Câu 7. **[2D2-4.1-3] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\log_3\left(-x^2+mx+2m+1\right)$ xác định với mọi $x\in(1;2)$

A. $m\ge -\frac{1}{3}$. **B.** $m\ge \frac{3}{4}$. **C.** $m>\frac{3}{4}$. **D.** $m<-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Hàm số xác định với mọi $x\in(1;2)$ khi $-x^2+mx+2m+1>0$, $\forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow f(x)=x^2-mx-2m-1<0$, $\forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow f(x)=0$ có hai nghiệm thỏa $x_1\le 1<2\le x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1)\le 0 \\ f(2)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m\le 0 \\ 3-4m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge \frac{3}{4}.$$

Cách 2: $-x^2+mx+2m+1>0$, $\forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m>\frac{x^2-1}{x+2}=f(x)$ $(*)$, $\forall x\in(1;2)$

Ta có : $f'(x)=\frac{x^2-4x+1}{(x+2)^2}>0$, $\forall x\in(1;2)$.

Do đó để $(*)$ xảy ra thì : $m\ge f(2)=\frac{3}{4}$.

Câu 11: **[2D2-4.1-3] (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Hàm số $y=\log_2\left(4^x-2^x+m\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m<\frac{1}{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge\frac{1}{4}$. **D.** $m>\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $4^x-2^x+m>0$.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $4^x-2^x+m>0$ (1) $\forall x\in\mathbb{R}$.

Đặt $t=2^x$ $(t>0)$, khi đó bất phương trình (1) trở thành: $t^2-t+m>0$ $\forall t>0$.

Cách 1:

Xét hàm số $f(t)=t^2-t$, $\forall t>0$. Ta có $f'(t)=2t-1$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm được $\min\limits_{(0;+\infty)} f(t)=f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}$.

Để bất phương trình $t^2-t+m>0$, $\forall t>0$ thì $-m<-\frac{1}{4}\Leftrightarrow m>\frac{1}{4}$.

Cách 2:

TH1: $\Delta = 1-4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$, ta có $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ (thỏa yêu cầu bài toán)

TH2: $\Delta = 1-4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$, ta có $t^2 - t + \frac{1}{4} > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

TH3: $\Delta = 1-4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$. Ta có $t^2 - t + m = 0 \quad (2)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Khi đó $x_1 + x_2 = 1 > 0$ nên phương trình (2) không thể có hai nghiệm âm.

Suy ra $t^2 - t + m$ không thể luôn dương với mọi $t > 0$.

Vậy $m > \frac{1}{4}$.

Câu 25. **[2D2-4.1-3] (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2;3)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3 **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}$.

Để hàm số xác định trên $(2;3)$ thì $\begin{cases} m \le 2 \\ 2m+1 \ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 2 \\ m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m \le 2$.

Do m là số tự nhiên nên $m = 1$; $m = 2$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 36. **[2D2-4.1-3] (THPT NGỌC TẢO HN-2018)** Tập xác định của hàm số $\log\left[\ln\left(x-1-\sqrt{x^2-3x-10}\right)\right]$ là.

A. $[5;14]$. **B.** $[2;14)$. **C.** $[5;14)$. **D.** $(2;14)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện để hàm số có nghĩa: $\begin{cases} x-1-\sqrt{x^2-3x-10} > 0 \\ \ln\left(x-1-\sqrt{x^2-3x-10}\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x-1-\sqrt{x^2-3x-10} > 1$

$\Leftrightarrow x-2 > \sqrt{x^2-3x-10} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \ge 0 \\ x-2 > 0 \\ x^2-4x+4 > x^2-3x-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 5 \vee x \le -2 \\ x > 2 \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \le x < 14$.

Câu 11: **[2D2-4.1-3] (THPT Chuyên Lê Quý Đôn Đà Nẵng - Lần 1 - 2018)** Hàm số $y = \log_2\left(4^x - 2^x + m\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m < \frac{1}{4}$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \ge \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $4^x - 2^x + m > 0$.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $4^x - 2^x + m > 0 \quad (*) \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$, khi đó bất phương trình $(*)$ trở thành: $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t > 0$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - t$, $\forall t > 0$ ta có $f'(t) = 2t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm được $\min\limits_{(0;+\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Để bất phương trình $t^2 - t + m > 0$, $\forall t > 0$ thì $-m < -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Cách khác:

□ Trường hợp 1: $\Delta = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$ thì $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán)

□ Trường hợp 2: $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$ thì phương trình $t^2 - t + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

□ Trường hợp 3: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$. Ta thấy $-\frac{b}{a} = 1 > 0$ nên phương trình $t^2 - t + m = 0$ không thể có hai nghiệm âm. Tức là $t^2 - t + m$ không thể luôn dương với mọi $t > 0$.

Vậy $m > \frac{1}{4}$.

Câu 3: **[2D2-4.1-3] (THPT LỤC NGẠN-2018)** Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.

B. Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Lời giải

Chọn C.

B đúng do $y = 8.\left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ có $y' = \dfrac{2x}{(x^2 + 1)\ln\frac{1}{2}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vẽ BBT ta thấy hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$ nên **D** đúng.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		0		$-\infty$

Xét $y = 2^x + 2^{2-x}$, ta có $y' = 2^x.\ln 2 - 2^{2-x}.\ln 2$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
Ta có BBT

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho có GTNN bằng 4 nên **A** đúng.

Xét $y = \log_2\left(x^2+1\right)$ có $y' = \dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
Ta có BBT

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ nên **C** sai.