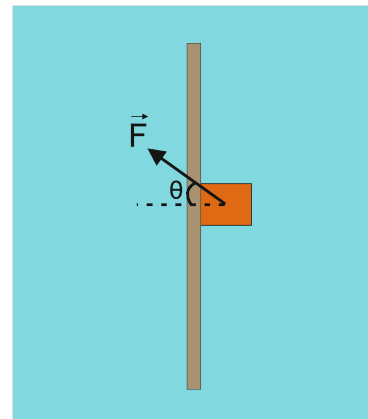


Μια κατακόρυφη κίνηση και οι ενέργειες

Ένας μικρός κύβος έχει μάζα $m = 0,1\text{kg}$ και ισορροπεί οριακά σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο με την επίδραση δύναμης $\vec{F}$ η οποία σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία θ για την οποία είναι $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ κύβου και τοίχου $\mu_{op} = 0,25$, που θεωρούμε ότι ταυτίζεται με το συντελεστή τριβής ολίσθησης, η αντίσταση του αέρα ασήμαντη και $g = 10\text{m/s}^2$.



α. Να υπολογίσετε τις δυνατές τιμές του μέτρου της δύναμης $\vec{F}$ για την ισορροπία του κύβου.

Τη στιγμή $t_0 = 0$ αυξάνουμε το μέτρο της $\vec{F}$ (διατηρώντας την κατεύθυνσή της) με αποτέλεσμα ο κύβος να αρχίσει να μετατοπίζεται προς τα πάνω. Τη στιγμή αυτή η βαρυτική δυναμική ενέργεια του κύβου ως προς ένα επίπεδο αναφοράς είναι $U_{BAP,0} = 80\text{J}$. Όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta y = 0,5\text{m}$ το έργο που έχει παραγάγει η δύναμη $\vec{F}$ είναι $W_F = 3\text{J}$. Να υπολογίσετε

β. το μέτρο τη δύναμης $\vec{F}$

γ. τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του κύβου

δ. την τελική βαρυτική δυναμική ενέργεια του κύβου

ε. τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κύβου.

Απάντηση

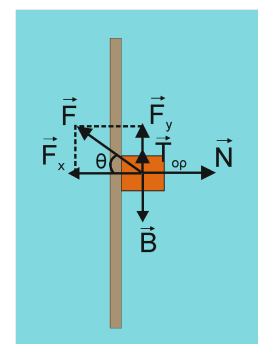
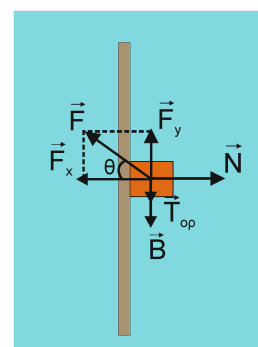
α. Αφού ο κύβος ισορροπεί οριακά, δέχεται οριακή τριβή. Ποια είναι όμως η κατεύθυνσή της;

$$\text{Ισχύει } \Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow F_x - N = 0 \rightarrow N = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \quad (1)$$

Αν η οριακή τριβή έχει κατεύθυνση προς τα κάτω

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0 &\rightarrow F_y - T_{op} - B = 0 \rightarrow F \cdot \eta\mu\theta - \mu_{op} \cdot N - m \cdot g = 0 \rightarrow \\ &\xrightarrow{(1)} F \cdot \eta\mu\theta - \mu_{op} \cdot F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - m \cdot g = 0 \rightarrow F = 2,5\text{ N} \end{aligned}$$

Αν η οριακή τριβή έχει κατεύθυνση προς τα πάνω



$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_y = 0 &\rightarrow F_y + T_{op} - B = 0 \rightarrow F \cdot \eta\mu\theta + \mu_{op} \cdot N - m \cdot g = 0 \rightarrow \\ &\xrightarrow{(1)} F \cdot \eta\mu\theta + \mu_{op} \cdot F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - m \cdot g = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow 0,6 \cdot F + 0,2 \cdot F - 1 = 0 \rightarrow 0,8 \cdot F = 1 \rightarrow F = 1,25 \text{ N}\end{aligned}$$

β. Αφού με την αλλαγή του μέτρου της $\vec{F}$ ο κύβος ανέρχεται, θα δέχεται τριβή ολίσθησης προς τα κάτω. Ισχύει

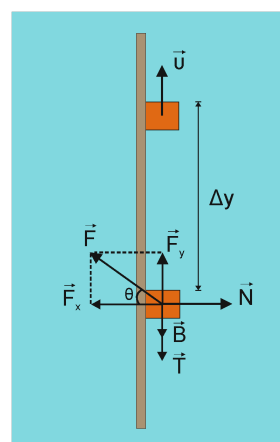
$$W_F = F_y \cdot \Delta y \rightarrow W_F = F \cdot \eta\mu\theta \cdot \Delta y \rightarrow F = 10 \text{ N}$$

γ. Το έργο του βάρους για την παραπάνω ανύψωση του κύβου θα είναι

$$W_B = -B \cdot \Delta y \rightarrow W_B = -m \cdot g \cdot \Delta y \rightarrow W_B = -0,5 \text{ J}$$

Όμως μέσω του έργου του βάρους μεταβάλλεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια του κύβου και συγκεκριμένα

$$W_B = -\Delta U_{BAP} \rightarrow \Delta U_{BAP} = 0,5 \text{ J}$$



Επομένως η βαρυτική δυναμική ενέργεια του κύβου κατά την ανύψωσή του αυξήθηκε κατά 0,5J.

δ. Είναι $\Delta U_{BAP} = U_{BAP,τελ} - U_{BAP,0} \rightarrow U_{BAP,τελ} = 80,5 \text{ J}$

Σχόλιο

Οι τιμές της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας δεν έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, αφού εξαρτώνται από το επίπεδο αναφοράς. Μετρήσιμο ενδιαφέρον έχουν οι μεταβολές της, οι οποίες συνδέονται με το έργο του βάρους μέσω της σχέσης

$$W_B = -\Delta U_{BAP}$$

ε. Η τριβή ολίσθησης που δέχεται ο κύβος έχει μέτρο

$$T = \mu \cdot N \xrightarrow{(1)} T = \mu \cdot F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \rightarrow T = 2 \text{ N}$$

Το έργο της τριβής για τη δοσμένη ανύψωση του κύβου θα είναι

$$W_T = -T \cdot \Delta y \rightarrow W_T = -1 \text{ J}$$

Επομένως μέσω του έργου της $\vec{F}$ προσφέρθηκαν στον κύβο 3J, ενώ μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης αφαιρέθηκε από τον κύβο 1J. Αυτό σημαίνει όμως ότι η μηχανική ενέργεια του κύβου αυξήθηκε κατά 2J. Μάλιστα αφού βρήκαμε ότι η βαρυτική δυναμική του ενέργεια αυξήθηκε κατά 0,5J, αυτό σημαίνει ότι η κινητική του ενέργεια αυξήθηκε κατά 1,5J. (Δοκιμάστε - μέσω των εξισώσεων κίνησης του κύβου - να υπολογίσετε την ταχύτητά του όταν έχει ανυψωθεί κατά $\Delta y = 0,5\text{m}$, για να επαληθεύσετε ότι η κινητική του ενέργεια αυξήθηκε κατά 1,5J).

Παπάζογλου Αποστόλης

apostolospapazoglou@gmail.com