Câu 3. **[2D2-3.1-3] (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Tính giá trị của biểu thức $P=\log(\tan 1^\circ)+\log(\tan 2^\circ)+\log(\tan 3^\circ)+...+\log(\tan 89^\circ)$.

A. $P=0$. **B.** $P=2$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P=\log(\tan 1^\circ.\tan 2^\circ.\tan 3^\circ...\tan 89^\circ)$

$=\log((\tan 1^\circ.\tan 89^\circ).(\tan 2^\circ.\tan 88^\circ)...(\tan 44^\circ.\tan 46^\circ).\tan 45^\circ)$

Áp dụng công thức $\tan\alpha.\tan(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha.\cot\alpha=1$

Khi đó $P=\log 1=0$.

Câu 33. **[2D2-3.1-3] (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b=2\log_b c=4\log_c a$ và $a+2b+3c=48$. Khi đó $P=abc$ bằng bao nhiêu?

A. 324. **B.** 243. **C.** 521. **D.** 512.

Lời giải

Chọn B.

Do a, b, c đều khác 1 nên $\log_a b$, $\log_b c$ và $\log_c a$ đều khác 0.

Ta có $\log_a b=2\log_b c\Leftrightarrow \log_a c.\log_c b=2\log_b c\Leftrightarrow \log_a c=2\log_b^2 c$

và $\log_a b=4\log_c a\Leftrightarrow \log_a c.\log_c b=4\log_c a\Leftrightarrow \log_c b=4\log_c^2 a$.

Suy ra $\log_a c.\log_c b=8\log_b^2 c.\log_c^2 a\Leftrightarrow \log_a b=2$.

Do đó $b=a^2$ và $\log_a b=2\log_b c=2\Rightarrow b=c$.

Theo giả thiết $a+2b+3c=48\Leftrightarrow 5a^2+a-48=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-\frac{16}{5} \\ a=3 \end{array}\right.$.

Do các số a, b, c dương nên $a=3\Rightarrow b=c=9$, vậy $P=abc=243$.

Câu 41: **[2D2-3.1-3] (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho a, b, c là các số thực thỏa $c>b>a>1$ và $6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a\frac{c}{b}-2\log_b\frac{c}{b}-1$. Đặt $T=\log_b c-2\log_a b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $T\in(-3;-1)$. **B.** $T\in(-1;2)$. **C.** $T\in(2;5)$. **D.** $T\in(5;7)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a\frac{c}{b}-2\log_b\frac{c}{b}-1\Leftrightarrow 6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a c-log_a b-2\log_b c+1$

$\Leftrightarrow 6\log_a^2 b-\log_b^2 c=\log_a b\cdot\log_b c-log_a b-2\log_b c+1$

Đặt $x=\log_a b$, $y=\log_b c$.

Ta có: $6x^2-y^2=xy-x-2y+1 \Leftrightarrow 6x^2+(1-y)x-y^2+2y-1=0$

Ta có: $\Delta=(1-y)^2-24(-y^2+2y-1)=25y^2-50y+25=25(y-1)^2$

Suy ra: $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{y-1-5(y-1)}{12} \\ x=\dfrac{y-1+5(y-1)}{12} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{y-1-5(y-1)}{12}=\dfrac{1-y}{3} \\ x=\dfrac{y-1+5(y-1)}{12}=\dfrac{y-1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+y=1 \\ y-2x=1 \end{array}\right.$

Vì $c>b>a>1$ nên $x=\log_a b>\log_a a=1$, $y=\log_b c>\log_b b=1$.

Suy ra: $3x+y>1$ nên nhận $y-2x=1 \Leftrightarrow \log_b c-2\log_a b=1$.

Câu 26: **[2D2-3.1-3]** **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x=\log_6 y=\log_4(x+y)$ và $\dfrac{x}{y}=\dfrac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T=a+b$.

A. $T=4$. **B.** $T=8$. **C.** $T=11$. **D.** $T=6$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t=\log_9 x=\log_6 y=\log_4(x+y) \to \begin{cases} x=9^t \\ y=6^t \\ x+y=4^t \end{cases}$.

Suy ra $x+y=4^t \Leftrightarrow 9^t+6^t=4^t \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^t=1 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2t}+\left(\dfrac{3}{2}\right)^t-1=0$.

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Mặt khác $\dfrac{x}{y}=\dfrac{9^t}{6^t}=\left(\dfrac{9}{6}\right)^t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^t=\dfrac{-a+\sqrt{b}}{2}$ suy ra $\dfrac{-a+\sqrt{b}}{2}=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \to \begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases}$.

Vậy $T=a+b=6$.

Câu 46: **[2D2-3.1-3]** **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Biết rằng $2^{x+\frac{1}{x}}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]$ trong đó $x>0$.

Tính giá trị của biểu thức $P=x^2+y^2-xy+1$.

A. 3. **B.** 1 **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $x+\dfrac{1}{x}\ge 2 \Rightarrow 2^{x+\frac{1}{x}}\ge 4$.

Lại có $14-(y-2)\sqrt{y+1}=14-(y+1)\sqrt{y+1}+3\sqrt{y+1}$.

Đặt $t=\sqrt{y+1}\ge 0.$ Xét hàm số $f(t)=-t^3+3t+14$ trên $(0;+\infty)$, ta có $f'(t)=-3t^2+3$. Do đó $f'(t)=0\Leftrightarrow -3t^2+3=0\Leftrightarrow t=1$ vì $t\in(0;+\infty)$.

Từ đó ta có $\max\limits_{(0;+\infty)} f(t)=f(1)=16.$

Vậy $14-(y-2)\sqrt{y+1}\le 16 \Rightarrow \log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]\le 4$. Khi đó

$2^{x+\frac{1}{x}}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0. \end{cases} \Rightarrow P=2.$

Câu 28. **[2D2-3.1-3]** **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{16}(x+y)=\log_9 x=\log_{12} y$. Giá trị của biểu thức $P=1+\frac{x}{y}+\left(\frac{x}{y}\right)^2$ bằng

A. $P=2$. **B.** $P=16$. **C.** $P=3+\sqrt{5}$. **D.** $P=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $\log_{16}(x+y)=\log_9 x=\log_{12} y=t \Leftrightarrow \begin{cases} x=9^t \\ y=12^t \\ x+y=16^t \end{cases}$.

Khi đó $x+y=16^t \Leftrightarrow 9^t+12^t=16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{4}\right)^t-1=0$ (vì $16^t>0$)

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}(N) \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}(L) \end{array}\right.$.

Vậy $\frac{x}{y}=\frac{9^t}{12^t}=\left(\frac{3}{4}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $P=1+\frac{x}{y}+\left(\frac{x}{y}\right)^2=1+\frac{-1+\sqrt{5}}{2}+\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^2=2$.

Câu 18: **[2D2-3.1-3]** **(THPT Lương Văn Chánh Phú Yên năm 2017-2018)** Cho $x=2018!$.

Tính $A=\frac{1}{\log_{2^{2018}} x}+\frac{1}{\log_{3^{2018}} x}+...+\frac{1}{\log_{2017^{2018}} x}+\frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

A. $A=\frac{1}{2017}$. **B.** $A=2018$. **C.** $A=\frac{1}{2018}$. **D.** $A=2017$.

Lời giải

Chọn B.

$$A=\frac{1}{\log_{2^{2018}}x}+\frac{1}{\log_{3^{2018}}x}+...+\frac{1}{\log_{2017^{2018}}x}+\frac{1}{\log_{2018^{2018}}x}$$

$$=\log_x 2^{2018}+\log_x 3^{2018}+...+\log_x 2017^{2018}+\log_x 2018^{2018}$$

$$=2018.\log_x 2+2018.\log_x 3+...+2018.\log_x 2017+2018.\log_x 2018$$

$$=2018.\left(\log_x 2+\log_x 3+...+\log_x 2017+\log_x 2018\right)=2018.\log_x\left(2.3.....2017.2018\right)$$

$$=2018.\log_{2018!}2018!=2018.$$

Câu 34. **[2D2-3.1-3]** **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tổng $S=1+2^2\log_{\sqrt{2}}2+3^2\log_{\sqrt[3]{2}}2+....+2018^2\log_{\sqrt[2018]{2}}2$ dưới đây:

A. $1008^2.2018^2$. **B.** $1009^2.2019^2$. **C.** $1009^2.2018^2$. **D.** 2019^2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\frac{\left(n\left(n+1\right)\right)^2}{4}$.

Mặt khác

$$S=1+2^2\log_{\sqrt{2}}2+3^2\log_{\sqrt[3]{2}}2+....+2018^2\log_{\sqrt[2018]{2}}2$$

$$=1+2^2\log_{2^{\frac{1}{2}}}2+3^2\log_{2^{\frac{1}{3}}}2+....+2018^2\log_{2^{\frac{1}{2018}}}2=1+2^3\log_2 2+3^3\log_2 2+....+2018^3\log_2 2$$

$$=1+2^3+3^3+...+2018^3=\left[\frac{2018\left(2018+1\right)}{2}\right]^2=1009^2.2019^2.$$

Câu 44. **[2D2-3.1-3]** **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y=a^x\ (a>0,a\neq 1)$ qua điểm $I\left(1;1\right)$. Giá trị của biểu thức $g\left(2+\log_a\frac{1}{2018}\right)$ bằng

A. 2016. **B.** -2020. **C.** 2020. **D.** -2016.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M\left(x;y\right)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=a^x\ (a>0,a\neq 1)$ và $M'\left(x';y'\right)$ là ảnh của $M\left(x;y\right)$ qua phép đối xứng tâm $I\left(1;1\right)$. Khi đó ta có $\begin{cases}x+x'=2\\y+y'=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2-x'\\y=2-y'\end{cases}$.

Vì $M\left(x;y\right)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=a^x\ (a>0,a\neq 1)$ nên ta có $2-y'=a^{2-x'}$ $\Leftrightarrow y'=2-a^{2-x'}$.

Vậy $y=g\left(x\right)=2-a^{2-x}$ suy ra $g\left(2+\log_a\frac{1}{2018}\right)=2-a^{2-\left(2+\log_a\frac{1}{2018}\right)}=-2016$.

Câu 20: **[2D2-3.1-3] (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG LẦN 01 NĂM 2018)** Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\frac{\log_2 x}{\log_2(xy)+1}=\frac{\log_2 y}{\log_2(xy)-1}=\log_2 x+\log_2 y$. Khi đó giá trị của $x+y$ bằng.

A. $x+y=2+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

B. $x+y=2$ hoặc $x+y=\sqrt[4]{8}+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

C. $x+y=2$.

D. $x+y=\frac{1}{2}$ hoặc $x+y=2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} a=\log_2 x \\ b=\log_2 y \end{cases}$.

Khi đó:

$$\frac{\log_2 x}{\log_2 x+\log_2 y+1}=\frac{\log_2 y}{\log_2 x+\log_2 y-1}=\log_2 x+\log_2 y \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a+b+1}=\frac{b}{a+b-1} \\ \frac{a}{a+b+1}=a+b \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+ab-a=ab+b^2+b \\ a=(a+b)^2+a+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a-b-1)=0 \ (1) \\ (a+b)^2=-b \qquad (2) \end{cases}.$$

$$(1)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-b \\ a=b+1 \end{array}\right..$$

Với $a=-b$: $(2)\Leftrightarrow a=b=0\Leftrightarrow x=y=1\Rightarrow x+y=2$.

Với $a=b+1$: $(2)\Leftrightarrow (2b+1)^2=-b\Leftrightarrow 4b^2+5b+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-1\Rightarrow a=0 \\ b=-\frac{1}{4}\Rightarrow a=\frac{3}{4} \end{array}\right.$.

Với: $\begin{cases} a=0 \\ b=-1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}\Rightarrow x+y=\frac{3}{2}$.

Với: $\begin{cases} a=\frac{3}{4} \\ b=-\frac{1}{4} \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x=2^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{8} \\ y=2^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\sqrt[4]{2}} \end{cases}\Rightarrow x+y=\sqrt[4]{8}+\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

Câu 38. **[2D2-3.1-3] (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $f(x)=\ln\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f(2)+f(3)+...+f(2018)=\ln a-\ln b+\ln c-\ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên dương, trong đó a, c, d là các số nguyên tố và $a<b<c<d$. Tính $P=a+b+c+d$.

A. 1986. **B.** 1698. **C.** 1689. **D.** 1968.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(x)=\ln\left(1-\frac{1}{x^2}\right)=\ln\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)=\ln(x-1)+\ln(x+1)-2\ln x$, với $x\ge 2$.

Khi đó

$f(2)=\ln 1+\ln 3-2\ln 2$

$f(3)=\ln 2+\ln 4-2\ln 3$

$f(4)=\ln 3+\ln 5-2\ln 4$

…

$f(2016)=\ln 2015+\ln 2017-2\ln 2016$

$f(2017)=\ln 2016+\ln 2018-2\ln 2017$

$f(2018)=\ln 2017+\ln 2019-2\ln 2018$

Suy ra $f(2)+f(3)+...+f(2018)=\ln 1-\ln 2+\ln 2019-\ln 2018$

$=0-\ln 2+(\ln 3+\ln 673)-(\ln 2+\ln 1009)$

$=\ln 3-2\ln 2+\ln 673-\ln 1009$

$=\ln 3-\ln 4+\ln 673-\ln 1009$

Do đó $P=a+b+c+d=3+4+673+1009=1689$.

Câu 49. **[2D2-3.1-3] (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_{\frac{a}{b}}a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)$ bằng:

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t=\log_a b$, vì $b>1$ và $\sqrt{a}\le b<a$ nên $\frac{1}{2}\le t<1$.

Ta có $P=\log_{\frac{a}{b}}a+2\log_{\sqrt{b}}\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{1}{1-t}+\frac{4}{t}-4=f(t)$.

Xét hàm số $f(t)=\frac{1}{1-t}+\frac{4}{t}-4$ trên nửa khoảng $\left[\frac{1}{2};1\right)$, ta có

$f'(t)=\frac{1}{(1-t)^2}-\frac{4}{t^2}=\frac{(3t-2)(2-t)}{t^2.(1-t)^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2\notin\left[\frac{1}{2};1\right)$ hoặc $t=\frac{2}{3}\in\left[\frac{1}{2};1\right)$.

Bảng biến thiên:

t	$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	6	↘	5	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right)} f(t)=5$ khi $t=\frac{2}{3}$.

Vậy $\min P=5$ khi $\log_a b=\frac{2}{3} \Leftrightarrow b=\sqrt[3]{a^2}$.

Câu 19: **[2D2-3.1-3] (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x)=\ln\frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S=f'(1)+f'(2)+...+f'(2018)$.

A. $S=\frac{2018}{2019}$. **B.** $S=1$. **C.** $S=\ln 2018$. **D.** $S=2018$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có : $f'(x)=\left(\frac{2018x}{x+1}\right)'.\frac{x+1}{2018x}=\frac{2018}{(x+1)^2}.\frac{x+1}{2018x}=\frac{1}{x(x+1)}$.

Khi đó : $f'(1)=\frac{1}{1.2}$; $f'(2)=\frac{1}{2.3}$; ….; $f'(2018)=\frac{1}{2018.2019}$.

$S=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+...+\frac{1}{2018.2019}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+....+\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}=1-\frac{1}{2019}=\frac{2018}{2019}$.

Câu 5: **[2D2-3.1-3] (TH TUỔI TRẺ SỐ 6-2018)** Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_2 5}=4$, $b^{\log_4 6}=16$, $c^{\log_7 3}=49$. Tính giá trị $T=a^{\log_2^2 5}+b^{\log_4^2 6}+3c^{\log_7^2 3}$.

A. $T=126$. **B.** $T=5+2\sqrt{3}$. **C.** $T=88$. **D.** $T=3-2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $T=a^{\log_2^2 5}+b^{\log_4^2 6}+3c^{\log_7^2 3}=4^{\log_2 5}+16^{\log_4 6}+3.49^{\log_7 3}=5^2+6^2+3.3^2=88$

Câu 24: **[2D2-3.1-3] (THPT KINH MÔN -LẦN 2-2018)** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a=\log_{20} b=\log_{25}\frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T=\frac{a}{b}$.

A. $0<T<\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}<T<\frac{2}{3}$. **C.** $-2<T<0$. **D.** $1<T<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $\log_{16} a=\log_{20} b=\log_{25}\frac{2a-b}{3}=x$, ta có:

$$\begin{cases} a=16^x \\ b=20^x \\ \frac{2a-b}{3}=25^x \end{cases} \Rightarrow 2.16^x-20^x=3.25^x \Leftrightarrow 2.\left(\frac{16}{25}\right)^x-\left(\frac{20}{25}\right)^x=3$$

$$\Leftrightarrow 2.\left(\frac{4}{5}\right)^{2x}-\left(\frac{4}{5}\right)^{x}-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{4}{5}\right)^{x}=-1\\ \left(\frac{4}{5}\right)^{x}=\frac{3}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^{x}=\frac{3}{2}.$$

Từ đó $T=\frac{a}{b}=\frac{16^x}{20^x}=\left(\frac{4}{5}\right)^x=\frac{3}{2}\in(1;2)$.

Hay $1<T<2$.

Câu 36: **[2D2-3.1-3] (THPT TRẦN NHÂN TÔNG QUẢNG NINH-LẦN 1-2018)** Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $x^2-6y^2=xy$. Tính $M=\frac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

A. $M=\frac{1}{4}$. **B.** $M=1$. **C.** $M=\frac{1}{2}$. **D.** $M=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $x^2-6y^2=xy$ $x^2-xy-6y^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3y\\ x=-2y\end{array}\right.$.

Do x, y là các số thực dương lớn hơn 1 nên $x=3y$ (1).

Mặt khác $M=\frac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}=\frac{\log_{12}12xy}{\log_{12}(x+3y)^2}$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có $M=\frac{\log_{12}36y^2}{\log_{12}36y^2}=1$.

Câu 27. **[2D2-3.1-3] (THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG HÀ TĨNH-LẦN 1-2018)** Tổng $S=1+2^2\log_{\sqrt{2}}2+3^2\log_{\sqrt[3]{2}}2+....+2018^2\log_{\sqrt[2018]{2}}2$ dưới đây.

A. $1008^2.2018^2$. **B.** $1009^2.2019^2$. **C.** $1009^2.2018^2$. **D.** 2019^2.

Lời giải

Chọn B .

Ta có $1^3+2^3+3^3+...+n^3=\frac{(n(n+1))^2}{4}$.

Mặt khác

$S=1+2^2\log_{\sqrt{2}}2+3^2\log_{\sqrt[3]{2}}2+....+2018^2\log_{\sqrt[2018]{2}}2$

$=1+2^2\log_{2^{\frac{1}{2}}}2+3^2\log_{2^{\frac{1}{3}}}2+....+2018^2\log_{2^{\frac{1}{2018}}}2=1+2^3\log_2 2+3^3\log_2 2+....+2018^3\log_2 2$

$=1+2^3+3^3+...+2018^3=\left[\frac{2018(2018+1)}{2}\right]^2=1009^2.2019^2$.