

## Un modello per descrivere processi cognitivi nello sviluppo di congetture in Cabri

Anna Baccaglini-Frank

*Dipartimento di Scienze Matematiche ed Informatiche, Università di Siena &  
Department of Mathematics and Statistics, University of New Hampshire*

L'utilizzo di programmi di geometria dinamica sembra influenzare la risoluzione di problemi aperti in geometria euclidea. In particolare questi programmi sembrano influenzare la fase di investigazione di situazioni geometriche in cui vengano richieste formulazioni di congetture (Mariotti, 2006). Sembra che alcune modalità di utilizzo degli strumenti disponibili nell'ambiente Cabri favoriscano particolari processi cognitivi legati alla formulazione di congetture durante la risoluzione di tali problemi aperti (Talmon & Yerushalmy, 2004; Mariotti, 2006).

Le modalità di utilizzo degli strumenti di Cabri a cui siamo interessati sono stati definiti "schemi di trascinamento" da Arzarello (Arzarello et al., 1998) e Olivero (1999, 2002), e riguardano particolari modalità di trascinamento di punti nell'ambiente Cabri. Questi schemi di trascinamento sono stati definiti durante la fase di analisi di protocolli, per descrivere i diversi modi di muovere punti sullo schermo e le diverse intenzionalità che lo studente può avere durante il trascinamento e la formulazione di una congettura. Olivero, Arzarello, Paola, Robutti, e Micheletti (Olivero, 2000; Arzarello, et al., 1998, 2002) hanno descritto il processo di esplorazione alla ricerca di congetture e la transizione alla dimostrazione attraverso un passaggio di controllo (Arzarello et al., 2002). Secondo il loro modello, per l'esperto la transizione da controllo di tipo *ascendente* (la direzione è dalla figura verso lo studente) a controllo di tipo *discendente* (la direzione è dallo studente sulla figura) avverrebbe attraverso l'abduzione.

Abbiamo elaborato un modello per cercare di descrivere come avviene, in dettaglio questo particolare processo cognitivo di tipo abduzione che si riscontra quando vengono utilizzati determinati schemi di trascinamento che portano ad un cambiamento di controllo. Inoltre abbiamo avanzato l'ipotesi che fornire agli studenti particolari schemi di trascinamento a priori possa favorire tale processo cognitivo e la produzione di congetture. Infine ipotizziamo che diverse investigazioni portino a diversi tipi di congetture, che saranno più o meno immediate da dimostrare. Durante l'investigazione, infatti, può essere scoperto o meno e descritto in modo più o meno geometricamente sofisticato il *path*, concetto nuovo che cercherò di introdurre durante la presentazione.

Mi propongo di illustrare brevemente gli aspetti fondamentali del quadro teorico in cui si pone lo studio, in particolare le idee di argomentazione-dimostrazione rispetto a congettura-teorema (Duval, 1996; Balacheff, 1999; Mariotti, 2001; Pedemonte, 2007), micromondo (Papert, 1980; Balacheff & Kaput, 1996), approccio strumentale (Norman, 1991), abduzione (Peirce, 1960; Magnani, 2001), e unità cognitiva (Boero et al., 1996). Darò una breve descrizione dell'organizzazione dello studio e delle fasi svolte e ancora mancanti, per poi introdurre il nostro modello descrittivo, in dettaglio, e usarlo per analizzare alcuni episodi dello studio preliminare. Poiché lo studio preliminare serve per affinare gli strumenti d'analisi, il modello, e le attività proposte, vorrei aprire un dibattito con i presenti per capire quali siano le parti meno convincenti e solide dell'impostazione di questo studio.

# **Un modello per descrivere processi cognitivi nello sviluppo di congetture in Cabri**

*Anna Baccaglini-Frank Dipartimento di Scienze Matematiche ed Informatiche, Università di Siena & Department of Mathematics and Statistics, University of New Hampshire*

L'utilizzo di programmi di geometria dinamica sembra influenzare la risoluzione di problemi aperti in geometria euclidea. In particolare questi programmi sembrano influenzare la fase di investigazione di situazioni geometriche in cui vengono richieste formulazioni di congetture (Mariotti, 2006). Sembra che alcune modalità di utilizzo degli strumenti disponibili nell'ambiente Cabri favoriscano particolari processi cognitivi legati alla formulazione di congetture durante la risoluzione di tali problemi aperti (Talmon & Yerushalmy, 2004; Mariotti, 2006). Le modalità di utilizzo degli strumenti di Cabri a cui siamo interessati sono stati definiti "schemi di trascinamento" da Arzarello (Arzarello et al., 1998) e Olivero (1999, 2002), e riguardano particolari modalità di trascinamento di punti nell'ambiente Cabri. Questi schemi di trascinamento sono stati definiti durante la fase di analisi di protocolli, per descrivere i diversi modi di muovere punti sullo schermo e le diverse intenzionalità che lo studente può avere durante il trascinamento e la formulazione di una congettura. Olivero, Arzarello, Paola, Robutti, e Micheletti (Olivero, 2000; Arzarello, et al., 1998, 2002) hanno descritto il processo di esplorazione alla ricerca di congetture e la transizione alla dimostrazione attraverso un passaggio di controllo (Arzarello et al., 2002). Secondo il loro modello, per l'esperto la transizione da controllo di tipo ascendente (la direzione è dalla figura verso lo studente) a controllo di tipo discendente (la direzione è dallo studente sulla figura) avverrebbe attraverso l'abduzione. Abbiamo elaborato un modello per cercare di descrivere come avviene, in dettaglio questo particolare processo cognitivo di tipo abduzionale che si riscontra quando vengono utilizzati determinati schemi di trascinamento che portano ad un cambiamento di controllo. Inoltre abbiamo avanzato l'ipotesi che fornire agli studenti particolari schemi di trascinamento a priori possa favorire tale processo cognitivo e la produzione di congetture. Infine ipotizziamo che diverse investigazioni portino a diversi tipi di congetture, che saranno più o meno immediate da dimostrare. Durante l'investigazione, infatti, può essere scoperto o meno e descritto in modo più o meno geometricamente sofisticato il path, concetto nuovo che cercherò di introdurre durante la presentazione. Mi propongo di illustrare brevemente gli aspetti fondamentali del quadro teorico in cui si pone lo studio, in particolare le idee di argomentazione-dimostrazione rispetto a congettura-teorema (Duval, 1996; Balacheff, 1999; Mariotti, 2001; Pedemonte, 2007),

micromondo (Papert, 1980; Balacheff & Kaput, 1996), approccio strumentale (Norman, 1991), abduzione (Peirce, 1960; Magnani, 2001), e unità cognitiva (Boero et al., 1996). Darò una breve descrizione dell'organizzazione dello studio e delle fasi svolte e ancora mancanti, per poi introdurre il nostro modello descrittivo, in dettaglio, e usarlo per analizzare alcuni episodi dello studio preliminare. Poiché lo studio preliminare serve per affinare gli strumenti d'analisi, il modello, e le attività proposte, vorrei aprire un dibattito con i presenti per capire quali siano le parti meno convincenti e solide dell'impostazione di questo studio.

## Bibliografia

- Arzarello, F., Micheletti, C., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O. (1998). A model for analyzing the transition to formal proofs in geometry. In *Proceedings of the PME XXII*, Stellenbosch, v. 2, 24-31.
- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments, *ZDM 2002* Vol. 34(3), pp. 66-72.
- Balacheff, N. (1999). Contract and Custom: Two Registers of Didactical Interactions. (translated and edited by P. Herbst), *The Mathematics Educator* 9 (2), pp. 23-29.
- Balacheff, N., & Kaput, J. J. (1996). Computer-Based Learning Environments in Mathematics. In A. J. Bishop, et al. (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education*. The ICMI Study, Kluwer Academic Publishers, 343-351.
- Boero, P., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (1996). Some dynamic mental process underlying producing and proving conjectures. In *Proceedings of PME XX*, Valencia, v. 2, 121-128.
- Duval, R. (1996). Argomentare, dimostrare, spiegare: continuità o rottura cognitiva? *La matematica e la sua didattica*, 2, 130-152.
- Magnani, L. (2001). *Abduction, Reason, and Science. Processes of Discovery and Explanation*. Kluwer Academic/Plenum Publisher.
- Mariotti, M. A. (2001). Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics. Special issue* 44, 25-53.
- Mariotti, M.A. (2006) Proof and proving in mathematics education. A. Gutiérrez & P. Boero (eds) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, Sense Publishers, Rotterdam, The Netherlands. ISBN: 9077874194, pp. 173-204.
- Norman, D. A. (1991). Cognitive Artifacts. In *Designing Interaction*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Olivero, F. (1999). Cabri-Geometre as a Mediator in the Process of Transformation to Proofs in Open Geometry Situations: An Exploratory Study. *Proceedings of IC TMT4*, Plymouth.
- Olivero, F. (2002). The Proving Process within a Dynamic Geometry Environment. *PhD Thesis*, University of Bristol.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms. Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.
- Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66, 23-41.
- Peirce C. S. (1960). *Collected Papers II, Elements of Logic*. Harvard: University Press.
- Talmon, V., & Yerushahmy, M. (2004). Understanding dynamic behavior: parent-child relations in dynamic geometry environments, *Educational Studies in Mathematics*, 57. Kluwer Academic Publishers, pp. 91-119.

Arzarello, F., Micheletti, C., Olivero, F., Paola, D. & Robutti, O. (1998). A model for analyzing the transition to formal proofs in geometry. In Proceedings of the PME XXII, Stellenbosch, v. 2, 24-31.

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments, ZDM 2002 Vol. 34(3), pp. 66-72.

Balacheff, N. (1999). Contract and Custom: Two Registers of Didactical Interactions. (translated and edited by P. Herbst), The Mathematics Educator 9 (2), pp. 23–29.

Balacheff, N., & Kaput, J. J. (1996). Computer-Based Learning Environments in Mathematics. In A. J. Bishop, et al. (Eds.) International Handbook of Mathematics Education. The ICMI Study, Kluwer Ac. Publishers, 343-351.

Boero, P., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (1996). Some dynamic mental process underlying producing and proving conjectures. In Proceedings of PME XX, Valencia, v. 2, 121-128.

Duval, R. (1996). Argomentare, dimostrare, spiegare: continuità o rottura cognitiva? La matematica e la sua didattica, 2, 130-152.

*Magnani, L. (2001). Abduction, Reason, and Science. Processes of Discovery and Explanation. Kluwer Academic/Plenum Publisher.*

Mariotti, M. A. (2001). Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. Educational *Studies in Mathematics. Special issue 44, 25-53.*

Mariotti, M.A. (2006) Proof and proving in mathematics education. A. Gutiérrez & P. Boero (eds) Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education, Sense Publishers, Rotterdam, The Netherlands. ISBN: 9077874194, pp. 173-204.

Norman, D. A. (1991). Cognitive Artifacts. In Designing Interaction. Cambridge University Press, Cambridge.

Olivero, F. (1999). Cabri-Geometre as a Mediator in the Process of Transformation to Proofs in Open Geometry Situations: An Exploratory Study. Proceedings of ICTMT4, Plymouth.

Olivero, F. (2002). The Proving Process within a Dynamic Geometry Environment. PhD Thesis, University of Bristol.

*Papert, S. (1980). Mindstorms. Children, computers, and powerful ideas. New York: Basic Books.*

Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? Educational *Studies in Mathematics, 66, 23-41.*

Peirce C. S. (1960). *Collected Papers II, Elements of Logic*. Harvard: University Press.

Talmon, V., & Yerushalmy, M. (2004). Understanding dynamic behavior: parent-child relations in dynamic geometry environments, *Educational Studies in Mathematics*, 57. Kluwer Academic Publishers, pp. 91-119.