**EXERCICE N°1**

1/ Soit W la suite définie sur IN par : $W_n = \frac{1}{2}(n+1) + (\frac{1}{2})^n$

Calculer $W_0$ , $W_1$ et $W_2$.En déduire que W n'est ni arithmétique ni géométrique

2/ Soit U la suite arithmétique définie sur IN tel que $U_1 = 1$ et $U_{20} = \frac{21}{2}$

**a-** Calculer la raison r et le premier terme de cette suite

b- Exprimer $U_n$ en fonction de n

c- En déduire $\sum_{k=1}^{20} \frac{1+k}{2}$

3/ On considère la suite V définie sur IN par : $V_n = W_n - U_n$

**a-** Montrer que V est une suite géométrique

b- Calculer $\lim_{n\to+\infty} V_n$

c- Soit $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} V_k$ ; Exprimer $S_n$ en fonction de n. En déduire $\lim_{n\to+\infty} S_n$

**EXERCICE N°2**

Soit la suite u définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \ ; \ n \in IN \end{cases}$

1/a) Calculer : $u_1$ et $u_2$ ; En déduire que la suite u n'est ni arithmétique ni géométrique

b) Montrer par récurrence que, pour tout n de IN : $u_n > 1$

c) Montrer que u est croissante.

2/ Soit la suite v définie sur IN par $v_n = u_n - 1$

a) Montrer que v est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n

c) Calculer $\lim_{n\to+\infty} u_n$

3/a) Exprimer en fonction de n : $S = \sum_{k=0}^{n-1} v_k$

b) Exprimer en fonction de n : $S' = \sum_{k=0}^{n-1} u_k$

**EXERCICE N°3**

Soit la suite u définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n} \end{cases}$

1/a) Calculer : $u_1$ et $u_2$ ; En déduire que la suite u n'est ni arithmétique ni géométrique

b) Montrer par récurrence que, pour tout n de IN : $u_n < 3$

c) Montrer que u est croissante.

2/ Soit la suite v définie sur IN par $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

a) Montrer que v est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

**EXERCICE N°4**

Soit la suite U définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n + 2} \end{cases}$

1/ Montrer par récurrence que pour tout entier n, $0 \le U_n \le 2$.
2/ Montrer que U est strictement croissante.
3/ Déduire que U est convergente et calculer sa limite.

**EXERCICE N°5**

Soit u la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}u_n^2 + 1} \end{cases}$ ; $\forall n \in \mathbb{N}$

1/a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a : $1 \le u_n \le \sqrt{2}$
b) Montrer que la suite u est croissante
c) En déduire que la suite u est convergente et déterminer sa limite l

2/ on considère la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n^2 - 2$
a) Montrer que v est une suite géométrique
b) Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n
c) Retrouver la limite de la suite u

**EXERCICE N°6**

Soit la suite réelle u définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n - 3}{u_n} \end{cases}$ ; $\forall n \in \mathbb{N}$

1/a) Montrer que la suite u est minorée par 3
b) Montrer que la suite u est décroissante
c) En déduire que la suite u est convergente

2/a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - 3 \le \frac{1}{3}(u_n - 3)$.

b) En déduire que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n - 3 \le (\frac{1}{3})^n$.
c) Calculer la limite de la suite u