

Câu 7. [2D2-4.1-3] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị của

m để hàm số $y = \log_3(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$

A. $m \geq -\frac{1}{3}$.

B. $m \geq \frac{3}{4}$.

C. $m > \frac{3}{4}$.

D. $m < -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1: Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2)$ khi $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - mx - 2m - 1 < 0, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 0 \text{ có hai nghiệm thỏa } x_1 \leq 1 < 2 \leq x_2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \leq 0 \\ 3 - 4m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$$

Cách 2: $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$

$$\Leftrightarrow m > \frac{x^2 - 1}{x + 2} = f(x) \quad (*) \quad \forall x \in (1; 2)$$

Ta có : $f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{(x + 2)^2} > 0, \forall x \in (1; 2)$

Do đó để $(*)$ xảy ra thì : $m \geq f(2) = \frac{3}{4}$.

Câu 11: [2D2-4.1-3] (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Hàm số

$y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m < \frac{1}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $4^x - 2^x + m > 0$.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $4^x - 2^x + m > 0 \quad (1) \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x \quad (t > 0)$, khi đó bất phương trình (1) trở thành: $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t > 0$.

Cách 1:

Xét hàm số $f(t) = t^2 - t, \forall t > 0$. Ta có $f'(t) = 2t - 1; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm được $\min_{(0; +\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Để bất phương trình $t^2 - t + m > 0, \forall t > 0$ thì $-m < -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Cách 2:

TH1: $\Delta = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$, ta có $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ (thỏa yêu cầu bài toán)

TH2: $\Delta = 1 - 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$, ta có $t^2 - t + \frac{1}{4} > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

TH3: $\Delta = 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$. Ta có $t^2 - t + m = 0 \quad (2)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Khi đó $x_1 + x_2 = 1 > 0$ nên phương trình (2) không thể có hai nghiệm âm.

Suy ra $t^2 - t + m$ không thể luôn dương với mọi $t > 0$.

Vậy $m > \frac{1}{4}$.

Câu 25. [2D2-4.1-3] (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên

m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2;3)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}$.

Để hàm số xác định trên $(2;3)$ thì $\begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Do m là số tự nhiên nên $m = 1; m = 2$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 36. [2D2-4.1-3] (THPT NGỌC TẢO HN-2018) Tập xác định của hàm số

$\log \left[\ln \left(x-1-\sqrt{x^2-3x-10} \right) \right]$ là.

A. $[5;14]$.

B. $[2;14)$.

C. $[5;14)$.

D. $(2;14)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện để hàm số có nghĩa: $\begin{cases} x-1-\sqrt{x^2-3x-10} > 0 \\ \ln \left(x-1-\sqrt{x^2-3x-10} \right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x-1-\sqrt{x^2-3x-10} > 1$

$\Leftrightarrow x-2 > \sqrt{x^2-3x-10} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \geq 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \vee x \leq -2 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 14 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14$.

Câu 11: [2D2-4.1-3] (THPT Chuyên Lê Quý Đôn Đà Nẵng - Lần 1 - 2018) Hàm số

$y = \log_2 (4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

A. $m < \frac{1}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $4^x - 2^x + m > 0$.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $4^x - 2^x + m > 0 \quad (*) \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$, khi đó bất phương trình $(*)$ trở thành: $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t > 0$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - t$, $\forall t > 0$ ta có $f'(t) = 2t - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm được $\min_{(0;+\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$.

Để bất phương trình $t^2 - t + m > 0$, $\forall t > 0$ thì $-m < -\frac{1}{4} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Cách khác:

□ Trường hợp 1: $\Delta = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$ thì $t^2 - t + m > 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán)

□ Trường hợp 2: $\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$ thì phương trình $t^2 - t + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

□ Trường hợp 3: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$. Ta thấy $-\frac{b}{a} = 1 > 0$ nên phương trình $t^2 - t + m = 0$ không thể có hai nghiệm âm. Tức là $t^2 - t + m$ không thể luôn dương với mọi $t > 0$.

Vậy $m > \frac{1}{4}$.

Câu 3: [2D2-4.1-3] (THPT LỤC NGẠN-2018) Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.

B. Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Lời giải

Chọn C.

B đúng do $y = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ có $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln \frac{1}{2}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

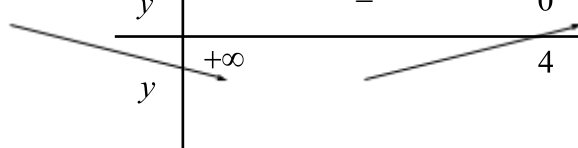
Vẽ BBT ta thấy hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$ nên **D** đúng.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

Xét $y = 2^x + 2^{2-x}$, ta có $y' = 2^x \cdot \ln 2 - 2^{2-x} \cdot \ln 2$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có BBT

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	4	$+\infty$

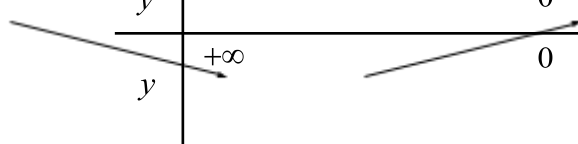


Hàm số đã cho có GTNN bằng 4 nên **A** đúng.

Xét $y = \log_2(x^2 + 1)$ có $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có BBT

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	0	$+\infty$



Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên **C** sai.