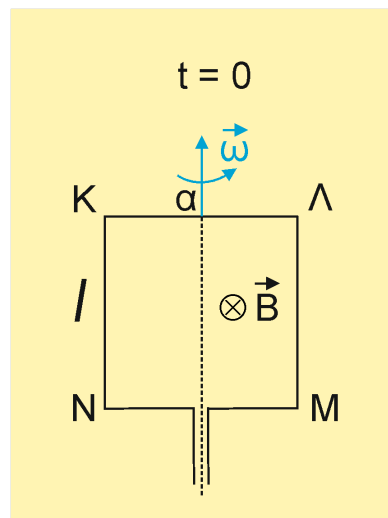


### Η.Ε.Δ. σε στρεφόμενο πλαίσιο

Το ορθογώνιο μεταλλικό πλαίσιο ΚΛΜΝ του σχήματος δεν παρουσιάζει αντίσταση, έχει πλευρές  $(ΚΛ) = α$  και  $(ΚΝ) = \ell$  και στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$  γύρω από άξονα που ενώνει τα μέσα των πλευρών ΚΛ και ΝΜ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $\vec{B}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στο πλαίσιο.



Α. Σε ποιες πλευρές του πλαισίου αναπτύσσεται Η.Ε.Δ. από επαγωγή;

Β. Να δείξετε, χωρίς τη χρήση του νόμου Faraday, ότι η Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του πλαισίου δίνεται από τη σχέση

$$E_{επ} = B \cdot \omega \cdot \alpha \cdot \ell \cdot \eta\mu(\omega \cdot t)$$

Γ. Συνδέουμε τα άκρα του πλαισίου με μια αντίσταση  $R$ . Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας την όποια επιλογή σας.

α. Το πλαίσιο θα διαρρέεται από συνεχές ρεύμα

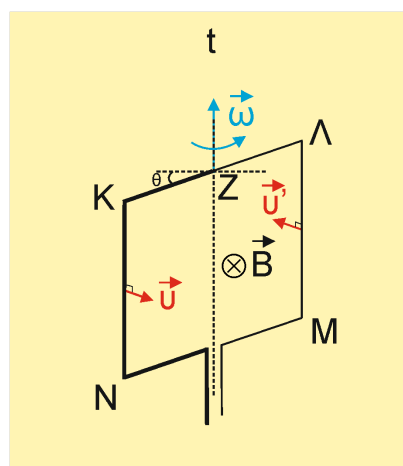
β. Κάθε πλευρά του πλαισίου θα δέχεται δύναμη Laplace

γ. Η συνισταμένη των δυνάμεων Laplace που θα δέχεται το πλαίσιο θα είναι ίση με μηδέν

δ. Το πλαίσιο θα δέχεται ζεύγος δυνάμεων, που θα ευνοεί την περιστροφή του

### Απάντηση

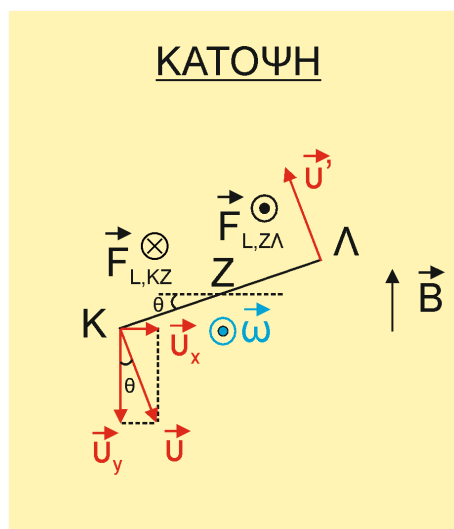
Α. Τη χρονική στιγμή  $t$  το πλαίσιο έχει στραφεί κατά γωνία  $\theta$  και στο σχήμα η πλευρά ΚΝ είναι έξω από το επίπεδο της σελίδας, ενώ η ΛΜ πίσω από το επίπεδο της σελίδας.



Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε σε κάτοψη την πλευρά ΚΛ του πλαισίου, όπου Ζ το μέσο

της. Οι δυνάμεις Lorentz  $\vec{F}_{L,KZ}$  που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα ηλεκτρόνια της πλευράς ΚΖ, τα ωθούν προς τα κάτω, δηλαδή στα πλευρικά τοιχώματά της και έτσι

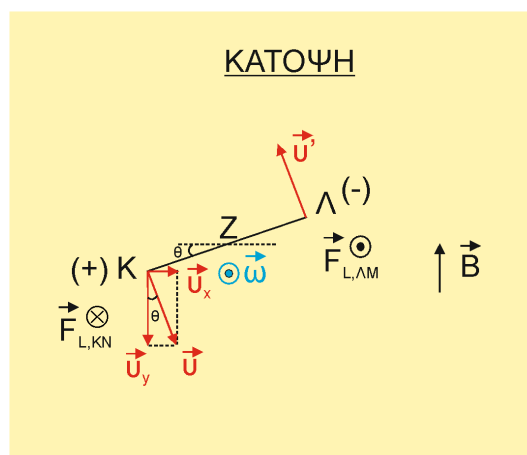
$E_{\pi,KZ} = 0$ . Οι δυνάμεις Lorentz  $\vec{F}_{L,Z\Lambda}$  που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα ηλεκτρόνια της πλευράς ΖΛ, τα ωθούν προς τα πάνω, δηλαδή στα πλευρικά τοιχώματά της και έτσι  $E_{\pi,Z\Lambda} = 0$ . Επομένως  $E_{\pi,K\Lambda} = 0$  και με την ίδια λογική  $E_{\pi,NM} = 0$ .



Θα μπορούσαμε ισοδύναμα να πούμε, ότι δεν υπάρχει μαγνητική ροή, άρα ούτε και μεταβολή της, από τις επιφάνειες που σαρώνουν οι αγωγοί ΚΛ και ΝΜ, αφού το μαγνητικό πεδίο είναι παράλληλο με αυτές. Άρα από το νόμο επαγωγής προκύπτει  $E_{\pi,K\Lambda} = E_{\pi,NM} = 0$ .

Οι δυνάμεις Lorentz  $\vec{F}_{L,KN}$  που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα ηλεκτρόνια της πλευράς ΚΝ, τα ωθούν προς τα κάτω, δηλαδή στο άκρο της Ν. Οι δυνάμεις

Lorentz  $\vec{F}_{L,\Lambda M}$  που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα ηλεκτρόνια της πλευράς ΛΜ, τα ωθούν προς τα πάνω, δηλαδή στο άκρο της Λ.



Επομένως τελικά Η.Ε.Δ. από επαγωγή αναπτύσσεται στις πλευρές ΚΝ και ΛΜ του πλαισίου.

Β. Η Η.Ε.Δ. από επαγωγή που αναπτύσσεται στην πλευρά ΚΝ θα οφείλεται στη  $\vec{u}_x$  συνιστώσα της ταχύτητάς της, αφού αυτή είναι κάθετη στην ένταση  $\vec{B}$  του μαγνητικού πεδίου.

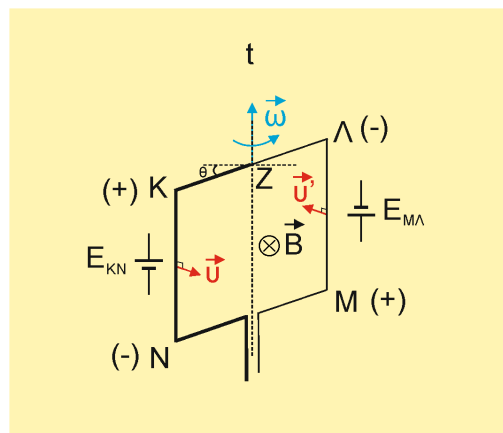
$$E_{\pi,KN} = B \cdot v_x \cdot \ell \rightarrow E_{\pi,KN} = B \cdot v \cdot \eta \mu \theta \cdot \ell \rightarrow E_{\pi,KN} = B \cdot \omega \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot \eta \mu \theta \cdot \ell \rightarrow$$

$$\rightarrow E_{\pi,KN} = B \cdot \omega \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot \ell \cdot \eta \mu(\omega \cdot t)$$

Με όμοιο τρόπο η Η.Ε.Δ. από επαγωγή που αναπτύσσεται στην πλευρά ΛΜ θα είναι

$$E_{\varepsilon\pi, \Lambda\Lambda} = B \cdot \omega \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot \ell \cdot \eta\mu(\omega \cdot t)$$

Επομένως οι πλευρές ΚΝ και ΛΜ συμπεριφέρονται ως πηγές με πολικότητα, αυτή που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Η Η.Ε.Δ. από επαγωγή στα άκρα του πλαισίου θα είναι ίση με



$$E_{\varepsilon\pi, MN} = E_{\varepsilon\pi, M\Lambda} + \cancel{E_{\varepsilon\pi, \Lambda K}} + E_{\varepsilon\pi, KN} + \cancel{E_{\varepsilon\pi, NM}} \rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi, MN} = 2 \cdot B \cdot \omega \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot \ell \cdot \eta\mu(\omega \cdot t) \rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\pi, MN} = B \cdot \omega \cdot \alpha \cdot \ell \cdot \eta\mu(\omega \cdot t)$$

Γ.

α. Από το νόμο του Ohm παίρνουμε

$$i = \frac{E_{\varepsilon\pi, MN}}{R} \rightarrow i = \frac{B \cdot \omega \cdot \alpha \cdot \ell}{R} \cdot \eta\mu(\omega \cdot t)$$

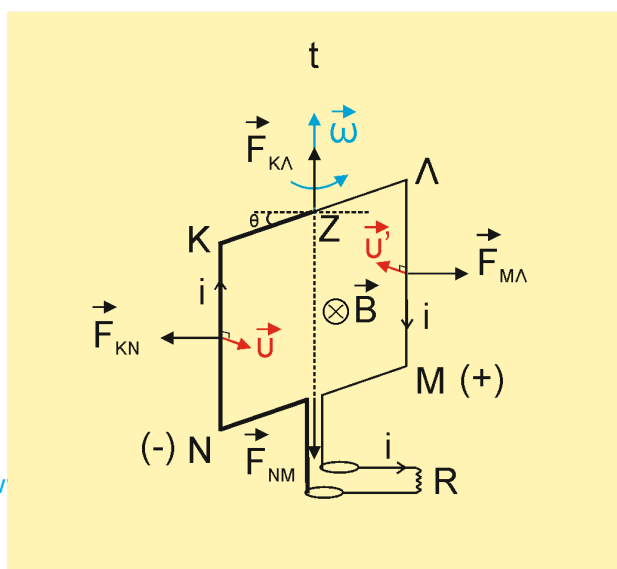
Επομένως το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι εναλλασσόμενο.

Η πρόταση είναι λανθασμένη

β. Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η φορά του ρεύματος στο κύκλωμα και οι δυνάμεις Laplace σε κάθε πλευρά του πλαισίου τη χρονική στιγμή t.

Η πρόταση είναι σωστή

γ. Είναι  $F_{KN} = F_{M\Lambda} = B \cdot i \cdot \ell$



Επομένως  $F_{KN} - F_{ML} = 0$

Η ένταση  $\vec{B}$  του μαγνητικού πεδίου σχηματίζει γωνία  $\frac{\pi}{2} - \theta$  με τις πλευρές ΚΛ

και ΜΝ. Είναι  $F_{KL} = F_{NM} = B \cdot i \cdot \alpha \cdot \eta\mu(\frac{\pi}{2} - \theta)$ . Επομένως  $F_{KL} - F_{NM} = 0$

### Η πρόταση είναι σωστή

δ. Οι δυνάμεις  $\vec{F}_{KN}$  και  $\vec{F}_{ML}$  είναι αντίθετες και οι φορείς τους είναι παράλληλοι. Άρα αποτελούν ζεύγος δυνάμεων, η ροπή  $\vec{\tau}_{\text{ζεύγους}}$  του οποίου προκύπτει αντίρροπη της φοράς περιστροφής. Αυτό είναι κάτι αναμενόμενο, αφού στο κύκλωμα παράγεται ηλεκτρική ενέργεια, επομένως πρέπει να δαπανάται ενέργεια για την ομαλή περιστροφή του, ώστε να ικανοποιείται η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Ισοδύναμα εντελώς,

σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz οι δυνάμεις  $\vec{F}_{KN}$  και  $\vec{F}_{ML}$  πρέπει να τείνουν να αναιρέσουν την αιτία που τις προκάλεσε, δηλαδή την περιστροφή του πλαισίου και την συνεπακόλουθη κυκλοφορία του ρεύματος στο κλειστό κύκλωμα.

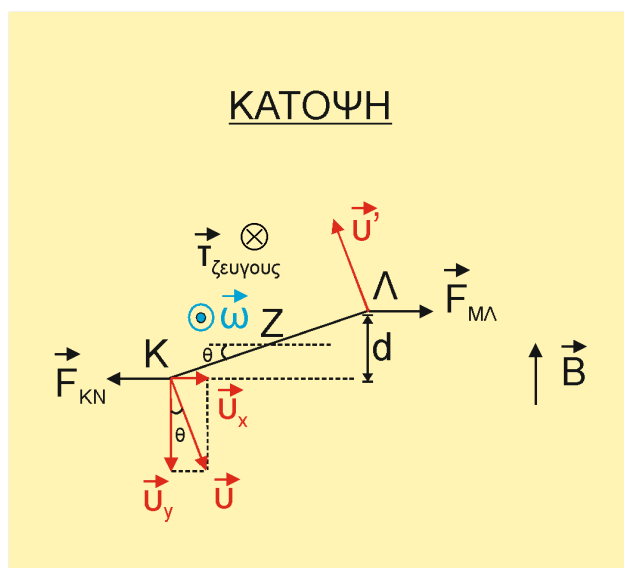
### Η πρόταση είναι λανθασμένη

#### Σχόλιο

Η ροπή του ζεύγους είναι

$$\tau_{\text{ζεύγους}} = F_{KN} \cdot d \rightarrow \tau_{\text{ζεύγους}} = B \cdot i \cdot \ell \cdot \alpha \cdot \eta\mu\theta \rightarrow \tau_{\text{ζεύγους}} = B \cdot i \cdot \ell \cdot \alpha \cdot \eta\mu(\omega \cdot t)$$

Η ισχύς του ζεύγους είναι



$$P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -F_{KN} \cdot v_x - F_{ML} \cdot v'_x \xrightarrow{v_x=v'_x, F_{KN}=F_{ML}} P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -2 \cdot F_{KN} \cdot v_x \rightarrow$$

$$P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -2 \cdot B \cdot i \cdot \ell \cdot v \cdot \eta\mu\theta \rightarrow P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -2 \cdot B \cdot i \cdot \ell \cdot \omega \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot \eta\mu(\omega \cdot t) \rightarrow$$

$$\rightarrow P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -B \cdot i \cdot \ell \cdot \omega \cdot \alpha \cdot \eta\mu(\omega \cdot t) \rightarrow P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -E_{\epsilon\pi} \cdot i$$

ή ισοδύναμα (αν δεν είχε κοπεί το κεφάλαιο του Στερεού)

$$P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -\tau_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} \cdot \omega \rightarrow P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -B \cdot i \cdot \ell \cdot \alpha \cdot \eta\mu(\omega \cdot t) \cdot \omega \rightarrow$$

$$\rightarrow P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -B \cdot i \cdot \ell \cdot \omega \cdot \alpha \cdot \eta\mu(\omega \cdot t) \rightarrow P_{\zeta\epsilon\upsilon\gamma\omicron\upsilon\varsigma} = -E_{\epsilon\pi} \cdot i$$

γεγονός που επιβεβαιώνει την αρχή διατήρησης της ενέργειας

Παπάζογλου Αποστόλης