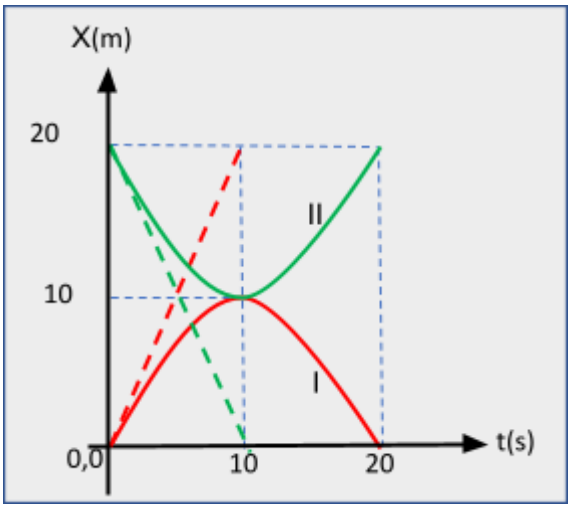
Ταυτόχρονη αλλαγή φοράς.

Στο διάγραμμα δίδονται οι γραφικές παραστάσεις θέσης- χρόνου, δύο κινητών (Ι) και (ΙΙ) που κινούνται στην ίδια ευθεία με ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις. Για τις παραστάσεις ξέρουμε ότι οι διακεκομμένες γραμμές του σχήματος είναι εφαπτόμενες σ'αυτές, στα σημεία (0,0) και (0,20) αντίστοιχα και ότι μεταξύ τους υπάρχει ένα σημείο επαφής (10,10).



1)Να σχεδιάσετε τον άξονα κίνησης και να τοποθετήσετε σ' αυτόν τα δύο κινητά ,καθώς και τα πιθανά ανύσματα της ταχύτητας και επιτάχυνσής τους την t=0,εξηγώντας το είδος κίνησης κάθε κινητού .

2) Να γράψετε τις εξισώσεις των θέσεων τους σε σχέση με το χρόνο .

3) Να βρείτε τη σχέση που δίνει την μεταξύ τους απόσταση σε σχέση με το χρόνο και να την παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα αξόνων με τα x-t.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1)Στις παραστάσεις x-t η κλίση εκφράζει αριθμητικά την ταχύτητα .
Παρατηρούμε ότι,

από t=0 μέχρι την t =10s :

η κλίση για το κινητό (Ι) είναι θετική και ελαττώνεται με το χρόνο δηλαδή υ>0 και Δυ<0

η κλίση για το κινητό (ΙΙ) είναι αρνητική και ελαττώνεται απολύτως (αλγεβρικά αυξάνει) με το χρόνο ,δηλαδή υ<0 και Δυ>0

Άρα :

το κινητό (Ι) εκτελεί ευθ/μη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) με υ>0 και α<0 και

το κινητό (ΙΙ) εκτελεί ευθ/μη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) με υ<0 και α>0

από t=10s μέχρι την t =20s :

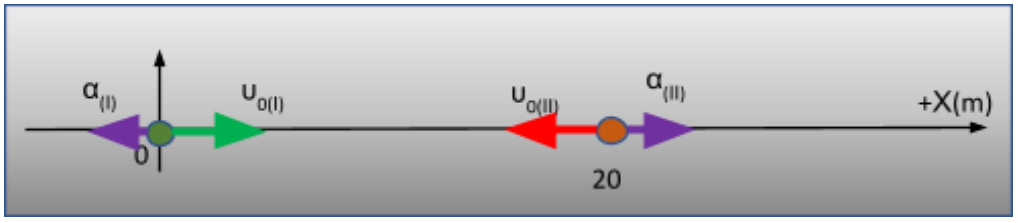
η κλίση για το κινητό (Ι) είναι αρνητική και αυξάνει απολύτως(αλγεβρικά ελαττώνεται) με το χρόνο , δηλαδή υ<0 και Δυ<0

η κλίση για το κινητό (ΙΙ) είναι θετική και αυξάνει με το χρόνο δηλαδή υ>0 και Δυ>0

Άρα :

το κινητό (Ι) εκτελεί ευθ/μη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) με υ<0 και α<0 και

το κινητό (ΙΙ) εκτελεί ευθ/μη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) με υ>0 και α>0



2) Θα υπολογίσουμε τις αρχικές ταχύτητες την t=0 ,από τις κλίσεις με τη βοήθεια των εφαπτόμενων :

$$\upsilon_{0(I)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20-0}{10-0} \Rightarrow \upsilon_{0(I)} = 2m/s$$

$$\upsilon_{0(II)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-20}{10-0} \Rightarrow \upsilon_{0(II)} = -2m/s$$

Η εξίσωση θέσης για το κινητό Ι θα είναι:

$$x_I = \upsilon_{0(I)} t + \frac{1}{2} a_I t^2 \xrightarrow{x_I=10 \ για \ t=10} 10 = 2 \cdot 10 + \frac{1}{2} a_I \cdot 10^2 \Rightarrow a_I = -0,2m/s^2$$

Η εξίσωση θέσης για το κινητό ΙΙ θα είναι:

$$x_{II} = x_o + \upsilon_{0(II)} t + \frac{1}{2} a_{II} t^2 \xrightarrow{x_{II}=10 \ για \ t=10} 10 = 20 - 2 \cdot 10 + \frac{1}{2} a_{II} \cdot 10^2 \Rightarrow a_{II} = +0,2m/s^2$$

Άρα τελικά :

$$x_I = 2t - \frac{1}{2} 0,2t^2 \Rightarrow \boxed{x_I = 2t - 0,1 \cdot t^2 \ \ (SI)}$$

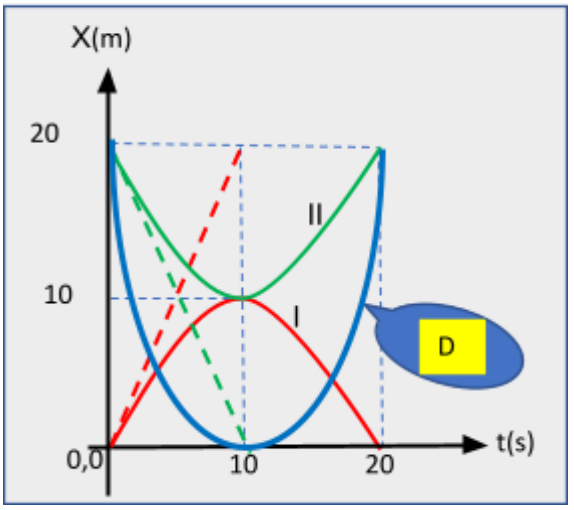
$$x_{II} = 20 - 2t + \frac{1}{2} 0,2t^2 \Rightarrow \boxed{x_{II} = 20 - 2t + 0,1t^2 \ \ (SI)}$$

3) Έστω D η απόσταση μεταξύ των δύο κινητών κάποια στιγμή t . Τότε:

$$D = |x_{II} - x_I| \xrightarrow{x_{II} \geq x_I} D = 20 - 2t + 0,1t^2 - 2t + 0,1 \cdot t^2 \Rightarrow D = 20 - 4t + 0,2t^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{D = 0,2t^2 - 4t + 20 \ \ (SI)}$$

Η παράσταση D-t είναι μια παραβολή



ΣΧΟΛΙΟ

Γνωστό ότι στην Α΄Λυκείου τα παιδιά δεν έχουν εμπειρία στην μαθηματική υποδομή για το σχεδιασμό παραστάσεων πέραν των γραμμικών ,πάντως η παράσταση D-t μπορεί να σχεδιαστεί με τη βοήθεια των παραστάσεων χ-t των δύο κινητών αφού αυτές είναι δεδομένες και $D=x_2-x_1$

Παντελεήμων Παπαδάκης
26/11/2021