
1.- De los sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades: $p(A) = 0{,}7$ $p(B) = 0{,}6$ $p(A \cup B) = 0{,}8$. Calcule la probabilidad de que:

a) Ocurra A y B.

Resolución

Se pide $p(A \cap B)$. Como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$, despejando,

$$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0{,}7 + 0{,}6 - 0{,}8 = 0{,}5$$

b) No ocurra ni A ni B.

Resolución

Se pide $p(A^c \cap B^c)$. Usando las leyes de Morgan, $p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

c) Ocurra A pero no B.

Resolución Se pide $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0{,}7 - 0{,}5 = 0{,}2$.

d) Ocurra A sabiendo que no ha ocurrido B.

Resolución Se pide $p\left(\frac{A}{B^c}\right) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A \cap B^c)}{1 - p(B)} = \frac{0{,}2}{1 - 0{,}6} = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$

2.- El porcentaje de conductores que consumen alcohol durante la madrugada del sábado es del 5%. La policía realiza controles de alcoholemia mediante un test del que se sabe que da positivo en un 96% si la persona ha bebido alcohol y en un 10% si la persona no ha bebido alcohol. Elegido al azar un conductor en la madrugada del sábado y realizado este test de alcoholemia, halle la probabilidad de que:

a) Si el test da positivo, el conductor haya consumido alcohol.

Resolución

Sean los sucesos A = "el conductor consume alcohol" B = "el test de alcoholemia da positivo"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	A^c	Total
B	96% del 5% = 4,8%	10% del 95% = 9,5%	14,3 %
B^c	5% – 4,8% = 0,2%	95% – 9,5% = 85,5%	85,7 %
Total	5%	100% – 5% = 95%	100%

$$\text{Se pide } p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{4{,}8\%}{14{,}3\%} = \frac{4{,}8}{14{,}3} \cong 0{,}3357 = 33{,}57\%$$

b) El test de negativo y el conductor no haya consumido alcohol.

Resolución Se pide $p\left(B^c \cap A^c\right) = 85{,}5\%$

c) Si el test ha dado negativo, el conductor no haya consumido alcohol.

Resolución Se pide $p\left(\frac{A^c}{B}\right) = \frac{p(A^c \cap B)}{p(B)} = \frac{1{,}9\%}{6{,}7\%} = \frac{1{,}9}{6{,}7} \cong 0{,}2836 = 28{,}36\%$

3.- Juan realiza el siguiente juego: Lanza dos dados simultáneamente y si la suma es 2 o mayor que 7, gana y termina el juego. En caso contrario, tiene una segunda y última oportunidad lanzando de nuevo los dos dados y ganaría si la suma es mayor que 9.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane lanzando una sola vez los dados?

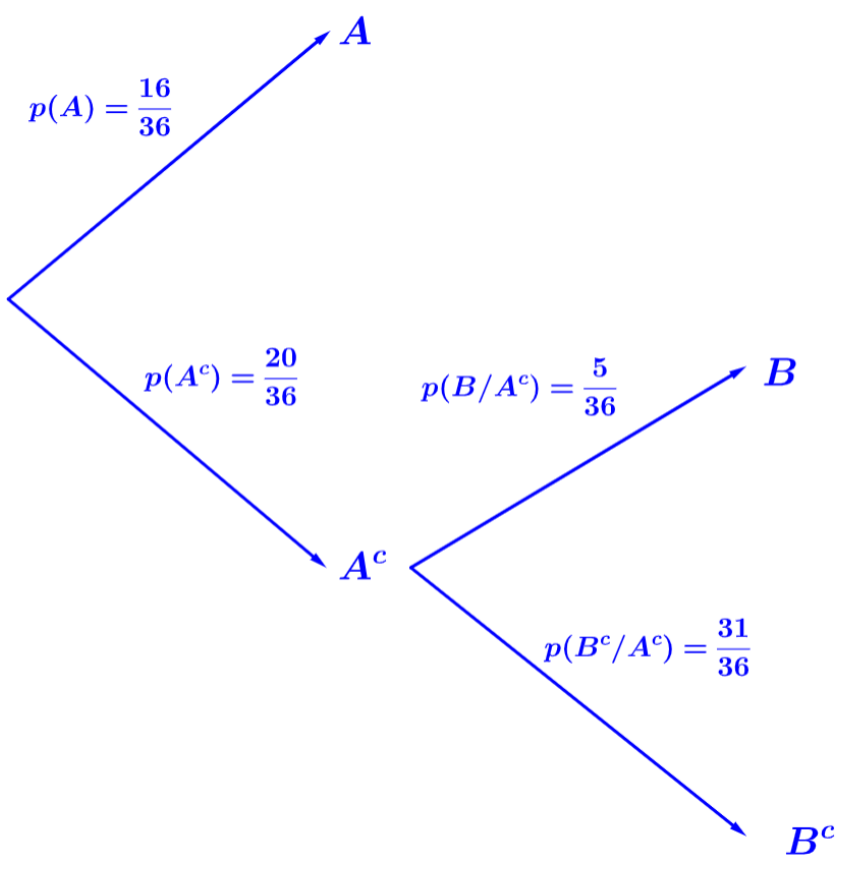
Resolución

Sean los sucesos A = "la suma es 2 o mayor que 7"

$A = \{11, 26, 62, \ 35, 53, 36, 63, 44, 45, 54, 46, 64, 55, 56, 65, \ 66\}$, $p(A) = \frac{casos\, favorables}{casos\, posibles} = \frac{16}{36}$

B = "la suma es mayor que 9" $= \{46, 64, 55, 56, 65, \ 66\}$, $p(A) = \frac{casos\, favorables}{casos\, posibles} = \frac{5}{36}$

Formamos el siguiente diagrama de probabilidades:



$$\text{Se pide } p(A) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9} \cong 0,4444 = 44,44\%$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane en la segunda oportunidad?

Resolución

$$\text{Se pide } p\left(A^c \cap B\right) = p\left(A^c\right) p(B/A^c) = \frac{20}{36}\frac{5}{36} = \frac{25}{324} \cong 0,0772 = 7,72\%$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan gane?

Resolución

Se pide $p(A) + p\left(A^c \cap B\right) = \frac{4}{9} + \frac{25}{324} = \frac{169}{324} \cong 0,5216 = 52,16\%$

4.- Una encuesta realizada a los clientes de un banco muestra que el 60% de sus clientes tiene un ordenador, el 50% tiene una tablet y el 20% posee un ordenador y una tablet. Se elige al azar un cliente de ese banco.
a) Calcule la probabilidad de que:
i) Tenga un ordenador o una tablet.

Resolución

Sean los sucesos A = "tener ordenador" B = "tener tablet".

Según el enunciado, $p(A) = 0,6$, $p(B) = 0,5$ y $p(A \cap B) = 0,2$.

Se pide $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,6 + 0,5 - 0,2 = 0,9 = 90\%$

ii) No tenga tablet si no tiene ordenador. **Resolución** Se pide $p\left(\frac{B^c}{A^c}\right) = \frac{p\left(B^c \cap A^c\right)}{p\left(A^c\right)}$.

Por una de las leyes de Morgan, $p(B^c \cap A^c) = p[A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1$.

Además, como $p(A^c) = 1 - p(A) = 1 - 0,6 = 0,4$ entonces $p\left(\frac{B^c}{A^c}\right) = \frac{0,1}{0,4} = 0,25 = 25\%$

iii) Tenga ordenador y no tenga tablet.

Resolución Se pide $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0,6 - 0,2 = 0,4 = 40\%$.

b) ¿Son los sucesos "Tener un ordenador" y "Tener una tablet" incompatibles? ¿Son sucesos independientes?

Resolución

$p(A).p(B) = 0,6 . 0,5 = 0,3 \neq p(A \cap B) = 0,2 \Rightarrow$ A y B NO son independientes, son dependientes.
Por otra parte, como $p(A \cap B) = 0,2 \neq 0$, los sucesos son compatibles

5.- El 80% de los restaurantes de una localidad admite el pago con tarjeta de crédito, el 50% admite pagar mediante el móvil y el 10% no admite el pago con ninguno de estos métodos. Escogido al azar un restaurante de dicha localidad.
a) Calcule la probabilidad de que el restaurante admita
i) alguno de estos dos medios de pago.

Resolución

Sean los sucesos

A = "admitir el pago con tarjeta de crédito" B = "admitir el pago con el móvil"

Según el enunciado, $p(A) = 0,8$ $p(B) = 0,5$ $p(A^c \cap B^c) = 0,2$. Se pide $p(A \cup B)$.

Por una de las leyes de Morgan, $0,2 = p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B)$.

Luego, $p(A \cup B) = 1 - 0,2 = 0,8 = 80\%$

ii) pagar con móvil sabiendo que admite pagar con tarjeta de crédito.

Resolución

Como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0,8 + 0,5 - 0,8 = 0,5$

Se pide $p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,5}{0,8} = 0,625 = 62,5\%$

b) ¿Son independientes los sucesos "Pagar con tarjeta" y "Pagar con móvil"?

Resolución

$$p(A).p(B) = 0,8 . \ 0,5 = 0,4 \neq p(A \cap B) = 0,5 \Rightarrow \text{A y B son dependientes.}$$

6.- En una localidad se han vendido 1335 boletos de lotería en tres establecimientos A, B y C.
En el establecimiento A se han vendido 1054 boletos, 99 en B y el resto en C.
De los boletos premiados, 5 han sido vendidos en B y 13 en C. Sabemos que 95 de cada 100 boletos vendidos no han obtenido premio. Elegido un boleto al azar, se pide:
a) ¿Cuál es el establecimiento que tiene una mayor probabilidad de haber vendido un boleto no premiado?

Resolución

Sean los sucesos A = “el boleto es vendido en el establecimiento A”

B = “el boleto es vendido en el establecimiento B” C = “el boleto es vendido en el establecimiento C”

D = “el boleto es premiado”

Si de cada 100 boletos vendidos 5 han obtenido premio, de los 1335 vendidos han obtenido premio 0,05 . 1335 = 66,75

	A	B	C	Total
D		5	13	66,75
D^c		94	169	
Total	1054	99	1335 – 1054 – 99 = 182	1335

Multiplicando por 100 y completando

	A	B	C	Total
D	6675 – 500 – 1300 = 4875	500	1300	6675
D^c	105400 – 4875 = 100525	9400	16900	133500 – 6675 = 126825
Total	105400	9900	18200	133500

$$p\left(\frac{D^c}{A}\right) = \frac{p(D^c \cap A)}{p(A)} = \frac{100525/13350}{105400/13350} = \frac{100525}{105400} \cong 0,9537 = 95,37\%$$

$$p\left(\frac{D^c}{B}\right) = \frac{p(D^c \cap D)}{p(B)} = \frac{9400/13350}{9900/13350} = \frac{9400}{9900} \cong 0,9495 = 94,95\%$$

$$p\left(\frac{D^c}{C}\right) = \frac{p(D^c \cap C)}{p(C)} = \frac{16900/13350}{18200/13350} = \frac{16900}{18200} \cong 0,9286 = 92,86\%$$

Luego, es más probable que sea el establecimiento A

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un boleto no premiado haya sido vendido en el establecimiento A?

Resolución

Se pide $p\left(\frac{A}{D^c}\right) = \frac{p(A \cap D^c)}{p(D^c)} = \frac{100525/13350}{126825/13350} = \frac{100525}{126825} \cong 0,7926 = 79,26\%$

7.- Se ha llevado a cabo una encuesta en un centro educativo para saber qué actividades extraescolares se realizan por la tarde. El 80% de los encuestados practican deporte o estudian idiomas, el 35% realizan ambas actividades y el 60% no estudian idiomas.

a) Elegido un estudiante de ese centro al azar, calcule la probabilidad de que:

i) Practique deporte y no estudie idiomas.

Resolución

Sean los sucesos A = "practicar deporte" B = "estudiar idiomas".

Según el enunciado, $p(A \cup B) = 0,8$ $p(A \cap B) = 0,35$ $p(B^c) = 0,6$. De aquí, $p(B) = 1 - 0,6 = 0,4$

Como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A) = p(A \cup B) + p(A \cap B) - p(B) = 0,8 + 0,35 - 0,4 = 0,75$

Se pide $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0,75 - 0,35 = 0,4 = 40\%$.

ii) Estudie idiomas y no practique deporte.

Resolución Se pide $p(B \cap A^c) = p(B) - p(A \cap B) = 0,4 - 0,35 = 0,05 = 5\%$.

iii) Haga solamente una de las dos actividades.

Resolución Se pide $p(A \cap B^c) + p(B \cap A^c) = 0,4 + 0,05 = 0,45 = 45\%$.

iv) No haga ninguna de las dos actividades.

Resolución

Se pide $p(A^c \cap B^c)$. Por una de las leyes de Morgan, $p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - 0,8 = 0,2 = 20\%$.

b) ¿Son independientes los sucesos "Practicar deporte" y "Estudiar idiomas"?

Resolución

$p(A).p(B) = 0,75 \cdot 0,4 = 0,3 \neq p(A \cap B) = 0,35 \Rightarrow$ A y B NO son independientes, son dependientes.

8.- Del total de personas vacunadas en un país para prevenir una enfermedad, el 48% recibió la vacuna A, el 35% la vacuna B y el resto la vacuna C. La efectividad de la vacuna A se sitúa en el 70%, la de B en el 95% y la de C en el 94%. Elegida al azar una persona vacunada,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido vacunada con A y no le sea efectiva?

Resolución

Sean los sucesos A = "recibir la vacuna A" B = "recibir la vacuna B" C = "recibir la vacuna C"
D = "ser efectiva la vacuna"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	B	C	Total
D	70% del 48% = 33,6%	95% del 35% = 33,25%	94% del 17% = 15,98%	82,83 %

D^c	48% – 33,6% = 14,4%	35% – 33,25% = 1,75%	17% – 15,98% = 1,02%	17,17 %
Total	48%	35%	100% – 48% – 35% = 17%	100%

$$\text{Se pide } p\left(A \cap D^c\right) = 14,4\%$$

b) ¿Qué probabilidad hay de que la vacuna le sea efectiva?

Resolución Se pide $p(D) = 82,83\%$

c) Sabiendo que la vacuna no le ha sido efectiva, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido vacunada con C?

Resolución

$$\text{Se pide } p\left(\frac{C}{D^c}\right) = \frac{p\left(C \cap D^c\right)}{p\left(D^c\right)} = \frac{1{,}02\%}{17{,}17\%} = \frac{1{,}02}{17{,}17} \cong 0,0594 = 5,94\%$$

9.- (prueba ordinaria) En un estudio realizado en una sucursal bancaria se ha determinado que el 70% de los créditos concedidos son hipotecarios y el 25% de los créditos superan los 200000 €. El 20% de los créditos son hipotecarios y de más de 200000 €. Se elige al azar un cliente al que le han concedido un crédito.
Calcule la probabilidad de que:
a) El crédito no sea hipotecario y no supere los 200000 €.

Resolución

Sean los sucesos A = "El crédito es hipotecario" B = "El crédito supera los 200000 €"
Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	A^c	Total
B	20%	25% – 20% = 5%	25%
B^c	70% – 20% = 50%	30% – 5% = 25%	100% – 25% = 75%
Total	70%	100% – 70% = 30%	100%

$$\text{Se pide } p(A^c \cap B^c) = 25\%$$

b) Si su crédito no es hipotecario, este no supere los 200000 €.

Resolución Se pide $p\left(\frac{B^c}{A^c}\right) = \frac{p\left(A^c \cap B^c\right)}{p\left(A^c\right)} = \frac{25\%}{30\%} = \frac{0{,}25}{0{,}3} = \frac{5}{6} \cong 0,833 = 83,3\%$

c) Si su crédito supera los 200000 €, que este no es hipotecario.

Resolución Se pide $p\left(\frac{A^c}{B}\right) = \frac{p\left(A^c \cap B\right)}{p(B)} = \frac{5\%}{25\%} = \frac{0{,}05}{0{,}25} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$

10.- (prueba ordinaria) En su tiempo libre, el 65% de los estudiantes de un centro educativo juega con videojuegos, el 45% lee libros y el 15% no hace ninguna de las dos cosas.
Elegido al azar un estudiante de dicho centro, calcule la probabilidad de que:
a) Juegue con videojuegos o lea libros.

Resolución

Sean los sucesos A = "El estudiante juega con videojuegos" B = "El estudiante lee libros"

Según el enunciado $p(A) = 65\% = 0{,}65$ $p(B) = 45\% = 0{,}45$ y $p(A^c \cap B^c) = 15\% = 0{,}15$

Se pide $p(A \cup B)$. Como, por una de las leyes de Morgan, $p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B)$ entonces

$$p(A \cup B) = 1 - p(A^c \cap B^c) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85 = 85\%.$$

b) Juegue con videojuegos y no lea libros.

Resolución

Se pide $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B)$. Como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$, entonces

$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0{,}65 + 0{,}45 - 0{,}85 = 0{,}25$.

Luego, $p(A \cap B^c) = 0{,}65 - 0{,}25 = 0{,}4 = 40\%$.

c) Lea libros sabiendo que no juega con videojuegos.

Resolución

Se pide $p\left(\frac{B}{A^c}\right) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)}$. Pero $p(B \cap A^c) = p(B) - p(A \cap B) = 0{,}45 - 0{,}25 = 0{,}2$

$$\text{Luego, } p\left(\frac{B}{A^c}\right) = \frac{0{,}2}{1 - 0{,}65} = \frac{0{,}2}{0{,}35} = \frac{4}{7} \cong 0,5714 = 57{,}14\%.$$

11.- (prueba extraordinaria) En una determinada región hay tres universidades A, B y C. De los estudiantes que terminaron sus estudios el año pasado, el 60% procedían de la Universidad A, el 30% de la Universidad B y el resto de C. Además, se conoce que la probabilidad de que un estudiante de la Universidad A no encuentre trabajo en su región es 0,4 y para un estudiante de B es 0,5.
a) Si la probabilidad de que un estudiante no encuentre trabajo en su región es 0,395, determine la probabilidad de que un estudiante de la Universidad C encuentre trabajo en su región.

Resolución

Sean los sucesos A = "El estudiante es de la Universidad A" , B = "El estudiante es de la Universidad B"
C = "El estudiante es de la Universidad C" y T = "El estudiante encuentra trabajo"

Según el enunciado, $p(A) = 60\% = 0{,}6$ $\quad p(B) = 30\% = 0{,}3$ $\quad p(C) = 10\% = 0{,}1$. Además,

$$p\left(\frac{T^c}{A}\right) = \frac{p(T^c \cap A)}{p(A)} = 0,4 \Rightarrow p(T^c \cap A) = 0,4 \,.\, p(A) = 0,4 \,.\, 0,6 = 0,24$$

$$p\left(\frac{T^c}{B}\right) = \frac{p(T^c \cap B)}{p(B)} = 0,5 \Rightarrow p(T^c \cap B) = 0,5 \,.\, p(B) = 0,5 \,.\, 0,3 = 0,15$$

Por el teorema de la probabilidad total, $p(T^c) = p(T^c \cap A) + p(T^c \cap B) + p(T^c \cap C)$

Como $p(T^c) = 0,395 \Rightarrow$
$0,395 = 0,24 + 0,15 + p(T^c \cap C) \Rightarrow p(T^c \cap C) = 0,395 - 0,24 - 0,15 = 0,005$

$p(T \cap C) = p(C) - p(T^c \cap C) = 0,1 - 0,005 = 0,095$. Se pide $p\left(\frac{T}{C}\right) = \frac{p(T \cap C)}{p(C)} = \frac{0{,}095}{0{,}1} = 0,95 = 95\%$

b) Calcule la probabilidad de que un estudiante que no haya encontrado trabajo en su región proceda de la Universidad A o de la B.

Resolución

$$\text{Se pide } p\left[\frac{(A \cup B)}{T^c}\right] = \frac{p(A)p\left(\frac{T^c}{A}\right) + p(B)p\left(\frac{T^c}{B}\right)}{p(T^c)} = \frac{0{,}6 \,.\, 0{,}4 + 0{,}3 \,.\, 0{,}5}{0{,}395} = \frac{0{,}39}{0{,}395} \cong 0,9873 = 98,73\%$$

12.- (prueba extraordinaria) Sean A y B dos sucesos del mismo espacio muestral tales que:

$$p(A \cup B) = \frac{3}{7}, \quad p(A^c) = \frac{5}{7}, \quad p(B^c) = \frac{2}{3}$$

---

a) ¿Son A y B independientes? ¿Son A y B incompatibles?

Resolución

$p(A) = 1 - p(A^c) = 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$ $\qquad$ $p(B) = 1 - p(B^c) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$p(A \cup B) = \frac{3}{7} = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = \frac{2}{7} + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} = \frac{4}{21} \neq 0 \Rightarrow$ A y B son compatibles

$p(A).p(B) = \frac{2}{7}.\frac{1}{3} = \frac{2}{21} \neq p(A \cap B) = \frac{4}{21} \Rightarrow$ A y B son dependientes.

b) Calcule $p(A^c \cap B^c)$.

Resolución $p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

c) Calcule $p(B/A^c)$.

Resolución $p\left(\frac{B}{A^c}\right) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{1 - p(A)} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{4}{21}}{1 - \frac{2}{7}} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{5}{7}} = \frac{1}{5}$