταν γνωρίζουν την ακτίνα ή τη διάμετρο του κύκλου.	
		Μ.Ε.8.6. Να υπολογίζουν τα εμβαδά κυκλικών τομέων ως μέρη του εμβαδού του κυκλικού δίσκου τους.	
		Μ.Ε.8.7. Να επιλύουν προβλήματα υπολογισμού εμβαδού μεικτόγραμμων σχημάτων αξιοποιώντας ποικιλία μεθόδων και στρατηγικών.	
		Μ.Ε.8.8. Να αξιοποιούν την έννοια του εμβαδού για την εξήγηση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος.	
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ	Διανύσματα	ΑΓ.Δ.8.1. Να αναπαριστούν θέσεις, διευθύνσεις και διαδρομές με τη βοήθεια διανυσμάτων.	● Χρησιμοποίηση του διανύσματος ως γεωμετρικού εργαλείου αναπαράστασης του προσανατολισμού στον χώρο και σύνδεσή του με τις έννοιες της παραλληλίας και της μεταφοράς. ● Σύνδεση των διανυσμάτων με φυσικά μεγέθη (ταχύτητα, βάρος σώματος) μέσα από κατάλληλα παραδείγματα. Για παράδειγμα, η καταγραφή της διαδρομής αερόστατου σε δοσμένο χάρτη (που συνοδεύεται από μια πυξίδα) όπου σε διαφορετικά ύψη συναντά ανέμους διαφορετικής

		ΑΓ.Δ.8.2. Να συνδέουν τα διανύσματα με φυσικά διανυσματικά μεγέθη και να προσδιορίζουν τα χαρακτηριστικά του αναγνωρίζοντας τη διαφορά ανάμεσα σε ευθύγραμμο τμήμα και διάνυσμα.	κατεύθυνσης. •

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.8.1. Να διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με απογραφικά χρονικά δεδομένα.	• Εξήγηση της μορφής ενός χρονοδιαγράμματος στο πλαίσιο του φαινομένου που περιγράφει και απάντηση σχετικών ερωτημάτων με τεκμηρίωση από το χρονοδιάγραμμα (π.χ. εξήγηση της μορφής του χρονοδιαγράμματος που περιγράφει το πλήθος των γεννήσεων ανά έτος. Απάντηση ερωτημάτων όπως «ποιο έτος υπήρξαν οι περισσότερες γεννήσεις;»). • Ερμηνεία των μεταβολών του φαινομένου που παριστάνεται με χρονοδιάγραμμα (π.χ. πώς ερμηνεύετε τη μείωση των γεννήσεων τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο), συζήτηση πιθανών αιτιών, εξέταση ειδικών περιπτώσεων (π.χ. χρονικών περιόδων). • Αμφισβήτηση της ερμηνείας στατιστικών διαγραμμάτων με τρόπο παραπλανητικό. Τεκμηρίωση της αμφισβήτησης αυτής (π.χ. ένα στατιστικό διάγραμμα παρουσιάζεται και ερμηνεύεται παραπλανητικά και συνοδεύεται από μια είδηση. «Γιατί είναι παραπλανητική και λανθασμένη η ερμηνεία του διαγράμματος; Πώς θα μπορούσε να διατυπωθεί η είδηση ώστε να είναι αληθής;»).
		Σ.Δ.8.2. Να συλλέγουν χρονικά δεδομένα που προκύπτουν από επαναλαμβανόμενες μετρήσεις κάποιου χαρακτηριστικού	
		Σ.Δ.8.3. Να κατασκευάζουν χρονοδιαγράμματα για χρονικά δεδομένα	
		Σ.Δ.8.4. Να κατασκευάζουν απλά θηκογράμματα, χρησιμοποιώντας την «περίληψη πέντε αριθμών» (ελάχιστη τιμή, τεταρτημόρια και μέγιστη τιμή), για συνεχή ποσοτικά δεδομένα	
		Σ.Δ.8.5. Να επιλέγουν πληροφορίες από διαφορετικές αναπαραστάσεις συνεχών ποσοτικών και χρονικών δεδομένων και να καταλήγουν σε συμπεράσματα.	
		Σ.Δ.8.6. Να εντοπίζουν παραδείγματα χρήσης στατιστικών διαγραμμάτων που μπορούν να οδηγήσουν σε εσφαλμένα συμπεράσματα και να παραπλανήσουν.	
	Μέτρα θέσης και Μεταβλητότητας.	Σ.Μ.8.1. Να περιγράφουν και να προσδιορίζουν τα τεταρτημόρια και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος ενός	• Αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων για τη δημιουργία συνόλων συνεχών ποσοτικών δεδομένων σε μια αριθμογραμμή, ενώ ταυτόχρονα παριστάνεται η

		συνόλου δεδομένων.	μέση τιμή και η διάμεσός του.

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ		Σ.Μ.8.2. Να διερευνούν ιδιότητες της μέσης τιμής, όπως τη μεταβολή της όταν προστίθενται ή πολλαπλασιάζονται όλα τα δεδομένα με τον ίδιο αριθμό. Σ.Μ.8.3. Να διερευνούν πώς επηρεάζονται η μέση τιμή και η διάμεσος από την ύπαρξη απόμακρων τιμών. Σ.Μ.8.4. Να διερευνούν την έννοια της μεταβλητότητας χρησιμοποιώντας το ενδοτεταρτημοριακό εύρος. Σ.Μ.8.5. Να περιγράφουν τα δεδομένα με βάση την περίληψη των πέντε αριθμών: ελάχιστη τιμή, τεταρτημόρια και μέγιστη τιμή.	Αναδιάταξη των τιμών των δεδομένων, δημιουργία απόμακρων τιμών και οπτικοποίηση της μεταβολής μέσης τιμής και διαμέσου. Διατύπωση εικασιών για τον τρόπο που επηρεάζει η μεταβολή των δεδομένων τη μέση τιμή και αντίστοιχα τη διάμεσο. ● Αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων για τη σύγκριση του ενδοτεταρτη-μοριακού εύρους μεταξύ συνόλων δεδομένων. Ερμηνεία των διαφορετικών τιμών ενδοτεταρτη-μοριακού εύρους με δοκιμή ειδικών περιπτώσεων. Συσχέτιση της τιμής του ενδοτεταρτη-μοριακού εύρους με την έννοια της μεταβλητότητας (διαισθητικά).
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗ-ΤΕΣ	Πειράματα τύχης και πιθανότητες.	Π.Π.8.1. Να ελέγχουν αν δύο ενδεχόμενα είναι ασυμβίβαστα. Π.Π.8.2. Να απαριθμούν το πλήθος των στοιχείων ενός ενδεχομένου με χρήση της Βασικής Αρχής Απαρίθμησης (ΒΑΑ) και να υπολογίζουν την αντίστοιχη πιθανότητα. Π.Π.8.3. Να χρησιμοποιούν τον απλό προσθετικό νόμο για να υπολογίσουν την πιθανότητα σύνθετων ενδεχόμενων.	● Εξήγηση αν δύο ενδεχόμενα είναι ασυμβίβαστα, με βάση δοσμένες πιθανότητες ενδεχομένων ή με βάση το συγκείμενο. Διατύπωση εικασιών (π.χ. αν θα μπορούσαν να είναι ασυμβίβαστα ή όχι). ● Υπολογισμός του πλήθους έγκυρων πινακίδων κυκλοφορίας αυτοκινήτων στην Ελλάδα και σε άλλες χώρες.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ			
Θεματικό Πεδίο	**Θεματικές Ενότητες**	**Προσδοκώμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα**	**Ενδεικτικές Δραστηριότητες**
		Οι μαθητές/-τριες είναι σε θέση:	
ΑΡΙΘΜΟΙ, ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ	Αριθμοί/ Πραγματικοί αριθμοί.	Αρ.Π.9.1. Να διερευνούν και να διακρίνουν τις μορφές των κλασματικών και δεκαδικών αναπαραστάσεων των ρητών αριθμών και να κάνουν μετατροπές από τη μία μορφή στην άλλη. Αρ.Π.9.2. Να αναγνωρίζουν την ανάγκη εισαγωγής των άρρητων αριθμών. Αρ.Π.9.3. Να ορίζουν τους άρρητους αριθμούς. Αρ.Π.9.4. Να αναγνωρίζουν τους άρρητους ως αριθμούς οι οποίοι έχουν άπειρο πλήθος δεκαδικών ψηφίων μη περιοδικών. Αρ.Π.9.5. Να αναγνωρίζουν το σύνολο των πραγματικών αριθμών. Να διερευνούν τις σχέσεις των συνόλων των φυσικών, των ακεραίων, των ρητών, των άρρητων και των πραγματικών. Αρ.Π.9.6. Να επεκτείνουν τις πράξεις και τις δυνάμεις των ρητών και τις ιδιότητές τους στους	● Έργα που ζητούν την εύρεση ενός άρρητου και ενός ρητού μεταξύ των $\sqrt{2}$ και $\sqrt{3}$ μπορούν να δώσουν βάση για συζήτηση της δεκαδικής αναπαράστασης των άρρητων, της έννοιας της ρητής προσέγγισης, καθώς και να αποτελέσουν αφορμή για τη χρήση αλγεβρικών ιδιοτήτων των ριζών, των ανισοτήτων ή ισοτήτων. ● Έργα που αφορούν τις πολυάριθμες εφαρμογές και αναπαραστάσεις των άρρητων (στη γεωμετρία, στην επιστήμη, στην πληροφορική κ.λπ.) μπορούν να βοηθήσουν στη βαθύτερη κατανόησή τους και παράλληλα να ενισχύσουν την κριτική επίγνωση του τρόπου με τον οποίο τα Μαθηματικά χρησιμοποιούνται στις κοινωνικές, περιβαλλοντικές, πολιτισμικές και οικονομικές σχέσεις. Έτσι, για παράδειγμα έργα που αφορούν: – την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων που περιλαμβάνουν τη χρήση των αρρήτων και της μη δυνατότητας εύρεσης κοινού μέτρου (ασύμμετρα μεγέθη), π.χ. εύρεση όγκου κυλινδρικού κουτιού αναψυκτικού, εύρεση του πότε μια ευθεία y=αx διέρχεται από κάποια κορυφή του

		πραγματικούς. Αρ.Π.9.7. Να διερευνούν και να αποδεικνύουν τις	τετραγωνισμένου χαρτιού – προβλήματα από την αστρονομία όπου προκύπτουν τύποι με τετραγωνικές ρίζες ποσοτήτων και ταυτόχρονα

ΑΡΙΘΜΟΙ, ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ		ιδιότητες του γινομένου και του πηλίκου τετραγωνικών ριζών.	μπορεί να αναπτυχθούν συζητήσεις σχετικά με τη σχέση των Μαθηματικών και της ανάπτυξης της επιστημονικής σκέψης και του πολιτισμού, καθώς και την αξία της για την ανθρώπινη δραστηριότητα, π.χ.: https://spacemath.gsfc.nasa.gov/algebra2/CH7v3.pdf.
		Αρ.Π.9.8. Να χρησιμοποιούν τις τετραγωνικές ρίζες και τις ιδιότητές τους στην απλοποίηση παραστάσεων και την επίλυση προβλημάτων.	
		Αρ.Π.9.9. Να συγκρίνουν και να διατάσσουν πραγματικούς αριθμούς χρησιμοποιώντας την ευθεία των πραγματικών αριθμών.	
		Αρ.Π.9.10. Να χρησιμοποιούν τους πραγματικούς αριθμούς στην επίλυση προβλημάτων.	
	Άλγεβρα/ κανονικότητες.	Αλ.Κ.9.1. Να διερευνούν μαθηματικές κανονικότητες και να τις εκφράζουν με αλγεβρικές παραστάσεις της μορφής $y = \alpha\nu^2$, α>0.	● Έργα που διερευνούν κανονικότητες της μορφής $\alpha\nu^2$ με α>0, όπου το ν εκφράζει ακέραια μεγέθη όπως αριθμός ατόμων, αριθμός ψήφων κ.λπ.
	Άλγεβρα/αλγεβρικές παραστάσεις.	Αλ.Π.9.1. Να εκφράζουν ρεαλιστικές καταστάσεις με απλές αλγεβρικές παραστάσεις.	● Διερεύνηση γεωμετρικών ή/και αριθμητικών προβλημάτων τα οποία αναδεικνύουν αλγεβρικές ταυτότητες και μπορούν να παραχθούν οι αποδείξεις τους. ● Έργα που διατυπώνονται ως ανοικτά ερωτήματα και αφορούν την εξέταση κάποιων γνωστών παρανοήσεων «ψευδισοτήτων», όπως αν και πότε η ισότητα $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ έχει στόχο τη
		Αλ.Π.9.2. Να αναγνωρίζουν τα μονώνυμα και τα πολυώνυμα, τον βαθμό τους και να υπολογίζουν την αριθμητική τιμή ενός πολυωνύμου.	
		Αλ.Π.9.3. Να υπολογίζουν το άθροισμα, τη	

			δημιουργία σύγκρουσης ανάμεσα σε αυτό που ίσως φαίνεται

ΑΡΙΘΜΟΙ, ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ		διαφορά και το γινόμενο μονωνύμων και απλών πολυωνύμων κυρίως μιας μεταβλητής.	λογικό στους/στις μαθητές/-τριες και στα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη δοκιμή συγκεκριμένων αριθμών.
		Αλ.Π.9.4. Να διερευνούν και να αποδεικνύουν αλγεβρικά και να ερμηνεύουν (όπου είναι δυνατόν) γεωμετρικά τις ταυτότητες: $(\alpha\pm\beta)^2=\alpha^2\pm2\alpha\beta+\beta^2$, $\alpha^2-\beta^2=(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$.	
		Αλ.Π.9.5. Να χρησιμοποιούν τις ταυτότητες για να μετατρέπουν αλγεβρικές παραστάσεις σε άλλη μορφή.	
		Αλ.Π.9.6. Να αναγνωρίζουν την επιμεριστική ιδιότητα ως το βασικό κοινό στοιχείο των πράξεων πολυωνύμων, των ταυτοτήτων και της παραγοντοποίησης.	
		Αλ.Π.9.7. Να παραγοντοποιούν απλά πολυώνυμα (κυρίως μιας μεταβλητής) με κοινό παράγοντα, ομαδοποίηση και χρήση ταυτοτήτων.	
		Αλ.Π.9.8. Να προσδιορίζουν το ΕΚΠ μονωνύμων και απλών πολυωνύμων μιας μεταβλητής.	

		Αλ.Π.9.9. Να υπολογίζουν το αποτέλεσμα των πράξεων με απλές ρητές παραστάσεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση).	

ΑΡΙΘΜΟΙ, ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ		Αλ.Π.9.10. Να απλοποιούν ρητές παραστάσεις.	
	Άλγεβρα/ Συναρτήσεις.	Αλ.Σρ.9.1. Να διερευνούν, μέσω της γραφικής της παράστασης, τις ιδιότητες της $y = ax^2$, α≠0 και τον ρόλο της παραμέτρου α.	• Έργα διερεύνησης προβλημάτων που μοντελοποιούνται με τετραγωνικές συναρτήσεις, οι οποίες αποτελούν μία μορφή μη γραμμικής μεταβολής. • Με τη βοήθεια ψηφιακής τεχνολογίας, οι μαθητές/-τριες διερευνούν τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης $y = ax^2$, όπως μορφή της γραφικής παράστασης, συμμετρίες, ρυθμός μεταβολής, κατεύθυνση της μεταβολής για τις διαφορετικές τιμές του *α*. Στο στάδιο αυτό δεν επιδιώκεται η αυστηρή χρήση μαθηματικής ορολογίας από τους/τις μαθητές/-τριες, αλλά είναι σημαντική η λεκτική απάντηση σε ερωτήματα όπως «τι αλλάζει και πώς», «τι αλλάζει και γιατί», «τι παραμένει σταθερό και γιατί», ενισχύοντας τη διεργασία επικοινωνίας με χρήση φυσικής γλώσσας, συμβόλων και αναπαραστάσεων.
		Αλ.Σρ.9.2. Να διερευνούν τη μεταβολή του y για οποιαδήποτε μοναδιαία αύξηση του x σε συναρτήσεις της μορφής $y = ax^2$.	
		Αλ.Σρ.9.3. Να ερμηνεύουν και να επιλύουν γραφικά την εξίσωση ax^2=β.	
		Αλ.Σρ.9.4. Να επιλύουν προβλήματα χρησιμοποιώντας τις αναπαραστάσεις της συνάρτησης $y=ax^2$, α≠0.	
		Αλ.Σρ.9.5. Να αναγνωρίζουν γραμμικές εξισώσεις της μορφής αx+βy=γ και να τις ερμηνεύουν γραφικά.	
		Αλ.Σρ.9.6. Να επιλύουν γραφικά προβλήματα με γραμμικά συστήματα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους.	
		Αλ.Σρ.9.7. Να διερευνούν και να ερμηνεύουν γραφικά ένα γραμμικό σύστημα και το πλήθος των λύσεών του.	

	Άλγεβρα/ Αλγεβρικές σχέσεις.	Αλ.Σχ.9.1. Να αναγνωρίζουν ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και να εξετάζουν αν ένα	• Έργα μοντελοποίησης και επίλυσης προβλημάτων τα οποία μπορεί να προέρχονται από άλλα πεδία των Μαθηματικών, από άλλες

ΑΡΙΘΜΟΙ, ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ		ζεύγος αριθμών είναι λύση του. Αλ.Σχ.9.2. Να επιλύουν το σύστημα αλγεβρικά με τις μεθόδους των αντίθετων συντελεστών και της αντικατάστασης και να επαληθεύουν τη λύση με βάση το πλαίσιο του προβλήματος. Αλ.Σχ.9.3. Να επιλύουν απλές πολυωνυμικές εξισώσεις δευτέρου βαθμού ελλιπούς ή και πλήρους μορφής, αλλά και μεγαλύτερου βαθμού με παραγοντοποίηση. Αλ.Σχ.9.4. Να επιλύουν προβλήματα εξισώσεων 1ου και 2ου βαθμού (με παραγοντοποίηση) και να ερμηνεύουν τις λύσεις τους στο πλαίσιο του προβλήματος. Αλ.Σχ.9.5. Να διερευνούν (με μοντέλα – μεταφορές) και να διατυπώνουν τις βασικές ιδιότητες της διάταξης. Αλ.Σχ.9.6. Να διακρίνουν τις διαφορές μεταξύ εξίσωσης και ανίσωσης. Αλ.Σχ.9.7. Να μετατρέπουν πραγματικά προβλήματα σε ανισώσεις μορφής αx+β<γ, να τις επιλύουν και να παριστάνουν τις λύσεις γραφικά και	επιστήμες και από την καθημερινή ζωή και μοντελοποιούνται με εξισώσεις ή ανισώσεις. ● Έργα που αναδεικνύουν τις διαφορές ανάμεσα στην εξίσωση και στην ανίσωση κυρίως στο σύνολο των λύσεων και την αναπαράστασή του στην ευθεία των πραγματικών αριθμών. ● Έργα γραφικής επίλυσης γραμμικού συστήματος με τη βοήθεια της ψηφιακής τεχνολογίας εστιάζοντας στις πολλαπλές αναπαραστάσεις των συστημάτων γραμμικών εξισώσεων, καθώς και τις συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων (λεκτική εκφώνηση, αλγεβρικός τύπος, πίνακας τιμών, γραφική παράσταση).

		να εξετάζουν αν ένας	

		αριθμός είναι λύση μιας ανίσωσης ή του προβλήματος.	
		Αλ.Σχ.9.8. Να βρίσκουν τις κοινές λύσεις δύο ανισώσεων χρησιμοποιώντας τον άξονα των πραγματικών αριθμών.	
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	Γεωμετρία του επιπέδου.	Γ.Ε.9.1. Να διερευνούν τον ρόλο των κριτηρίων ισότητας τριγώνων στη σύγκριση τριγώνων και να τα συσχετίζουν με τον ορισμό της ισότητας των τριγώνων.	• Διαπίστωση του ορισμού της ισότητας τριγώνων, αξιοποιώντας χειραπτικά εργαλεία (διαφανές χαρτί) ή ψηφιακά μέσα (διαδικασία «συρσίματος»), έτσι ώστε με κατάλληλη μετατόπιση δοσμένου αρχικού τριγώνου να διακρίνουν ότι αυτό συμπίπτει/ταυτίζεται με τρία ή περισσότερα δοσμένα τρίγωνα. • Ανάλυση και δικαιολόγηση με βάση τα κριτήρια ισότητας τριγώνων γνωστών γεωμετρικών κατασκευών, όπως η κατασκευή της διχοτόμου γωνίας ή η κατασκευή γωνίας ίσης με μια δοθείσα. • Διερεύνηση και ερμηνεία με κατάλληλο αντιπαράδειγμα, γιατί το κριτήριο Π-Π-Γ δεν αποτελεί κριτήριο ισότητας τριγώνων.
		Γ.Ε.9.2. Να αξιοποιούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων για την αιτιολόγηση ιδιοτήτων γραμμών (μεσοκαθέτου ευθύγραμμου τμήματος, διχοτόμου γωνίας) και σχημάτων (για παράδειγμα παραλληλογράμμων).	
		Γ.Ε.9.3. Να διερευνούν τη σχέση των περιμέτρων και των εμβαδών όμοιων σχημάτων.	
	Μετασχηματισμοί.	Γ.Μ.9.1. Να καθορίζουν τα χαρακτηριστικά στοιχεία του μετασχηματισμού της ομοιοθεσίας.	• Αναγνώριση της σχέσης περιμέτρου και εμβαδού δύο ομοιόθετων σχημάτων αξιοποιώντας ψηφιακά εργαλεία ή τετραγωνισμένο χαρτί. • Σύνδεση της ομοιότητας με τον μετασχηματισμό ομοιοθεσίας και αντίληψη ως όμοιων των σχημάτων που το ένα καθίσταται ομοιόθετο του άλλου μέσω της αναγνώρισης μιας ακολουθίας
		Γ.Μ.9.2. Να αναγνωρίζουν ως όμοια τα σχήματα που το ένα είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου.	

		Γ.Μ.9.3. Να διαπιστώνουν και να περιγράφουν μεγεθύνσεις και	μετασχηματισμών.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ		σμικρύνσεις μέσω της ομοιοθεσίας χρησιμοποιώντας μια ποικιλία εργαλείων.	• Αξιοποίηση της ομοιότητας τριγώνων στη μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων. Για παράδειγμα, υπολογισμός του ύψους κεραίας μετρώντας τη σκιά της αν γνωρίζουμε το ύψος και τη σκιά ανθρώπου που στέκεται δίπλα της.
		Γ.Μ.9.4. Να διερευνούν και να εντοπίζουν τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των ομοιόθετων σχημάτων.	
		Γ.Μ.9.5. Να αξιοποιούν τις ιδιότητες της ομοιοθεσίας ως προς κέντρο και λόγο ομοιοθεσίας στον σχεδιασμό σχημάτων και στην αιτιολόγηση ιδιοτήτων τους.	
		Γ.Μ.9.6. Να σχεδιάζουν ομοιόθετα και όμοια σχήματα χρησιμοποιώντας μια ποικιλία υλικών, εργαλείων και στρατηγικών.	
	Τριγωνομετρία.	Γ.Τ.9.1. Να αναγνωρίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας ως τον σταθερό λόγο ζεύγους πλευρών ορθογώνιου τριγώνου.	• Ερμηνεία της αριθμητικής ένδειξης πινακίδας οδικής κυκλοφορίας (κλίση δρόμου) και σύνδεσή της με τον αντίστοιχο τριγωνομετρικό αριθμό και την κλίση ευθείας. • Διερεύνηση της σχέσης των γωνιών και των λόγων πλευρών σε πολλά όμοια ορθογώνια τρίγωνα, ανάδειξη της ανάγκης περιγραφής αυτών των λόγων και σύνδεση με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς. Διαισθητική προσέγγιση της ανεξαρτησίας των τριγωνομετρικών αριθμών από τα συγκεκριμένα τρίγωνα. • Αξιοποίηση

		Γ.Τ.9.2. Να χρησιμοποιούν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς για την εύρεση του μέτρου γωνίας αξιοποιώντας τους τριγωνομετρικούς πίνακες.	τριγωνομετρικών αριθμών για τον υπολογισμό απρόσιτων αποστάσεων στον χώρο του σχολείου. Για παράδειγμα, ο υπολογισμός του ύψους της αίθουσας με τη χρήση

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ			γωνιόμετρου που έχουν κατασκευάσει οι μαθητές/-τριες με απλά υλικά, όπως ένα καλαμάκι, ένα μοιρογνωμόνιο, ένα βαρίδι και μια κολλητική ταινία.
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ	Μήκος.	Μ.Μ.9.1. Να αναγνωρίζουν και να υπολογίζουν τον λόγο ευθύγραμμων τμημάτων ως λόγο των μηκών τους στην ίδια μονάδα μέτρησης.	● Αξιοποίηση του λόγου ευθύγραμμων τμημάτων για τη σύγκριση ευθύγραμμων τμημάτων επίπεδων σχημάτων, διερεύνηση και διατύπωση συμπερασμάτων. Για παράδειγμα, σύγκριση της πλευράς και της διαγωνίου τετραγώνου, της υποτείνουσας και της διαμέσου που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογώνιου τριγώνου, του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου με την τρίτη πλευρά του τριγώνου.
	Εμβαδόν.	Μ.Ε.9.1. Να αξιοποιούν τα αναπτύγματα ορθών πρισμάτων, πυραμίδων, κυλίνδρων και κώνων για να προσδιορίσουν το εμβαδόν της επιφάνειάς τους.	● Υπολογισμός του εμβαδού επιφάνειας στερεών σχημάτων με τη βοήθεια των αναπτυγμάτων τους. ● Επίλυση προβλημάτων υπολογισμού του εμβαδού επιφάνειας σύνθετων στερεών σχημάτων, όπως για παράδειγμα το κόστος υλικού βαψίματος της σχολικής αίθουσας ή του σχολείου.
		Μ.Ε.9.2. Να επιλύουν προβλήματα υπολογισμού του εμβαδού της επιφάνειας ορθού πρίσματος, πυραμίδας, κυλίνδρου, κώνου και σφαίρας.	
	Όγκος.	Μ.Ο.9.1. Να υπολογίζουν τον όγκο του κύβου και του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου επιλέγοντας κατάλληλη μονάδα μέτρησης.	● Διερεύνηση της χωρητικότητας κυλινδρικών δοχείων χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης κώνους με το ίδιο ύψος και την ίδια βάση. ● Μελέτη της οικονομικότερης συσκευασίας δοχείων που έχουν την ίδια χωρητικότητα.

		Μ.Ο.9.2. Να συσχετίζουν τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου και κυλίνδρου, καθώς	• Διερεύνηση της μεταβολής των διαστάσεων ενός

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ		και πρίσματος και πυραμίδας, με την ίδια βάση και το ίδιο ύψος με εμπειρικούς τρόπους.	στερεού (όπως για παράδειγμα διπλασιασμός ή τριπλασιασμός του ύψους του) σε σχέση με την αλλαγή στον όγκο του.
		Μ.Ο.9.3. Να συσχετίζουν τον όγκο κυλίνδρου και κώνου με την ίδια βάση και το ίδιο ύψος με εμπειρικούς τρόπους.	
		Μ.Ο.9.4. Να επιλύουν προβλήματα υπολογισμού του όγκου σύνθετων στερεών σχημάτων αναπτύσσοντας ποικιλία μεθόδων και στρατηγικών.	
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	Διαχείριση δεδομένων.	Σ.Δ.9.1. Να διατυπώνουν ερωτήματα που αφορούν το ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον και απαντώνται με δεδομένα εκτός του οικείου περιβάλλοντός τους.	• Εξήγηση και συζήτηση με βάση τα χαρακτηριστικά και το δείγμα μιας στατιστικής έρευνας με ευρύτερο κοινωνικό ενδιαφέρον, για την εγκυρότητα του αποτελέσματός της (π.χ. έρευνες εφημερίδων για το ποσοστό υποστήριξης υποψηφίων σε επερχόμενες εκλογές). • Επιλογή δειγμάτων από έναν πληθυσμό και υπολογισμός των στατιστικών δεικτών για ένα χαρακτηριστικό του πληθυσμού σε όλα τα δείγματα. Διαπίστωση της μεταβλητότητας των στατιστικών δεικτών από δείγμα σε δείγμα.
		Σ.Δ.9.2. Να αναγνωρίζουν την αναγκαιότητα της χρήσης δείγματος και τη διαφορά του από τον πληθυσμό.	
		Σ.Δ.9.3. Να χρησιμοποιούν απλή τυχαία δειγματοληψία για την επιλογή ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος	
		Σ.Δ.9.4. Να αναγνωρίζουν τη δυνατότητα επαγωγικής εξαγωγής συμπερασμάτων για έναν πληθυσμό από ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα	

		Σ.Δ.9.5. Να αναγνωρίζουν τη μεταβλητότητα	

		στατιστικών δεικτών μεταξύ δειγμάτων.	
ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΠΙΘΑΝΟΤΗ-ΤΕΣ	Πειράματα τύχης και πιθανότητες.	Π.Π.9.1. Να αναγνωρίζουν μέσα από προσομοιώσεις με χρήση λογισμικού και εκτελώντας πειράματα τύχης, ότι η σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου πλησιάζει την τιμή της πιθανότητας, όταν έχουμε μεγάλο αριθμό εκτελέσεων του ίδιου πειράματος (Νόμος των Μεγάλων Αριθμών).	● Προσομοίωση του στριψίματος ενός τίμιου κέρματος εκτελώντας πολλές δοκιμές και σύγκριση με τη θεωρητική τιμή της πιθανότητας εμφάνισης μιας όψης (δηλαδή 0,5). ● Εκτέλεση πολλών δοκιμών του γυρίσματος ενός δείκτη σε τροχό της τύχης με ίσους κυκλικούς τομείς διαφορετικών χρωμάτων, καταγραφή των αποτελεσμάτων για ένα πλήθος δοκιμών, σύγκριση του αποτελέσματος με τη θεωρητική τιμή της πιθανότητας και εξήγηση της διαφοράς του από τη θεωρητική τιμή της πιθανότητας. Δοκιμή ειδικών περιπτώσεων (λίγες, πολλές, πιο πολλές δοκιμές) και διατύπωση εικασιών για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων με τη θεωρητική τιμή της πιθανότητας (με βάση τον κλασικό ορισμό).
	Συσχέτιση.	Π.Σ.9.1. Να διερευνούν την ανεξαρτησία ενδεχομένων μέσα από την εκτέλεση πειραμάτων τύχης και προσομοιώσεων.	● Υπολογισμός των πιθανοτήτων ενδεχομένων που είναι ανεξάρτητα ή όχι, ανάλογα με τις συνθήκες εκτέλεσης του πειράματος τύχης (π.χ. τυχαία επιλογή χρωματιστών σφαιρών μία μία από κάλπη με ή χωρίς επανάθεση). ● Διατύπωση παραδειγμάτων πειραμάτων τύχης και ανεξάρτητων ενδεχομένων (π.χ. στρίψιμο ενός κέρματος και ρίψη ενός ζαριού).