

Câu 14. [2D2-5.1-3](TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Gọi $(x; y)$ là nghiệm

nguyên của hệ phương trình: $\begin{cases} y^{5x^2-51x+10} = 1 \\ xy = 15 \end{cases}$. Khi đó $x + y$ bằng

A. 16.

B. 75.

C. $\frac{23}{2}$.

D. -14.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} y^{5x^2-51x+10} = 1 & (1) \\ xy = 15 & (2) \end{cases} \text{ Từ (1)} \Rightarrow y = 1 \text{ hoặc } 5x^2 - 51x + 10 = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ hoặc } \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Vì $x, y \in \mathbb{N}$ nên $x = \frac{1}{5}$ loại.

TH1: $y = 1 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow x + y = 16$.

TH2: $x = 10 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ loại vì $x, y \in \mathbb{N}$.

Câu 48. [2D2-5.1-3] (THPT Chuyên ĐHSPT – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho phương trình

$4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0$. Điều kiện của m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt là

A. $m \geq 1$.

B. $m > 1$.

C. $m > 0$ và $m \neq 1$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$4^{|x|} - (m+1)2^{|x|} + m = 0 \Leftrightarrow (2^{|x|} - 1)(2^{|x|} - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{|x|} = 1 \\ 2^{|x|} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2^{|x|} = m \end{cases} \quad (1)$$

Ta có:

Phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (1) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

Câu 35: [2D2-5.1-3] (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Tích các nghiệm của

phương trình $\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4$ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{1}{27}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có điều kiện $x > 0$

$$\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4 \Leftrightarrow (1 + \log_3 x)(2 + \log_3 x) = 4 \Leftrightarrow (\log_3 x)^2 + 3\log_3 x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \\ \log_3 x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3^{\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}} \\ x_2 = 3^{\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}} \end{cases} \text{ Suy ra } x_1 x_2 = \frac{1}{27}.$$

Câu 17: [2D2-5.1-3] (SỞ GD VÀ ĐT ĐỒNG THÁP-2018) Số nghiệm của phương trình

$$\log_2 x \cdot \log_3 (2x-1) = 2 \log_2 x$$

A. 2 .

B. 1 .

C. 0 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn A.

ĐK: $x > \frac{1}{2}$.

$$\log_2 x \cdot \log_3 (2x-1) = 2 \log_2 x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x \cdot (\log_3 (2x-1) - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_3 (2x-1) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x-1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (n)} \\ x = 5 \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 35: [2D2-5.1-3] (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ-LẦN 5-2018) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $81^{2x-\sqrt{x}} = m$ có nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $m \geq 0$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \geq -\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

* Đặt $t = \sqrt{x}$ ($t \geq 0$) $\Rightarrow t^2 = x$. PT trở thành $81^{2t^2-t} = m$.

Ta có PT $81^{2x-\sqrt{x}} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi PT $81^{2t^2-t} = m$ có nghiệm $t \geq 0$.

+ Khảo sát $f(t) = 81^{2t^2-t}$ (với $t \geq 0$) ta có: $f'(t) = 81^{2t^2-t} \cdot (4t-1)$.

Lập bảng biến thiên ta được:

t	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\infty$

* KL: PT $81^{2t^2-t} = m$ có nghiệm $t \geq 0$ khi và chỉ khi $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 34: [2D2-5.1-3] (THPT NGUYỄN TRÃI ĐÀ NẴNG-2018) Gọi $x_0 = \frac{a+b\sqrt{3}}{c}$ là một nghiệm lớn

hơn 1 của phương trình $2x \left[\left(\sqrt{3} \right)^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{1}{3} \right)^{1-x} + 1 \right] = 2x^2 - 1$. Giá trị của $P = a + b + c$ là

A. $P = 6$.

B. $P = 0$.

C. $P = 2$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $x \neq 0$.

$$2x \left[\left(\sqrt{3} \right)^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{1}{3} \right)^{1-x} + 1 \right] = 2x^2 - 1 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{2x}} - 3^{x-1} + 1 = x - \frac{1}{2x}$$

$$\Leftrightarrow 3^{\frac{1}{2x}} + \frac{1}{2x} = 3^{x-1} + x - 1 \quad (1) \text{ . Xét hàm số } f(t) = 3^t + t \quad (t \neq 0), \quad f'(t) = 3^t \cdot \ln 3 + 1 > 0$$

$$(1) \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2x}\right) = f(x-1) \Leftrightarrow \frac{1}{2x} = x-1 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} \Rightarrow a=1, \quad b=1, \quad c=2 \text{ . Vậy } P=4 \text{ .}$$