

التاريخ : الإثنين 12 ماي 2008
المدة : ساعتان

ثانوية أبي ذر الغفاري - فنوغيل - أدرار
المستوى : أقسام السنة الأولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

(إختبار الثلاثي الأخير في مادة الرياضيات)

التمرين الأول : (06 نقاط)

الجدول التالي يبيّن علامات 20 تلميذا لقسم السنة الأولى ثانوي في امتحان مادة الرياضيات :

العلامات (على 20)	3	5	8	12	16
التكرارات (عدد التلاميذ)	4	6	5	2	3

1. أعط جدولا احصائيا ، مبيّنا فيه : التواترات ، التكرارات المجمعة الصاعدة ، التكرارات المحمّعة النازلة.

2. أحسب كل من : الوسط الحسابي ، المدى ، الوسيط ، المنوال لهذه السلسلة الإحصائية.

التمرين الثاني : (06 نقاط)

$f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ x عدد حقيقي ، ولتكن الدالة f المعرفة كما يلي :
1. عين مجموعة تعريف الدالة f .

2. بين ، أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D : $f(x) = 1 + \frac{1}{x+1}$.

3. أدرس تغيرات الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -1]$ و $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

4. أوجد ترابط الدوال المرجعية التي تسمح بالمرور من x إلى $f(x)$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

$f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ x عدد حقيقي، ولتكن العبارة الجبرية $f(x)$ ، حيث :

1. حل ، في $\mathbb{R}$ ، المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) = 0$ ، ثم حل العبارة $f(x)$.

2. أدرس إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة : $f(x) \leq 0$.

3. عين مجموعة قيم العدد الحقيقي x ، حتى يكون : $|f(x)| = -f(x)$

4. حل ، في $\mathbb{R}$ ، المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $2x^4 + 5x^3 - 3x^2 \leq 0$

5. حل ، في المجال $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي α التالية : $2\sin^2 \alpha + 5\sin \alpha - 3 = 0$

عن أستاذي المادة : ق. نوفة و ب. فريح
بالتوفيق

التمرين الأول : (06 نقاط)

1. إعطاء الجدول الإحصائي

ت.م.ن	ت.م.ص	التواترات %	م. الفئات	التكرارات	العلامات
30	3	10	6.5	3	[5, 8[
27	9	20	9.5	6	[8, 11[
21	19	33.33	12.5	10	[11, 14[
11	25	20	15.5	6	[14, 17[
5	30	16.67	18.5	5	[17, 20[

2. حساب مؤشرات السلسلة الإحصائية:

الوسيط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 c_i n_i}{N} = \frac{3 \times 6.5 + 6 \times 9.5 + 10 \times 12.5 + 6 \times 15.5 + 5 \times 18.5}{30} = \frac{387}{30} = 12.9$$

$$e = 20 - 5 = 15$$

المدي :

الوسيط: الفئة الوسيطة التي تقابل التكرار م.ص 15: [11, 14[

$$m = 12.8 \quad \text{أي:} \quad m = a + \frac{\frac{N}{2} - A}{d} \times l = 11 + \frac{15 - 9}{10} \times 3$$

الفئة المنوالية : [11, 14[فالمنوال هو : $\frac{11+14}{2} = 12.5$ Mod
3. المؤشر المناسب هو : الوسيط الحسابي .

التمرين الثاني : (06 نقاط)

1. الشكل النمذجي للعبارة : $f(x)$ لأجل x عدد حقيقي :

$$f(x) = 3\left(x^2 - 2x + \frac{5}{3}\right) = 3\left(x^2 - 2x + 1 - 1 + \frac{5}{3}\right) = 3\left[(x-1)^2 - 1 + \frac{5}{3}\right]$$

$$f(x) = 3\left[(x-1)^2 + \frac{2}{3}\right]$$

ادن :

$$f(x) = 3\left[(x-1)^2 + \frac{2}{3}\right] = f(x) = 3(x-1)^2 + 2 = a(x+b)^2 + c \quad \text{تعين : } a; b; c$$

$$\text{ادن: } a=3; b=-1; c=2$$

3. دراسة اتجاه تغيرات الدالة f على المجالين :

أ- على المجال $]-\infty; 1]$: $x_1 \leq x_2$ ومنه : $x_1 - 1 \leq x_2 - 1$ أي :

$$(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3} \leq (x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3} \quad \text{وعليه : } (x_1 - 1)^2 \leq (x_2 - 1)^2$$

$$\text{أي: } f(x_1) \leq f(x_2) \quad \text{ومنه: } 3\left[(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right] \leq 3\left[(x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right]$$

و بالتالي : الدالة f متناقصة على $]-\infty; 1]$

ب- على المجال $[1; +\infty[$: $x_1 \leq x_2$ ومنه : $x_1 - 1 \leq x_2 - 1$ أي :

$$(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3} \leq (x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3} \quad \text{وعليه : } (x_1 - 1)^2 \leq (x_2 - 1)^2$$

$$\text{أي: } f(x_1) \leq f(x_2) \quad \text{ومنه: } 3\left[(x_1 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right] \leq 3\left[(x_2 - 1)^2 + \frac{2}{3}\right]$$

و بالتالي : الدالة f متزايدة على $[1; +\infty[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	1	$+\infty$

4. إيجاد ترابط الدوال التي تسمح بالمرور من x إلى $f(x)$:

$$\text{لدينا : } x \rightarrow x - 1 \rightarrow (x - 1)^2 \rightarrow 3(x - 1)^2 + 2$$

و بالتالي : المرور من x إلى $f(x)$ ، نستعمل ترابط الدوال
المرجعية : الدالة التآلفية $x \mapsto x - 1$ ، ثم الدالة "مربع" ،
ثم الدالة التآلفية نفسها : $x \mapsto 3x + 2$.

التمرين الثالث : (08 نقاط)

1. حل، في $\mathbb{R}$ ، المعادلة $g(x) = 0$: $a=2$; $b=3$; $c=-2$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$$

و بمأن : $\Delta \geq 0$ ، فإن المعادلة تقبل حلين متميزين ، هما :

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 5}{4} = -2 \quad ; \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 5}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = a(x - x')(x - x'') = 2(x + 2)\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad \text{التحليل:}$$

2. دراسة إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$:

قيم x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x + 2$	-	0	+	+
$x - \frac{1}{2}$	-	-	0	+
$f(x)$	+	-	0	+

- استنتاج مجموعة حلول المتراحة $g(x) \geq 0$

من الجدول، فإن: مجموعة الحلول هي $S =]-\infty; -2] \cup [\frac{1}{2}; +\infty[$

3. المجموعة المرجعية للعبارة $E(x)$

$$E(x) \text{ لها معنى اذا } x^2 - 4 \neq 0 \text{ ، أي: } (x - 2)(x + 2) \neq 0$$

أي: $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ فالمجموعة المرجعية هي: $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

اختزال العبارة $E(x)$:

$$E(x) = \frac{2(x+2)\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x-2)} = \frac{2x-1}{x-2} \quad \text{لأجل: } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

4. حل، المتراحة: $E(x) \leq 0$:

$$\text{لأجل: } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} : E(x) \leq 0 \quad \text{يكافئ: } \frac{2x-1}{x-2} \leq 0 \quad \text{أي:}$$

$$\frac{-x+5}{x-2} \leq 0 \quad \text{يكافئ: } \frac{2x-1-3(x-2)}{x-2} \leq 0 \quad \text{ومنه: } \frac{2x-1}{x-2} - 3 \leq 0$$

وبعد دراسة إشارة المقدار $\frac{-x+5}{x-2}$ ضمن جدول ،

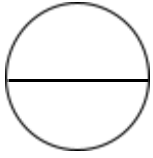
نجد أن مجموعة الحلول هي : $S =]-\infty; 2[\cup [5; +\infty[$

5. حل، في المجال $[0; 2\pi]$ المعادلة: $2\cos^2 \alpha + 3\cos \alpha - 2 = 0$

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 = 0 \\ \cos \alpha = x \quad ; \quad -1 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad \text{تكافئ} \quad 2\cos^2 \alpha + 3\cos \alpha - 2 = 0$$

و هذه المعادلة قد حلت سابق، وبالتالي: $\left(\cos \alpha = \frac{1}{2}\right) \cup (\cos \alpha = -2)$

وبما أن : $[-1, 1] \cap \{-2\} = \emptyset$ ، فإن : $(\cos \alpha = -2)$ مرفوض ،



ادن المعادلة تعني: $\left(\cos \alpha = \frac{1}{2}\right)$
ومن الدائرة المثلثية، فإن هي: $\alpha \in \left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$
-تمثيل صور الحلول على الدائرة المثلثية :

$f(x)$	2
--------	---