

*Ержанов Т. М., магистрант  
Казахский национальный технический университет им. К. И.  
Сатпаева  
Казахстан, г. Алматы  
Научный руководитель: Сулейменова А. К., к.т.н., доцент*

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ**

*Аннотация.* В статье рассматриваются вопросы математического моделирования тепловых процессов, протекающих в энергетических установках. Изложены теоретические основы описания теплопереноса, проанализированы основные подходы к построению математических моделей и численные методы их реализации. Обсуждаются вопросы постановки краевых задач, выбора расчётной сетки и верификации полученных результатов. Сделан вывод о том, что математическое моделирование является эффективным инструментом анализа и оптимизации тепловых режимов энергетического оборудования, позволяющим снизить затраты на проведение натурных экспериментов.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, тепловые процессы, теплоперенос, энергетические установки, численные методы, краевая задача, теплопроводность, оптимизация.

### **Введение**

Энергетические установки представляют собой сложные технические системы, эффективность и надёжность которых в значительной степени определяются протекающими в них тепловыми процессами. Корректный учёт закономерностей теплопереноса является необходимым условием как при проектировании нового оборудования, так и при анализе режимов работы действующих установок. Натурные эксперименты, традиционно применяемые для исследования тепловых процессов, сопряжены со значительными затратами времени и средств, а в ряде случаев их проведение затруднено или невозможно в силу технических ограничений.

В этих условиях математическое моделирование выступает мощным инструментом исследования, позволяющим воспроизводить тепловые процессы в широком диапазоне условий, проводить вычислительные эксперименты и оптимизировать конструктивные и режимные параметры оборудования. Развитие вычислительной техники и численных методов

существенно расширило возможности моделирования, сделав его неотъемлемой частью современной инженерной практики. Целью настоящей работы является обобщение теоретических основ и методических подходов к математическому моделированию тепловых процессов в энергетических установках.

### **Теоретические основы описания теплопереноса**

Математическое описание тепловых процессов основывается на фундаментальных законах сохранения энергии. Перенос теплоты в твёрдых телах и теплоносителях осуществляется тремя основными механизмами: теплопроводностью, конвекцией и тепловым излучением. В большинстве практических задач, связанных с энергетическими установками, перечисленные механизмы действуют совместно, что обуславливает необходимость их комплексного учёта при построении математической модели.

Базовым уравнением, описывающим распределение температуры в сплошной среде, является дифференциальное уравнение теплопроводности, связывающее изменение температуры во времени с пространственным распределением тепловых потоков и внутренними источниками теплоты. В общем случае это уравнение относится к классу уравнений в частных производных параболического типа. Для его однозначного решения необходима постановка краевых условий, включающих начальное распределение температуры и условия на границах расчётной области, отражающие характер теплообмена с окружающей средой.

Условия теплообмена на границах могут быть заданы несколькими способами в зависимости от физической природы процесса: фиксацией температуры на поверхности, заданием плотности теплового потока либо описанием конвективного теплообмена с окружающей средой через коэффициент теплоотдачи. Корректный выбор краевых условий имеет принципиальное значение, поскольку именно он определяет адекватность модели реальному процессу.

### **Подходы к построению математических моделей**

При построении математических моделей тепловых процессов принято выделять несколько уровней детализации, выбор которых определяется целями исследования и требуемой точностью. Сосредоточенные модели, рассматривающие объект как совокупность тел

с однородным распределением температуры, отличаются простотой и применяются для оценочных расчётов и анализа динамики тепловых режимов в целом. Распределённые модели, напротив, учитывают пространственную неоднородность температурного поля и обеспечивают существенно более высокую детализацию.

Существенное значение имеет вопрос учёта зависимости теплофизических свойств материалов от температуры. В широком диапазоне рабочих температур, характерном для энергетических установок, теплопроводность, теплоёмкость и плотность материалов могут заметно изменяться, что приводит к нелинейности математической модели. Учёт подобных нелинейностей повышает точность расчётов, однако усложняет процедуру решения и предъявляет повышенные требования к вычислительным ресурсам.

### **Численные методы реализации**

Аналитическое решение уравнений теплопроводности возможно лишь для ограниченного круга задач с простой геометрией и однородными свойствами среды. В практике моделирования тепловых процессов в энергетических установках, характеризующихся сложной геометрией и разнообразными условиями теплообмена, преимущественно применяются численные методы. Наибольшее распространение получили метод конечных разностей, метод конечных элементов и метод конечных объёмов.

Метод конечных разностей основан на замене производных в дифференциальном уравнении их разностными аналогами на заданной расчётной сетке и отличается относительной простотой реализации. Метод конечных элементов, предполагающий разбиение расчётной области на множество элементов простой формы, обеспечивает высокую гибкость при моделировании объектов сложной геометрии. Метод конечных объёмов, основанный на записи законов сохранения для контрольных объёмов, получил широкое применение в задачах, связанных с течением теплоносителей. Выбор конкретного метода определяется особенностями задачи, требованиями к точности и доступными вычислительными средствами.

### **Расчётная сетка и верификация результатов**

Качество численного решения в значительной степени зависит от характеристик расчётной сетки. Сгущение сетки в областях с большими

градиентами температуры позволяет повысить точность расчётов, однако приводит к возрастанию вычислительных затрат. В связи с этим важной задачей является обоснованный выбор параметров сетки, обеспечивающий приемлемый баланс между точностью и трудоёмкостью вычислений. Распространённой практикой выступает анализ сходимости решения при последовательном измельчении сетки.

Неотъемлемым этапом моделирования является верификация полученных результатов, направленная на подтверждение их достоверности. Верификация может осуществляться путём сопоставления результатов расчёта с аналитическими решениями для упрощённых случаев, с данными натурных или лабораторных экспериментов, а также посредством сравнения результатов, полученных различными численными методами. Только при условии успешной верификации математическая модель может рассматриваться как надёжный инструмент анализа и прогнозирования.

### **Заключение**

Проведённый анализ подтверждает, что математическое моделирование является эффективным и экономически целесообразным инструментом исследования тепловых процессов в энергетических установках. Современные численные методы в сочетании с возможностями вычислительной техники позволяют с высокой точностью воспроизводить сложные тепловые режимы, проводить вычислительные эксперименты и решать задачи оптимизации, существенно сокращая объём дорогостоящих натурных испытаний.

Результативность моделирования определяется корректностью постановки краевой задачи, обоснованностью принятых допущений, рациональным выбором численного метода и параметров расчётной сетки, а также тщательной верификацией полученных результатов. Перспективы дальнейшего развития данного направления связаны с разработкой комплексных моделей, учитывающих совместное действие различных механизмов теплопереноса, а также с интеграцией методов математического моделирования в системы автоматизированного проектирования и управления энергетическим оборудованием.

### **Список использованных источников**

1. Лыков А. В. Теория теплопроводности : учебное пособие. — Москва : Высшая школа, 1967. — 600 с.

2. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача : учебник для вузов. — Москва : Энергоиздат, 1981. — 416 с.
3. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. — Москва : Едиториал УРСС, 2003. — 784 с.
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / пер. с англ. — Москва : Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / пер. с англ. — Москва : Мир, 1975. — 541 с.
6. Incropera F. P., DeWitt D. P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. — 7th ed. — Hoboken : John Wiley & Sons, 2011. — 1076 p.