Преподаватель Семенова Ольга Леонидовна

Математика

Группа ТЭК 2/3

18.10.2022

Лекция

Матрицы, основные действия над ними

Цели:

1.**Образовательная**: сформировать представление о матрице, рассмотреть виды матриц и операции над ними.

*2.***Воспитательная***:* воспитать логическое мышление, внимание.

*3.***Развивающая***:* развитие коммуникативных качеств, критического мышления, познавательной активности студентов.

Формируемые общие и профессиональные компетенции: Материал лекции на тему: «Матрицы, основные действия над ними» формирует такие общие компетенции:

- ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
- ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
- ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
- ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
- ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.
- ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Вопросы лекции:

1) Определение матрицы.
2) Виды матриц.
3) Операции над матрицами.

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел, состоящая из m одинаковой длины строк или n одинаковой длины столбцов.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

a_{ij}- элемент матрицы, который находится в i-ой строке и j-м столбце.

Основные виды матрицы:

- квадратная (это матрица с равным числом столбцов и строк);
- транспонированная (можно получить, поменяв строки и столбцы матрицы местами. Матрица А размера $m \times n$ при этом преобразовании станет матрицей A^T размерностью $n \times m$);
- единичная (квадратная матрица, элементы главной диагонали которой равны единице, а остальные равны нулю)

$$E_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix},$$

Матрицы широко применяются в математике для компактной записи систем линейных алгебраических или дифференциальных уравнений. В этом случае, количество строк матрицы соответствует числу уравнений, а количество столбцов — количеству неизвестных. В результате решение систем линейных уравнений сводится к операциям над матрицами.

Для матрицы определены следующие алгебраические операции:

- сложение матриц, имеющих один и тот же размер;
- умножение матриц подходящего размера (матрицу, имеющую столбцов, можно умножить справа на матрицу, имеющую строк);
- в том числе умножение на матрицу вектора (по обычному правилу матричного умножения; вектор является в этом смысле частным случаем матрицы).

Рассмотрим операции над матрицами более подробно.

1. Сложение матриц A + B есть операция нахождения матрицы C, все элементы которой равны попарной сумме всех соответствующих элементов матриц A и B, то есть каждый элемент матрицы C равен $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$

2. Умножение матрицы A на число λ (обозначение: λA) заключается в построении матрицы B, элементы которой получены путём умножения каждого элемента матрицы A на это число, то есть каждый элемент матрицы B равен $b_{ij} = \lambda a_{ij}$

3. Умножение матриц (обозначение: AB, реже со знаком умножения $A \times B$) — есть операция вычисления матрицы C, элементы которой равны сумме произведений элементов в соответствующей строке первого множителя и столбце второго $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj}$ (умножение строки на столбец).

Количество столбцов в матрице A должно совпадать с количеством строк в матрице B. Если матрица A имеет размерность $m \times n$, матрица B — $n \times k$, то размерность их произведения AB = C есть $m \times k$. Смотри рис.1.

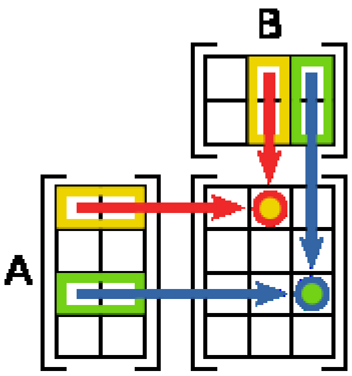

Рисунок 1 - Правило умножения двух матриц

Пример 1: Найти A+2B, если $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

Решение: $\mathrm{A} + 2\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 2+2\cdot 1 & 0+2\cdot(-2) & -1+2\cdot 3 \\ 1+2\cdot 0 & -3+2\cdot 4 & 4+2\cdot(-1) \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 4 & -4 & 5 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$

Пример 2: Найти $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

Решение: $A \cdot B =$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot (-2) + (-1) \cdot 3 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot 4 + (-1) \cdot (-1) \\ 1 \cdot 1 + (-3) \cdot (-2) + 4 \cdot 3 & 1 \cdot 0 + (-3) \cdot 4 + 4 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 19 & -16 \end{pmatrix}$$

Пример 3: Решить матричное уравнение: $2DA - 3A = 2X$,

$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

Решение: $D \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & -12 & 13 \\ 14 & -24 & 38 \end{pmatrix}$, $2DA - 3A = \begin{pmatrix} 23 & -24 & 20 \\ 19 & -36 & 61 \end{pmatrix}$,

$X = \frac{1}{2} \cdot (2DA - 3A) = \begin{pmatrix} 11.5 & -12 & 10 \\ 9.5 & -18 & 30.5 \end{pmatrix}$

Домашнее задание

Изучить материал, ответить на вопросы.

1) **Что такое матрица?**
2) **Какие алгебраические операции определены для матриц?**
3) **Разобрать примеры и переписать их в тетрадь.**

Ответы присылать на электронную почту: teacher-m2022@yandex.ru