

Câu 3. [2D2-3.1-3] (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Tính giá trị của biểu thức $P = \log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \dots + \log(\tan 89^\circ)$.

- A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= \log(\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ) \\ &= \log((\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ) \end{aligned}$$

$$\text{Áp dụng công thức } \tan \alpha \cdot \tan(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\text{Khi đó } P = \log 1 = 0 .$$

Câu 33. [2D2-3.1-3] (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Cho ba số thực dương a , b , c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2 \log_b c = 4 \log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $P = abc$ bằng bao nhiêu?

- A. 324 . B. 243 . C. 521 . D. 512 .

Lời giải

Chọn B.

Do a , b , c đều khác 1 nên $\log_a b$, $\log_b c$ và $\log_c a$ đều khác 0.

$$\text{Ta có } \log_a b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a c \cdot \log_c b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a c = 2 \log_b^2 c$$

$$\text{và } \log_a b = 4 \log_c a \Leftrightarrow \log_a c \cdot \log_c b = 4 \log_c a \Leftrightarrow \log_c b = 4 \log_c^2 a .$$

$$\text{Suy ra } \log_a c \cdot \log_c b = 8 \log_b^2 c \cdot \log_c^2 a \Leftrightarrow \log_a b = 2 .$$

$$\text{Do đó } b = a^2 \text{ và } \log_a b = 2 \log_b c = 2 \Rightarrow b = c .$$

$$a + 2b + 3c = 48 \Leftrightarrow 5a^2 + a - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{16}{5} \\ a = 3 \end{cases} .$$

Theo giả thiết

$$\text{Do các số } a, b, c \text{ dương nên } a = 3 \Rightarrow b = c = 9, \text{ vậy } P = abc = 243 .$$

Câu 41: [2D2-3.1-3] (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Cho a , b , c là các số thực

thỏa $c > b > a > 1$ và $6 \log_a^2 b - \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 1$. Đặt $T = \log_b c - 2 \log_a b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $T \in (-3; -1)$. B. $T \in (-1; 2)$. C. $T \in (2; 5)$. D. $T \in (5; 7)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 6 \log_a^2 b - \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 1 \Leftrightarrow 6 \log_a^2 b - \log_b^2 c = \log_a c - \log_a b - 2 \log_b c + 1$$

$$\Leftrightarrow 6 \log_a^2 b - \log_b^2 c = \log_a b \cdot \log_b c - \log_a b - 2 \log_b c + 1$$

$$\text{Đặt } x = \log_a b, y = \log_b c .$$

Ta có: $6x^2 - y^2 = xy - x - 2y + 1 \Leftrightarrow 6x^2 + (1-y)x - y^2 + 2y - 1 = 0$

Ta có: $\Delta = (1-y)^2 - 24(-y^2 + 2y - 1) = 25y^2 - 50y + 25 = 25(y-1)^2$

Suy ra:
$$\begin{cases} x = \frac{y-1-5(y-1)}{12} \\ x = \frac{y-1+5(y-1)}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{y-1-5(y-1)}{12} = \frac{1-y}{3} \\ x = \frac{y-1+5(y-1)}{12} = \frac{y-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=1 \\ y-2x=1 \end{cases}$$

Vì $c > b > a > 1$ nên $x = \log_a b > \log_a a = 1$, $y = \log_b c > \log_b b = 1$.

Suy ra: $3x + y > 1$ nên nhận $y - 2x = 1 \Leftrightarrow \log_b c - 2\log_a b = 1$.

Câu 26: [2D2-3.1-3] (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Gọi x, y là các số thực dương

thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a + b$.

A. $T = 4$.

B. $T = 8$.

C. $T = 11$.

D. $T = 6$.

Lời giải

Chọn D.

$$t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y) \rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ x + y = 4^t \end{cases}$$

Đặt

Suy ra $x + y = 4^t \Leftrightarrow 9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Mặt khác $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{9}{6}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$ suy ra $\frac{-a+\sqrt{b}}{2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$

Vậy $T = a + b = 6$.

Câu 46: [2D2-3.1-3] (THPT Quảng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Biết rằng

$$2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2 \left[14 - (y-2)\sqrt{y+1} \right] \text{ trong đó } x > 0.$$

Tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 1$.

A. 3.

B. 1

C. 2

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $x + \frac{1}{x} \geq 2 \Rightarrow 2^{x+\frac{1}{x}} \geq 4$.

Lại có $14 - (y-2)\sqrt{y+1} = 14 - (y+1)\sqrt{y+1} + 3\sqrt{y+1}$.

Đặt $t = \sqrt{y+1} \geq 0$. Xét hàm số $f(t) = -t^3 + 3t + 14$ trên $(0; +\infty)$, ta có $f'(t) = -3t^2 + 3$. Do đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ vì $t \in (0; +\infty)$.

Từ đó ta có $\max_{(0; +\infty)} f(t) = f(1) = 16$.

Vậy $14 - (y-2)\sqrt{y+1} \leq 16 \Rightarrow \log_2 [14 - (y-2)\sqrt{y+1}] \leq 4$. Khi đó

$$2^{\frac{x+1}{x}} = \log_2 [14 - (y-2)\sqrt{y+1}] \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0. \end{cases} \Rightarrow P = 2.$$

Câu 28. [2D2-3.1-3] (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Xét các số thực dương x, y

thỏa mãn $\log_{16}(x+y) = \log_9 x = \log_{12} y$. Giá trị của biểu thức $P = 1 + \frac{x}{y} + \left(\frac{x}{y}\right)^2$ bằng

A. $P = 2$

B. $P = 16$

C. $P = 3 + \sqrt{5}$

D. $P = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn A.

Đặt $\log_{16}(x+y) = \log_9 x = \log_{12} y = t$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 12^t \\ x + y = 16^t \end{cases}$.

Khi đó $x + y = 16^t \Leftrightarrow 9^t + 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0$ (vì $16^t > 0$)

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} (N) \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} (L) \end{cases}$$

Vậy $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{12^t} = \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $P = 1 + \frac{x}{y} + \left(\frac{x}{y}\right)^2 = 1 + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 = 2$.

Câu 18: [2D2-3.1-3] (THPT Lương Văn Chánh Phú Yên năm 2017-2018) Cho $x = 2018!$.

Tính $A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

A. $A = \frac{1}{2017}$

B. $A = 2018$

C. $A = \frac{1}{2018}$

D. $A = 2017$

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x} \\
&= \log_x 2^{2018} + \log_x 3^{2018} + \dots + \log_x 2017^{2018} + \log_x 2018^{2018} \\
&= 2018 \cdot \log_x 2 + 2018 \cdot \log_x 3 + \dots + 2018 \cdot \log_x 2017 + 2018 \cdot \log_x 2018 \\
&= 2018 \cdot (\log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2017 + \log_x 2018) = 2018 \cdot \log_x (2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2017 \cdot 2018) \\
&= 2018 \cdot \log_{2018!} 2018! = 2018.
\end{aligned}$$

Câu 34. [2D2-3.1-3] (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tổng

$$S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2$$

dưới đây:

- A. $1008^2 \cdot 2018^2$. B. $1009^2 \cdot 2019^2$. C. $1009^2 \cdot 2018^2$. D. 2019^2 .

Lời giải

Chọn B.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}.$$

Ta có

Mặt khác

$$\begin{aligned}
S &= 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2 \\
&= 1 + 2^2 \log_{\frac{1}{2^2}} 2 + 3^2 \log_{\frac{1}{2^3}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\frac{1}{2^{2018}}} 2 = 1 + 2^3 \log_2 2 + 3^3 \log_2 2 + \dots + 2018^3 \log_2 2 \\
&= 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2018^3 = \left[\frac{2018(2018+1)}{2} \right]^2 = 1009^2 \cdot 2019^2.
\end{aligned}$$

Câu 44. [2D2-3.1-3] (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Đồ thị hàm số

$y = g(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của

biểu thức $g\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)$ bằng

- A. 2016 . B. -2020 . C. 2020 . D. -2016 .

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ và $M'(x'; y')$ là ảnh của

$M(x; y)$ qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$. Khi đó ta có $\begin{cases} x + x' = 2 \\ y + y' = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - x' \\ y = 2 - y' \end{cases}$.

Vì $M(x; y)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ nên ta có $2 - y' = a^{2 - x'}$

$$\Leftrightarrow y' = 2 - a^{2 - x'}.$$

$$\text{Vậy } y = g(x) = 2 - a^{2 - x} \text{ suy ra } g\left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right) = 2 - a^{2 - \left(2 + \log_a \frac{1}{2018}\right)} = -2016.$$

Câu 20: [2D2-3.1-3] (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG LẦN 01 NĂM 2018) Cho x, y là các số thực thỏa

$$\frac{\log_2 x}{\log_2(xy)+1} = \frac{\log_2 y}{\log_2(xy)-1} = \log_2 x + \log_2 y$$

mãn . Khi đó giá trị của $x+y$ bằng.

A. $x+y = 2 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

B. $x+y = 2$ hoặc $x+y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

C. $x+y = 2$

D. $x+y = \frac{1}{2}$ hoặc $x+y = 2$

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} a = \log_2 x \\ b = \log_2 y \end{cases}$

$$\frac{\log_2 x}{\log_2 x + \log_2 y + 1} = \frac{\log_2 y}{\log_2 x + \log_2 y - 1} = \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a+b+1} = \frac{b}{a+b-1} \\ \frac{a}{a+b+1} = a+b \end{cases}$$

Khi đó:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + ab - a = ab + b^2 + b \\ a = (a+b)^2 + a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a-b-1) = 0 \quad (1) \\ (a+b)^2 = -b \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a = b + 1 \end{cases}$$

Với $a = -b$: $(2) \Leftrightarrow a = b = 0 \Leftrightarrow x = y = 1 \Rightarrow x + y = 2$

Với $a = b + 1$: $(2) \Leftrightarrow (2b+1)^2 = -b \Leftrightarrow 4b^2 + 5b + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \Rightarrow a = 0 \\ b = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \end{cases}$

Với: $\begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{3}{2}$

Với: $\begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{8} \\ y = 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \end{cases} \Rightarrow x + y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

Câu 38. [2D2-3.1-3] (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho hàm số

$$f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

. Biết rằng $f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên dương, trong đó a, c, d là các số nguyên tố và $a < b < c < d$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. 1986

B. 1698

C. 1689

D. 1968

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = \ln\left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right) = \ln(x-1) + \ln(x+1) - 2\ln x$, với $x \geq 2$.

Khi đó

$$f(2) = \ln 1 + \ln 3 - 2 \ln 2$$

$$f(3) = \ln 2 + \ln 4 - 2 \ln 3$$

$$f(4) = \ln 3 + \ln 5 - 2 \ln 4$$

...

$$f(2016) = \ln 2015 + \ln 2017 - 2 \ln 2016$$

$$f(2017) = \ln 2016 + \ln 2018 - 2 \ln 2017$$

$$f(2018) = \ln 2017 + \ln 2019 - 2 \ln 2018$$

Suy ra $f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln 1 - \ln 2 + \ln 2019 - \ln 2018$

$$= 0 - \ln 2 + (\ln 3 + \ln 673) - (\ln 2 + \ln 1009)$$

$$= \ln 3 - 2 \ln 2 + \ln 673 - \ln 1009$$

$$= \ln 3 - \ln 4 + \ln 673 - \ln 1009$$

Do đó $P = a + b + c + d = 3 + 4 + 673 + 1009 = 1689$.

Câu 49. [2D2-3.1-3] (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho a, b là các số thực dương thỏa

mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$ bằng:

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = \log_a b$, vì $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$ nên $\frac{1}{2} \leq t < 1$.

Ta có $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{1}{1-t} + \frac{4}{t} - 4 = f(t)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{1-t} + \frac{4}{t} - 4$ trên nửa khoảng $\left[\frac{1}{2}; 1 \right)$, ta có

$$f'(t) = \frac{1}{(1-t)^2} - \frac{4}{t^2} = \frac{(3t-2)(2-t)}{t^2 \cdot (1-t)^2}; \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \notin \left[\frac{1}{2}; 1 \right) \text{ hoặc } t = \frac{2}{3} \in \left[\frac{1}{2}; 1 \right).$$

Bảng biến thiên:

t	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1
$f'(t)$		0	
	-	+	
$f(t)$	6	5	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} f(t) = 5$ khi $t = \frac{2}{3}$.

Vậy $\min P = 5$ khi $\log_a b = \frac{2}{3} \Leftrightarrow b = \sqrt[3]{a^2}$.

Câu 19: [2D2-3.1-3] (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Cho hàm số

$$f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}. \text{ Tính tổng } S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018).$$

- A.** $S = \frac{2018}{2019}$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = \ln 2018$. **D.** $S = 2018$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $f'(x) = \left(\frac{2018x}{x+1} \right)' \cdot \frac{x+1}{2018x} = \frac{2018}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{2018x} = \frac{1}{x(x+1)}$.

Khi đó: $f'(1) = \frac{1}{1 \cdot 2}$; $f'(2) = \frac{1}{2 \cdot 3}$; ...; $f'(2018) = \frac{1}{2018 \cdot 2019}$.

$$S = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} = 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}.$$

Câu 5: [2D2-3.1-3] (TH TUỔI TRÈ SỐ 6-2018) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn

$$a^{\log_2 5} = 4, b^{\log_4 6} = 16, c^{\log_7 3} = 49. \text{ Tính giá trị } T = a^{\log_2^2 5} + b^{\log_4^2 6} + 3c^{\log_7^2 3}.$$

- A.** $T = 126$. **B.** $T = 5 + 2\sqrt{3}$. **C.** $T = 88$. **D.** $T = 3 - 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $T = a^{\log_2^2 5} + b^{\log_4^2 6} + 3c^{\log_7^2 3} = 4^{\log_2 5} + 16^{\log_4 6} + 3 \cdot 49^{\log_7 3} = 5^2 + 6^2 + 3 \cdot 3^2 = 88$

Câu 24: [2D2-3.1-3] (THPT KINH MÔN -LẦN 2-2018) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn

$$\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}. \text{ Tính tỉ số } T = \frac{a}{b}.$$

- A.** $0 < T < \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$. **C.** $-2 < T < 0$. **D.** $1 < T < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = x$, ta có:

$$\begin{cases} a = 16^x \\ b = 20^x \\ \frac{2a-b}{3} = 25^x \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 16^x - 20^x = 3 \cdot 25^x \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{16}{25} \right)^x - \left(\frac{20}{25} \right)^x = 3$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{5}\right)^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^x = -1 \\ \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2}$$

$$\text{Từ đó } T = \frac{a}{b} = \frac{16^x}{20^x} = \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \in (1; 2)$$

Hay $1 < T < 2$.

Câu 36: [2D2-3.1-3] (THPT TRẦN NHÂN TÔNG QUẢNG NINH-LẦN 1-2018) Cho x, y là các

số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 - 6y^2 = xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}$.

A. $M = \frac{1}{4}$.

B. $M = 1$.

C. $M = \frac{1}{2}$.

D. $M = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $x^2 - 6y^2 = xy \Leftrightarrow x^2 - xy - 6y^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ x = -2y \end{cases}$.

Do x, y là các số thực dương lớn hơn 1 nên $x = 3y$ (1).

Mặt khác $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)} = \frac{\log_{12} 12xy}{\log_{12} (x + 3y)^2}$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có $M = \frac{\log_{12} 36y^2}{\log_{12} 36y^2} = 1$.

Câu 27. [2D2-3.1-3] (THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG HÀ TĨNH-LẦN 1-2018) Tổng

$$S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2$$

dưới đây.

A. $1008^2 \cdot 2018^2$.

B. $1009^2 \cdot 2019^2$.

C. $1009^2 \cdot 2018^2$.

D. 2019^2 .

Lời giải

Chọn B.

Ta có $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}$.

Mặt khác

$$S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2$$

$$= 1 + 2^2 \log_{\frac{1}{2^2}} 2 + 3^2 \log_{\frac{1}{2^3}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\frac{1}{2^{2018}}} 2 = 1 + 2^3 \log_2 2 + 3^3 \log_2 2 + \dots + 2018^3 \log_2 2$$

$$= 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2018^3 = \left[\frac{2018(2018+1)}{2} \right]^2 = 1009^2 \cdot 2019^2.$$