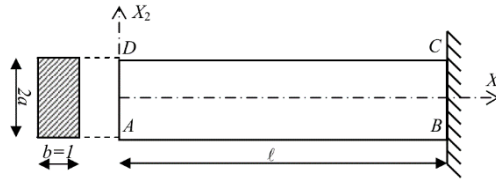


EMD 2: Mécanique des milieux continus**Exercice 1 (7 pts)**

On considère une plaque plane rectangulaire ($l \times 2a$) et d'épaisseur unitaire ($b = 1$). La plaque est soumise à un état plan de contraintes tel que le champ de déplacements est donné par :

$$u_1 = \frac{3P}{4a^3 E} \left[(L^2 - x_1^2) x_2 \right]$$

$$u_2 = \frac{3P}{4a^3 E} \left[(v x_2^2 - L^2) x_1 \right]$$



Où P une constante et E et ν sont le module d'élasticité et le coefficient de Poisson du matériau supposé élastique et isotrope.

- 1- Calculer le tenseur des déformations de la plaque.
- 2- Calculer le tenseur des contraintes (état de contraintes planes).
- 3- Calculer le champ des forces de volume.
- 4- Calculer le chargement (résultante) appliqué le long des bords de la plaque (AB, AD et DC).

Exercice 2 (4Pts)

Une pièce isotrope subit un état de déformation $\boldsymbol{\varepsilon}$ sous l'effet d'un état de contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ tels que :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 90 & 70 & 0 & 70 & -50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ (MPa)}; \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Déterminer les composantes inconnues des deux tenseurs $\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$. ($E = 82600$ MPa, $\nu = 0.35$).

Exercice 3 (9Pts)

Les composantes du champ de déplacements en un point $P(x_1, x_2, x_3)$ sont :

$$u_1 = 0.02x_1, \quad u_2 = 0.05x_2 - 0.04x_3, \quad u_3 = 0.03x_2 + 0.06x_3$$

- 1- Définir les composantes du tenseur gradient de déformations $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$.
- 2- En déduire les tenseurs de déformation $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$, et de rotation $\bar{\boldsymbol{\omega}}$.
- 3- Obtenir le tenseur de contrainte pour un solide isotrope au point. ($\lambda = 70$ GPa, $\mu = 50$ GPa)
- 4- déterminer graphiquement les déformations principales.
- 5- Quel est l'allongement unitaire suivant le vecteur $\vec{n}(\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4})$?
- 6- Quelles est la variation d'angle entre les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{t}(\frac{3}{5}, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$?

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{ij}$$