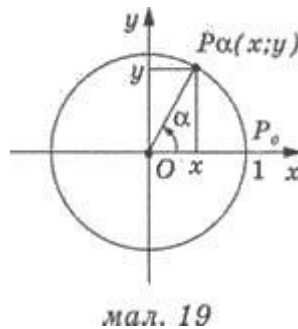


Тригонометричні функції числового аргументу

Нехай при повороті на кут α початковий радіус OP_0 одиничного кола переходить у радіус OP_α , де P_α має координати $(x;y)$ (мал. 19).



Кажуть що куту α відповідає точка P_α одиничного кола. Тоді:

- 1) синусом кута α називають ординату точки $P_\alpha(x;y)$ одиничного кола: $\sin \alpha = y$;
- 2) косинусом кута α називають абсцису точки $P_\alpha(x;y)$ одиничного кола: $\cos \alpha = x$;
- 3) тангенсом кута α називають відношення ординати точки $P_\alpha(x;y)$ одиничного кола до її абсциси: $\operatorname{tg} \alpha = y/x$ (якщо $x \neq 0$);
- 4) котангенсом кута α називають відношення абсциси точки $P_\alpha(x;y)$ одиничного кола до її ординати: $\operatorname{ctg} \alpha = x/y$ (якщо $y \neq 0$).

Зауважимо, що α може вимірюватися як у градусах, так і в радіанах.

Дане вище означення тангенса можна замінити рівносильним йому означенням: тангенсом кута α називають відношення синуса цього кута до його косинуса.

Дійсно, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, де $\cos \alpha \neq 0$.

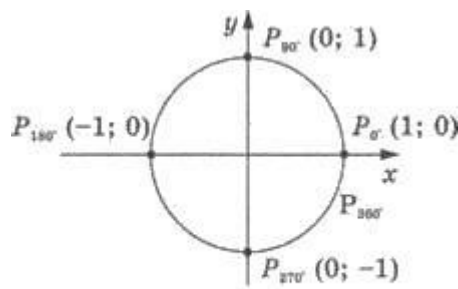
Аналогічно:

котангенсом кута α називають відношення косинуса цього кута до його синуса.

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \text{ де } \sin \alpha \neq 0.$$

Тригонометричні функції деяких кутів.

Виходячи із введених у попередньому пункті означень, знайдемо тригонометричні функції кутів 0° ; 90° ; 180° ; 270° ; 360° .



мал. 20

Точка P_0 (мал. 20) має координати $(1;0)$. Тому $\sin 0^\circ = 0$; $\cos 0^\circ = 1$; $\operatorname{tg} 0^\circ = 0$; $\operatorname{ctg} 0^\circ$ — не існує.

Точка P_{90} (мал. 20) має координати $(0;1)$. Тому $\sin 90^\circ = 1$; $\cos 90^\circ = 0$; $\operatorname{tg} 90^\circ$ — не існує; $\operatorname{ctg} 90^\circ = 0$.

Точка P_{180} (мал. 20) має координати $(-1;0)$. Тому $\sin 180^\circ = 0$; $\cos 180^\circ = -1$; $\operatorname{tg} 180^\circ = 0$; — не існує.

Точка P_{270} (мал. 20) має координати $(0;-1)$. Тому $\sin 270^\circ = -1$; $\cos 270^\circ = 0$; $\operatorname{tg} 270^\circ$ — не існує; $\operatorname{ctg} 270^\circ = 0$.

Точка P_{360° (мал. 20) має такі самі координати, як і точка P_{0° . Отже, $\sin 360^\circ = \sin 0^\circ = 0$; $\cos 360^\circ = \cos 0^\circ = 1$; $\operatorname{tg} 360^\circ = \operatorname{tg} 0^\circ = 0$; $\operatorname{ctg} 360^\circ$ – не існує.

Узагальнимо отримані дані, а також дані про синус, косинус, тангенс і котангенс кутів 30° ; 45° ; 60° ; 120° ; 135° ; 150° до таблиці.

Для зручності користування подано як градусну міру кута α , так і радіанну.

Приклад.

$$1) \sin 30^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ - \cos 120^\circ = \frac{1}{2} + (-1) - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0;$$

$$2) \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + 2 \sin \frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$

