

Corrigé des exercices n° 32, 75, 17, 18 p.177-181

Exercice n°32 p.177 :

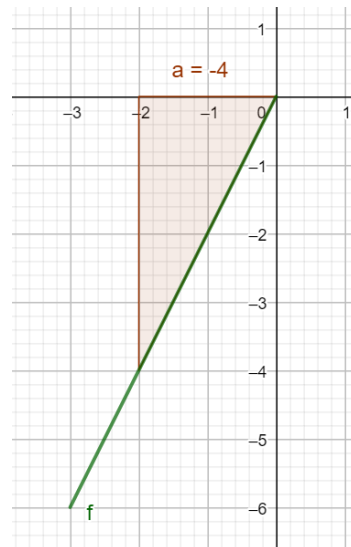
32 Soit la fonction f définie sur $[-3 ; 0]$ par $f(x) = 2x$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé d'unités 1 cm.

1. Construire la courbe $\mathcal{C}$ et hachurer la surface S comprise entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 0$.

2. a. Calculer l'aire de S , en unités d'aire.

b. Vérifier le résultat grâce à une lecture graphique.

c. Donner cette aire en cm^2 .



2. a) Comme la fonction est négative sur $[-2 ; 0]$

$$A = - \int_{-2}^0 f(x) dx = - \int_{-2}^0 2x dx = - [x^2]_{-2}^0 = - (0^2 - (-2)^2) = 4$$

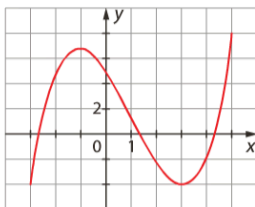
L'aire de la surface S fait 4 ua.

b) Sur le graphique, 4 carreaux sont coloriés donc $A = 4$ ua

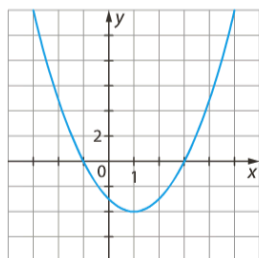
c) On calcule l'aire d'un triangle rectangle $A = \frac{B \times h}{2} = \frac{4 \times 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$

Exercice n°75 p.181 :

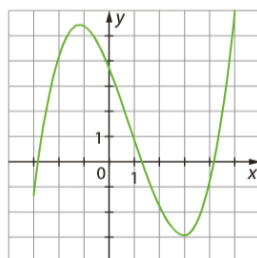
75 Soit f une fonction définie sur $[-3 ; 5]$.
La courbe ci-dessous représente une primitive F de f .



Parmi les deux courbes représentées ci-dessous, laquelle représente la fonction f ?
Justifier la réponse.



Courbe ①



Courbe ②

Les courbes bleues et vertes représentent les courbes de la fonction f qui sera la dérivée de la fonction F (en rouge).

Pour déterminer laquelle des courbes correspond, on doit regarder le signe de la dérivée pour le relier aux variations de la fonction F .

Pour la courbe bleue : la fonction est positive, puis négative puis positive.

Ainsi la fonction F aura deux changements de variation

Pour la courbe verte : la fonction est négative, puis positive, puis négative puis positive.

Ainsi la fonction F aura trois changements de variations.

Comme sur la courbe rouge, nous voyons deux changements de variation alors la courbe qui correspond à f est la courbe 1 (bleue)

Exercice n°17 p.176 :**17** Calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_1^3 2 \, dx, \quad J = \int_1^3 2x \, dx, \quad K = \int_1^3 x \, dx \quad \text{et} \quad L = \int_1^2 3x^2 \, dx.$$

$$I = \int_1^3 2 \, dx = [2x]_1^3 = 2 \times 3 - 2 \times 1 = 4$$

$$J = \int_1^3 2x \, dx = [x^2]_1^3 = 3^2 - 1^2 = 8$$

$$K = \int_1^3 x \, dx = [x^2/2]_1^3 = \frac{3^2}{2} - \frac{1^2}{2} = 8/2 = 4$$

$$L = \int_1^2 3x^2 \, dx = [x^3]_1^2 = 2^3 - 1^3 = 7$$

Exercice n°18 p.176 :**18** 1. Donner une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction f telle que $f(x) = \frac{1}{x}$.2. Calculer l'intégrale de f entre 1 et 2.1. Une primitive de $1/x$ sur $]0; +\infty[$ est $F(x) = \ln(x)$

$$2. \int_1^2 \frac{1}{x} \, dx = [\ln(x)]_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$$

Exercice n°24 p.177**24** 1. Déterminer une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

2. En déduire $I = \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} \, dx$.1. Une primitive est $F(x) = \ln(x^2 + 1)$

$$2. \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} \, dx = [\ln(x^2 + 1)]_0^1 = \ln(1^2 + 1) - \ln(0^2 + 1) = \ln 2$$

Exercice n°27 p.177 :

27 Soit f une fonction continue sur $[-4 ; 7]$ dont on connaît le tableau de variation :

x	-4	1	2	5	7
f	0	3	0	-2	-1

- Déterminer le signe de $\int_{-4}^2 f(x) dx$ et de $\int_2^7 f(x) dx$.
- Déterminer deux réels a et b tels que $a \leq \int_1^5 f(x) dx \leq b$.
- Écrire l'intégrale de f entre 2 et 7 comme somme de deux intégrales en utilisant la relation de Chasles, puis démontrer que cette intégrale est comprise entre -10 et -2 .

- Comme la fonction est positive sur $[-4 ; 2]$ alors l'intégrale sera positive
Comme la fonction est négative sur $[2 ; 7]$ alors l'intégrale sera négative
- Pour tout $x \in [1 ; 5]$, $-2 \leq f(x) \leq 3$ on intègre les trois fonctions, qui restent dans le même ordre :

$$\int_1^5 -2 dx \leq \int_1^5 f(x) dx \leq \int_1^5 3 dx \text{ donc } [-2x]_1^5 \leq \int_1^5 f(x) dx \leq [3x]_1^5$$

$$\text{donc } -2 \times 5 - (-2) \times 1 \leq \int_1^5 f(x) dx \leq 3 \times 5 - 3 \times 1 \text{ et } -8 \leq \int_1^5 f(x) dx \leq 12$$

Donc $a = -8$ et $b = 12$

$$3. \int_2^7 f(x) dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_5^7 f(x) dx \quad \text{d'après la relation de Chasles}$$

$$\bullet \text{ Sur l'intervalle } [2 ; 5], -2 \leq f(x) \leq 0 \text{ donc } \int_2^5 -2 dx \leq \int_2^5 f(x) dx \leq \int_2^5 0 dx$$

$$\text{On calcule: } [-2x]_2^5 \leq \int_2^5 f(x) dx \leq [0]_2^5 \text{ et } -2 \times 5 - (-2) \times 2 \leq \int_2^5 f(x) dx \leq 0$$

$$\text{soit } -6 \leq \int_2^5 f(x) dx \leq 0$$

- **Sur l'intervalle** $[5 ; 7]$, $-2 \leq f(x) \leq -1$ donc $\int_5^7 -2 \, dx \leq \int_5^7 f(x) \, dx \leq \int_5^7 -1 \, dx$

On calcule: $[-2x]_5^7 \leq \int_5^7 f(x) \, dx \leq [-x]_5^7$ et

$$-2 \times 7 - (-2) \times 5 \leq \int_5^7 f(x) \, dx \leq -7 - (-5)$$

$$\text{soit } -4 \leq \int_5^7 f(x) \, dx \leq -2$$

$$\text{On additionne les deux : } -6 - 4 \leq \int_2^5 f(x) \, dx + \int_5^7 f(x) \, dx \leq 0 - 2$$

$$\text{Ainsi } -10 \leq \int_2^7 f(x) \, dx \leq -2$$