

Regla nº 1

$$[kf]' = kf'$$

LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE POR UNA FUNCIÓN es igual a la constante por la derivada de la función

CÁLCULO DERIVADAS

Derivada de una función potencial: Forma simple

Ejercicio nº 1)  $f(x) = 4x$

$$f'(x) = \boxed{4}$$

Ejercicio nº 2)  $f(x) = -5x$

$$f'(x) = \boxed{-5}$$

Ejercicio nº 3)  $f(x) = \frac{2}{5}x$

$$f'(x) = \boxed{\frac{2}{5}}$$

Ejercicio nº 4)  $f(x) = \sqrt{2}x$

$$f'(x) = \boxed{\sqrt{2}}$$

Ejercicio nº 5)  $f(x) = 8x^3$

$$f'(x) = 8 \cdot 3x^2 = \boxed{24x^2}$$

Ejercicio nº 6)  $f(x) = 2x^7$

$$f'(x) = 2 \cdot 7x^6 = \boxed{14x^6}$$

Ejercicio nº 7)  $f(x) = 5x^{\frac{9}{2}}$

$$f'(x) = 5 \cdot \frac{9}{2} x^{\frac{9}{2}-1} = \frac{45}{2} x^{\frac{7}{2}} = \boxed{\frac{45}{2} \sqrt{x^7}}$$

Ejercicio nº 8)  $f(x) = 3x^{-6}$

$$f'(x) = 3(-6)x^{-7} = -18x^{-7} = \boxed{\frac{-18}{x^7}}$$

POTENCIAS

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

RECUERDA ESTE CAMBIO QUE ES MUY ÚTIL

Ejercicio nº 9)

Ejercicio nº 10)  $f(x) = \frac{4}{x}$      $f(x) = \frac{4}{x} = 4x^{-1}$      $f'(x) = 4(-1)x^{-1-1} = -4x^{-2} = \boxed{\frac{-4}{x^2}}$

Ejercicio nº 11)  $f(x) = \frac{5}{x^7}$      $f'(x) = \frac{-10}{7\sqrt[7]{x^9}}$

Ejercicio nº 12)  $f(x) = 3\sqrt{x}$      $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

Ejercicio nº 13)  $f(x) = -4\sqrt{x}$      $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{x}}$

Ejercicio nº 14)  $f(x) = 3\sqrt[3]{x}$      $f'(x) = \frac{3}{5\sqrt[3]{x^4}}$

Ejercicio nº 15)  $f(x) = 2\sqrt[2]{x^3}$      $f'(x) = \frac{6}{5\sqrt[2]{x^2}}$

Ejercicio nº 16)  $f(x) = 5\sqrt[3]{x^7}$      $f'(x) = \frac{5\sqrt[3]{x^4}}{3}$

Ejercicio nº 17)  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$      $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio nº 18)  $f(x) = \frac{5}{\sqrt[6]{x}}$      $f'(x) = \frac{-5}{6\sqrt[6]{x^7}}$

Ejercicio nº 19)  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x^3}}$      $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio nº 20)  $f(x) = \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}$        $f'(x) = \frac{-8}{5\sqrt[3]{x^7}}$

Ejercicio nº 21)  $f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{x^8}}$        $f'(x) = \frac{-40}{3\sqrt[3]{x^5}}$

**Regla nº 2**

$$[f + g]' = f' + g'$$

**LA DERIVADA DE UNA SUMA DE FUNCIONES es igual a suma de las derivadas de las funciones**

Ejercicio nº 22)  $f(x) = x^3 + x^2 + x + 5$        $f'(x) = \boxed{3x^2 + 2x + 1}$

Ejercicio nº 23)  $f(x) = 5x^3 + 3x^2 + 6x + 5$        $f'(x) = \boxed{15x^2 + 6x + 6}$

Ejercicio nº 24)  $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 6x + 8$        $f'(x) = -6x^2 + 6x - 6$

Ejercicio nº 25)  $f(x) = x^{-3} + x^2 + x^{-1} + 7$        $f'(x) = -3x^{-4} + 2x - x^{-2}$

Ejercicio nº 26)  $f(x) = x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{2}{3}} + 7x + 3$        $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{8}{3}x^{-\frac{1}{3}} + 7$

Ejercicio nº 27)  $f(x) = 4x^{-5} + 6x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{5}{2}} + 3$        $f'(x) = -20x^{-6} + 9x^{\frac{1}{2}} - \frac{15}{2}x^{-\frac{7}{2}}$

Ejercicio nº 28)  $f(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 5x - 3$        $f'(x) = \frac{6}{5}x^2 + \frac{1}{2}x + 5$

Ejercicio nº 29)  $f(x) = \frac{8}{3}x^4 + \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + 5x^{-\frac{2}{5}} - 13$        $f'(x) = \frac{32}{3}x^3 + \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{7}{5}}$

**Regla nº 3**

$$[f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

**LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES es igual a la derivada de la primera función por la segunda función más la primera función por la derivada de la segunda función**

**Ejercicio nº 30)**  $f(x) = (3x^2 + 3)(2x^2 + 1)$

$$f'(x) = 6x(2x^2 + 1) + (3x^2 + 3)4x = 12x^3 + 6x + 12x^3 + 12x = 24x^3 + 18x = \boxed{6x(4x^2 + 3)}$$

**Ejercicio nº 31)**  $f(x) = (4x^3 - 6)(4x^2 + 4)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12x^2(4x^2 + 4) + (4x^3 - 6)8x = 48x^4 + 48x^2 + 32x^4 - 48x = \\ &= 80x^4 + 48x^2 - 48x = \boxed{16x(5x^3 + 3x - 3)} \end{aligned}$$

**Ejercicio nº 32)**  $f(x) = (-x^2 + 4x + 5)(4x^4 - 3)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (-2x + 4)(4x^4 - 3) + (-x^2 + 4x + 5)16x^3 = -8x^5 + 6x + 16x^4 - 12 - 16x^5 + 64x^4 + 80x^3 = \\ &= -24x^5 + 80x^4 + 80x^3 + 6x - 12 = \boxed{-2(12x^5 - 40x^4 - 40x^3 - 3x + 6)} \end{aligned}$$

**Ejercicio nº 33)**  $f(x) = (x + 5x^2 + 6x^3)(4x^2 - 5)$      $f'(x) = 120x^4 + 80x^3 - 78x^2 - 50x - 5$

**Regla nº 4**

$$\left[ \frac{f}{g} \right]' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

**LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE FUNCIONES es igual a la derivada de la función del numerador por la función del denominador menos la función del numerador por la derivada de la función del denominador, dividido todo ello por el denominador al cuadrado**

**Ejercicio nº 34)**  $f(x) = \frac{2x^3 + 5}{4x^2 + 7}$

$$f'(x) = \frac{6x^2(4x^2 + 7) - (2x^3 + 5)8x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{24x^4 + 42x^2 - 16x^4 - 40x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{8x^4 + 42x^2 - 40x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{2x(4x^3 + 21x - 20)}{(4x^2 + 7)^2}$$

**Ejercicio nº 35)**  $f(x) = \frac{4x^3 - 5x^2}{3x^2 - 4}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= f'(x) = \frac{(12x^2 - 10x)(3x^2 - 4) - (4x^3 - 5x^2)6x}{(3x^2 - 4)^2} = \frac{36x^4 - 48x^2 - 30x^3 + 40x - 24x^4 + 30x^3}{(3x^2 - 4)^2} = \\ &= \frac{12x^4 - 48x^2 + 40x}{(3x^2 - 4)^2} = \boxed{\frac{4x(3x^3 - 12x + 10)}{(3x^2 - 4)^2}} \end{aligned}$$

Ejercicio nº 36)  $f(x) = \frac{x^{-2} + x^4 - 6}{3x^3 + 4x^4}$   $f'(x) = \frac{3x^7 + 96x^4 + 54x^3 - 28x - 18}{x^7(4x+3)^2}$

Ejercicio nº 37)  $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 3}{3x^2 + 7}$   $f'(x) = \frac{-2(3x^2 - 12x - 7)}{(3x^2 + 7)^2}$

Ejercicio nº 38)  $f(x) = \frac{x^{-2} + x^5 - 6}{x^4 + x^{-3}}$   $f'(x) = \frac{x^{14} + 24x^9 + 2x^7 - 18x^2 + 1}{(x^7 + 1)^2}$

$$[\text{Ln}(u)]' = \frac{u'}{u}$$

LA DERIVADA DEL LOGARITMO NEPERIANO DE UNA FUNCIÓN DE x es igual a la derivada de la función de x dividida entre dicha función

Ejercicio nº 39)  $f(x) = \ln(2x)$   $f'(x) = \frac{2}{2x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 40)  $f(x) = \ln\left(\frac{3x}{4}\right)$   $f'(x) = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3x}{4}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 41)  $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{2}\right)$   $f'(x) = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5x}{2}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 42)  $f(x) = \ln(3x)$   $f'(x) = \frac{3}{3x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 43)  $f(x) = 4\ln(5x)$   $f'(x) = 4 \cdot \frac{5}{5x} = \boxed{\frac{4}{x}}$

Ejercicio nº 44)  $f(x) = \frac{3}{2}\ln(7x)$   $f'(x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{7x} = \boxed{\frac{3}{2x}}$

Ejercicio nº 45)  $f(x) = \frac{-4}{5} \ln\left(\frac{2x}{3}\right)$   $f'(x) = \frac{-4}{5} \cdot \frac{\frac{2}{2x}}{\frac{3}{3}} = \boxed{\frac{-4}{5x}}$

Tipo nº 5

$$\left[ e^u \right]' = e^u \cdot u'$$

LA DERIVADA DEL NÚMERO "e" ELEVADO A UNA FUNCIÓN DE x es igual al número "e" elevado a dicha función de x multiplicado por la derivada de dicha función

Ejercicio nº 46)  $f(x) = e^{2x}$   $f'(x) = \boxed{2e^{2x}}$

Ejercicio nº 47)  $f(x) = e^{7x}$   $f'(x) = \boxed{7e^{7x}}$

Ejercicio nº 48)  $f(x) = e^{-x}$   $f'(x) = (-1)e^{-x} = \boxed{-e^{-x}}$

Derivada de una función potencial

$$f(x) = u^k \qquad f'(x) = k \cdot u^{k-1} \cdot u'$$

Ejercicio

$$f(x) = (x^3 + x^2 + x + 5)^5$$

Solución:

$$f'(x) = 5(x^3 + x^2 + x + 5)^4 (3x^2 + 2x + 1)$$

Ejercicio

$$f(x) = (2x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-3} + 5)^2$$

Solución:

$$f'(x) = 2(2x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-3} + 5)(8x^3 - 12x - \frac{21}{2}x^{-4})$$

**Ejercicio**

$$f(x) = (8x^3 + \frac{2}{9}x^{-1} + 7x^{-2} + 4)^8$$

Solución:

$$f'(x) = 8(8x^3 + \frac{2}{9}x^{-1} + 7x^{-2} + 4)^7(24x^2 - \frac{2}{9}x^{-2} - 14x^{-3})$$

**Ejercicio**

$$f(x) = (4x^3 + 2x^{-2} + 3x - 4)^{-5}$$

Solución:

$$f'(x) = -5(4x^3 + 2x^{-2} + 3x - 4)^{-6}(12x^2 - 4x^{-3} + 3)$$

**Ejercicio**

$$f(x) = (-3x^6 + 4x^{-1} + 3x^{-6} - 3)^{-7}$$

Solución:

$$f'(x) = -7(-3x^6 + 4x^{-1} + 3x^{-6} - 3)^{-8}(-18x^5 - 4x^{-2} - 18x^{-7})$$

**Derivada de una función logarítmica****Ejercicio**

$$f(x) = \text{Ln}(4x^3 + x^2 + 3x + 5)^6$$

Solución:

$$f'(x) = \frac{6(12x^2 + 2x + 3)}{4x^3 + x^2 + 3x + 5}$$

**Ejercicio**

$$f(x) = \text{Ln}(3x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6)^5$$

Solución:

$$f'(x) = \frac{5(12x^3 - 12x - 14x^{-5})}{3x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6}$$

**Ejercicio**

$$f(x) = \ln\left(7x^3 + \frac{3}{8}x^{-1} + 7x^{-2} + 3\right)^7$$

Solución:

$$f'(x) = \frac{7\left(21x^3 - \frac{3}{8}x^{-2} - 14x^{-3}\right)}{7x^3 + \frac{3}{8}x^{-1} + 7x^{-2} + 3}$$

**Ejercicio**

$$f(x) = \ln(5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4)^{-5}$$

Solución:

$$f'(x) = \frac{-5(15x^2 - 6x^{-3} + 4)}{5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4}$$

**Ejercicio**

$$f(x) = \ln(-3x^4 + 8x^{-2} + 24x^2 + 6)^{-2}$$

Solución:

$$f'(x) = \frac{-2(-12x^3 - 16x^{-3} + 48x)}{-3x^4 + 8x^{-2} + 24x^2 + 6}$$

**Derivada de una función exponencial con base el número e****Ejercicio**

$$f(x) = e^{(x^5 + x^2 + x + 8)^3}$$

Solución:

$$f'(x) = 3e^{(x^5 + x^2 + x + 8)^3} (x^5 + x^2 + x + 8)^2 (5x^4 + 2x + 1)$$

**Ejercicio**

$$f(x) = e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5}$$

Solución:

$$f'(x) = 5e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5} (2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^4 (8x^3 - 8x + 7)$$

### Ejercicio

$$f(x) = e^{(-5x^3+4x^2-3x-8)^2}$$

Solución:

$$f'(x) = 2e^{(-5x^3+4x^2-3x-8)^2} (-5x^3+4x^2-3x-8)(-15x^2+8x-3)$$

### Ejercicio

$$f(x) = e^{(x^4+\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{5}x+6)^3}$$

Solución:

$$f'(x) = 3e^{(x^4+\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{5}x+6)^3} (x^4+\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{5}x+6)^2 (4x^3+\frac{3}{2}x+\frac{2}{5})$$

### Ejercicio

$$f(x) = e^{(-\frac{1}{7}x^4+6x^3+\frac{7}{3}x^2+8x-3)^5}$$

Solución:

$$f'(x) = 5e^{(-\frac{1}{7}x^4+6x^3+\frac{7}{3}x^2+8x-3)^5} (-\frac{1}{7}x^4+6x^3+\frac{7}{3}x^2+8x-3)^4 (-\frac{4}{7}x^3+18x^2+\frac{14}{3}x)$$

### Ejercicio

$$f(x) = x^2 e^{x^5}$$

Solución:

$$f'(x) = e^{x^5} (5x^6 + 2x)$$

## RADICALES DE FUNCIONES

$$f(x) = \sqrt[k]{u}$$

$$f'(x) = \frac{u'}{k \cdot \sqrt[k]{u}^{k-1}}$$

### Derivada de la raíz cuadrada

La **derivada de la raíz cuadrada** de una función es igual a la derivada del radicando partida por el duplo de la raíz.

$$f(x) = \sqrt{u}$$

$$f'(x) = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

### Ejemplos

$$f(x) = \sqrt{5x + 2}$$

$$f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x + 2}}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{2x - 4}$$

$$f'(x) = \frac{2}{4\sqrt[4]{(2x - 4)^3}}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

$$f'(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x^5 - x^3 - 2}$$

$$f'(x) = \frac{5x^4 - 3x^2}{4\sqrt[4]{(x^5 - x^3 - 2)^3}}$$

### REPASO FINAL

#### Ejemplos de derivadas

$$f(x) = -2$$

$$f'(x) = 0$$

$$f(x) = -5x$$

$$f'(x) = -5$$

$$f(x) = -\frac{7}{2}x - 3$$

$$f'(x) = -\frac{7}{2}$$

$$f(x) = x^4$$

$$f'(x) = 4x^3$$

$$f(x) = x^{-4}$$

$$f'(x) = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5}$$

$$f(x) = \left(2x - \frac{1}{2}\right)^3$$

$$f'(x) = 3\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2$$

$$f(x) = \sqrt{5x+2}$$

$$f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+2}}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{2x-4}$$

$$f'(x) = \frac{2}{4\sqrt[4]{(2x-4)^3}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$