Centrale 2006 PSI Physique I

Partie I : Etude d'un aérogénérateur

I A) Etude des vents dominants

I A.1

Le référentiel $\mathcal{R}_T$ étant non galiléen, il faut ajouter à l'équation d'Euler « classique » (qui concerne les écoulements parfaits) les termes de forces d'inertie d'entraînement et de Coriolis. Toutefois le champ de pesanteur $\vec{g}$ contient les effets d'entraînement, et on ne fait donc apparaître que le terme d'inertie de Coriolis :

$$\rho \frac{\mathrm{D}\vec{v}}{\mathrm{D}t} = \rho\vec{g} - \overrightarrow{\mathrm{grad}}P - 2\rho\vec{\Omega}\wedge\vec{v} \qquad (1)$$

I A.2

Si l'air est immobile, $\vec{v} = \vec{0}$ et donc $\overrightarrow{\mathrm{grad}}P_{éq} = \rho\,\vec{g} = -\rho\, g\vec{e}_z$. Donc $P_{éq}$ ne dépend que de z et $\mathrm{d}P_{éq} = -\rho g\,\mathrm{d}z$. La loi des gaz parfaits donne $\rho = \frac{P_{éq}M}{RT}$. D'où $\frac{\mathrm{d}P_{éq}}{P_{éq}} = -\frac{Mg}{RT}\mathrm{d}z$ et par conséquent $P_{éq}(z) = P_{éq}(z=0)\exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)$. D'où une épaisseur caractéristique $\frac{RT}{Mg}$, de l'ordre de 8 km (pour T = 273 K).

I A.3

On remplace dans (1) P par $P_{éq} + p$, et en tenant compte de $\rho\,\vec{g} - \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,P_{éq} = \vec{0}$, on arrive à :

$$\rho \frac{\mathrm{D}\vec{v}}{\mathrm{D}t} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,p - 2\rho\vec{\Omega}\wedge\vec{v} \qquad (2)$$

I A.4

Pour un écoulement stationnaire, (2) devient $\rho\left(\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{v} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,p - 2\rho\vec{\Omega}\wedge\vec{v}$. D'où $Ro = \frac{\rho\frac{U}{L}}{\rho\Omega U} = \frac{U}{L\Omega}$. Pour l'écoulement considéré, $Ro \approx 0{,}14$. Ro est assez petit devant 1, de sorte que dans les trois termes de l'équation dynamique, le terme d'accélération est nettement plus petit que les deux autres, qui s'équilibrent donc à peu près : $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,p \approx -2\rho\vec{\Omega}\wedge\vec{v}$.

I A.5

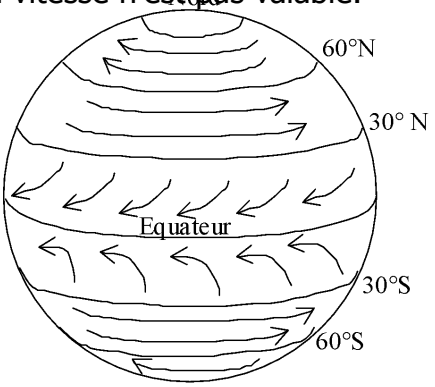
On multiplie vectoriellement $\vec{e}_z$ par $\overrightarrow{\text{grad}}\, p \approx -2\rho\vec{\Omega} \wedge \vec{v}$ pour obtenir : $\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{\text{grad}}\, p \approx -2\rho\left(v_z\vec{\Omega} - \Omega_z\vec{v}\right)$. D'où, en prenant $v_z \approx 0$, $\vec{v} = \frac{\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{\text{grad}}\, p}{2\rho\Omega_z} = \frac{\vec{e}_z \wedge \overrightarrow{\text{grad}}\, p}{2\rho\Omega\sin\lambda}$. Et donc la composante z de $\overrightarrow{\text{grad}}\, p$ n'intervient pas dans l'expression de la vitesse.

I A.6

Manifestement, les données suggèrent que la pression au sol ne dépend que de la latitude λ. Par conséquent, le gradient horizontal de pression est dans la direction nord-sud et vaut $-\frac{1}{R_T}\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda}\vec{e}_x$ (le signe – vient de ce que lorsque λ augmente, on se déplace dans le sens de $-\vec{e}_x$). La formule du 5°) donne alors $\vec{v} = -\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda}\frac{1}{2R_T\rho\Omega\sin\lambda}\vec{e}_y$. D'où un vent vers l'est là où $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda} < 0$, soit grossièrement entre 30° et 60°, et un vent vers l'ouest là où $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda} > 0$, soit entre l'équateur et 30°, et au-dessus de 60°. C'est bien ce qu'on observe, du moins au nord de 30° Nord.

Le modèle semble toutefois quelque peu mis en défaut dans la zone tropicale, où les vents viennent du nord-est plutôt que de l'est. Ce n'est pas très surprenant : pour $\lambda \to 0$, la formule du 5°) donne une vitesse infinie... En fait, dans cette zone, la force de Coriolis a une composante verticale importante et on peut penser que l'approximation consistant à négliger la composante v_z de la vitesse n'est pas valable.

Dans l'hémisphère sud, on a toujours $\vec{v} = -\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda}\frac{1}{2R_T\rho\Omega\sin\lambda}\vec{e}_y$. Cette fonction est une fonction paire de λ (en fait, et $\left|\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda}\right|$ et sin λ changent de signe par rapport à l'hémisphère nord). Donc on retrouve des vents allant dans le même sens, soit la figure ci-contre.



I A.7

On a d'après ce qui précède $\|\vec{v}\| = \left|\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda}\right| \frac{1}{2R_T\rho\Omega|\sin\lambda|}$. La masse volumique de l'air est $\rho = \frac{PM}{RT} \approx$ 1,3 kg.m^{-3}. $\left|\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\lambda}\right|$ peut être estimé à partir de la figure 1 à une valeur de 30 hPa pour 20°, soit 8600 Pa.rad^{-1}, à la latitude de 45°.

On en déduit $\|\vec{v}\| \approx$ 10 m.s^{-1}, tout à fait raisonnable (et en accord avec l'énoncé).

I B) Etude du prélèvement d'énergie par le rotor de l'éolienne.

I B.1)

L'écoulement étant incompressible il y a conservation du débit volumique et donc :

$$v_0 S_E = v_R S_R = v_S S_S.$$

Au delà de l'éolienne la vitesse a diminué donc la section s'est élargie d'où l'allure des lignes de champ.

I B.2)

On considère le système Σ(*t*) formé de l'air contenu à la date *t*, dans le tube de courant, entre les sections *E* et *S* ; c'est un système ouvert. On considère alors le système fermé Σ*, défini par :

- à *t*, Σ* = Σ(*t*) + la masse dm_E d'air qui va passer en *E* entre *t* et *t* +d*t*
- à *t* + d*t*, Σ* = Σ(*t*+d*t*) + la masse dm_S d'air qui est passée en *S* entre *t* et *t* +d*t*

Un bilan de masse évident donne dm_E = dm_S = $\rho\, v_0\, S_E\, \mathrm{d}t$.

Un bilan de quantité de mouvement sur Σ* donne alors $\mathrm{d}\vec{p}^* = \mathrm{d}m\left(\vec{v}_S - \vec{v}_0\right)$. Les forces extérieures s'exerçant sur Σ* sont la force $\vec{F}$ et les forces de pression. Mais, la pression étant uniforme tout autour du système considéré, la force résultante est nulle. Finalement il reste, en projection sur $\vec{e}_x$: $F = \rho v_0 S_E \left(v_S - v_0\right)$.

I B.3)

On applique exactement la même méthode, mais entre *A* et *B*. La différence est que maintenant la résultante des forces de pression n'est pas nulle ; on arrive à $F + \left(P_A - P_B\right)S_R = \rho v_0 S_E \left(v_R - v_R\right) = 0$.

On applique la relation de Bernoulli entre *E* et *A*, sur une ligne de courant : $\frac{v_0^2}{2} + \frac{P_0}{\rho} = \frac{v_R^2}{2} + \frac{P_A}{\rho}$, et de même entre *B* et *S* : $\frac{v_R^2}{2} + \frac{P_B}{\rho} = \frac{v_S^2}{2} + \frac{P_0}{\rho}$. D'où $P_A - P_B = \rho \frac{v_0^2 - v_S^2}{2}$ et par conséquent $F + \rho \frac{v_0^2 - v_S^2}{2} S_R = 0$.

I B.4)

On a donc $F = \rho v_0 S_E \left(v_S - v_0\right) = \rho \frac{v_S^2 - v_0^2}{2} S_R$, donc $v_0 S_E = \frac{v_S + v_0}{2} S_R$, d'où finalement (avec le B.1.1)) : $v_R = \frac{v_S + v_0}{2}$.

I B.5)

Au voisinage immédiat du rotor, il faut prendre en compte les effets de la viscosité de l'air du fait de sa forte inhomogénéité spatiale au voisinage des pales. Elle s'y traduit par l'existence d'une couche limite. Elle y joue un rôle fondamental, l'écoulement n'y est pas parfait et on en voit en particulier l'expression dans le fait que la relation de Bernoulli n'est pas applicable sur une ligne de courant « à travers » l'hélice.

I B.6)

Un bilan d'énergie en régime permanent appliqué au volume de contrôle compris entre S_A et S_B s'écrit :

$$E(t+dt)-E(t)=\underbrace{0}_{\text{régime permanent}}=-\mathcal{P}dt+(P_A-P_B)S_R v_R dt+\underbrace{D_m dt}_{0}(e_s-e_e)$$

Soit
$$-\mathcal{P}=-(P_A-P_B)S_R v_R=Fv_R$$

Ou encore :
$$-P=Fv_R=\rho S_R\frac{v_S^2-v_0^2}{2}\frac{v_S+v_0}{2}=\frac{\rho S_R v_0^3}{4}(\alpha^2-1)(\alpha+1)$$
.

I B.7)

Le produit $(\alpha^2-1)(\alpha+1)$ est maximal pour $\alpha=\frac{1}{3}$ et vaut $\frac{32}{27}$. On a donc $P_{\max}=\frac{8}{27}\rho S_R v_0^3$.

I B.8)

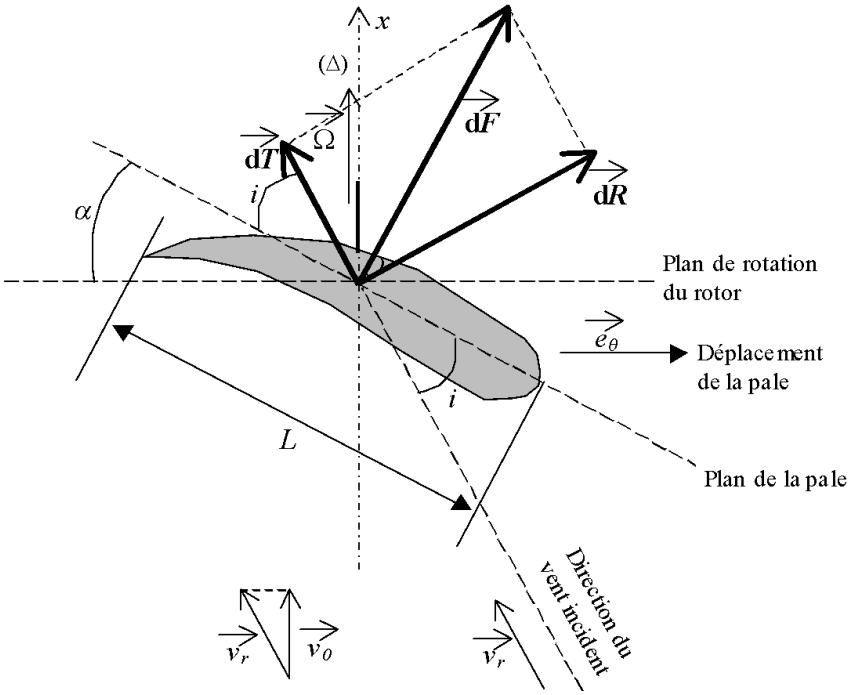
Pour l'éolienne de faible puissance, on obtient P_{max} ≈ 700 W et donc $\frac{P}{P_{\max}}\approx$ 57%.

Pour l'éolienne de forte puissance, P_{max} ≈ 2125 kW et donc $\frac{P}{P_{\max}}\approx$ 31%. Ces rapports représentent les rendements des éoliennes, calculés par rapport à l'énergie maximale théoriquement récupérable. Dans la chaîne énergétique hélice – générateur électrique – transformateur éventuel, c'est de loin l'hélice qui a le plus mauvais rendement ; c'est la transformation énergie cinétique du vent – énergie mécanique sur l'axe de l'éolienne qui se fait le plus difficilement.

I C) Les pales de l'éolienne.

I C.1)

Composition des vitesses : $\vec{v}_0=\vec{v}_r+r\Omega\vec{e}_\theta$. D'où $\vec{v}_r=\vec{v}_0-r\Omega\vec{e}_\theta$.



Et on a $\tan(\alpha+i)=\frac{v_0}{r\Omega}$.

I C.2)

L'aire dA de la portion étudiée, projetée perpendiculairement à $\vec{v}_r$, est L dr sin i (ceci, car on néglige l'épaisseur de la pale).

I C.3

On a alors :

$$\begin{cases} \left\| \mathrm{d}\vec{T} \right\| = \frac{1}{2}\rho\left(v_0^2 + r^2\Omega^2\right) L\,\mathrm{d}r \sin i\, C_x(i) \\ \left\| \mathrm{d}\vec{R} \right\| = \frac{1}{2}\rho\left(v_0^2 + r^2\Omega^2\right) L\,\mathrm{d}r \sin i\, C_z(i) \end{cases}$$

I C.4)

Seule la composante de $\mathrm{d}\vec{F}$ contenue dans le plan de rotation du rotor a un moment non nul. Cette composante est $\mathrm{d}F_\theta = -\left\|\mathrm{d}\vec{T}\right\|\cos\left(i+\alpha\right) + \left\|\mathrm{d}\vec{R}\right\|\sin\left(i+\alpha\right)$. D'où l'on tire :

$$\mathrm{d}\Gamma = \mathrm{r}\,F_\theta = \frac{1}{2} r\rho\left(v_0^2 + r^2\Omega^2\right) L\,\mathrm{d}r \sin i\left(-C_x(i)\cos\left(i+\alpha\right) + C_z(i)\sin\left(i+\alpha\right)\right).$$

I C.5)

On voit que pour chaque valeur il existe une valeur optimale de l'angle α (optimale dans le sens où bien évidemment, le but est de rendre le couple maximal). Cette valeur optimale de α dépend de la distance radiale r le long de la pale : pour optimiser le rendement de la pale, celle-ci devra donc être « vrillée », avec un angle α plus important près de l'axe de rotation.

Par ailleurs le couple obtenu semble plus important loin de l'axe, ce qui est normal car la vitesse v_r y est supérieure d'une part, et car on est plus loin de l'axe d'autre part (« bras de levier » plus important).

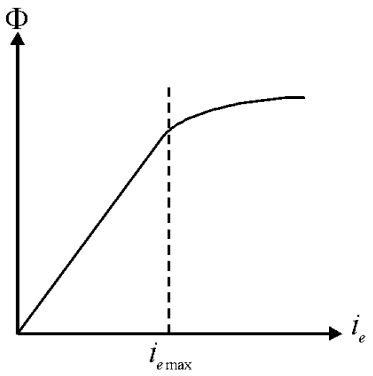
Partie II : Utilisation de l'énergie éolienne

II A Etude de la génératrice

II A 1

Φ est homogène à un flux et s'exprime en V .tour^{-1} .mn^{-1} ou en Wb .

II A 2



La courbe 2 fournit les variations de E_0 suivant i_e avec $E_0 = \Phi\Omega$.

Chacune des courbes étant tracée pour une valeur fixée de Ω , , la courbe $E_0(i_e)$ est proportionnelle à celle de $\Phi(i_e)$. Les variations obtenues sont représentées sur la figure ci-contre.

II A 3

Pour des valeurs de $i_e < i_{e\max}$, le flux est proportionnel au courant inducteur, le matériau a un comportement linéaire. Par contre, pour $i_e > i_{e\max}$, le matériau magnétique constituant le stator et le rotor, est saturé.

Conclusion : $i < i_e \; \Phi = \beta i_e$

II A 4

Le convertisseur est un hacheur.

II A 5

On reconnaît un hacheur série dont on sait d'après le cours que K_1 exerce une fonction transistor et K_2 est une fonction diode.

Plus précisément l'analyse des points de fonctionnement (à détailler) montre que K_1 doit être commandé à l'ouverture et à la fermeture et K_2 fonctionne en commutation spontanée à l'ouverture et à la fermeture. K_1 correspond donc à la fonction transistor, alors que K_2 est une diode.

II A 6 et 7

Pour $t \in [0, \alpha T], u(t) = e$, le courant $i_e(t)$ est solution de l'équation $R_s i_e + L_s \frac{di_e}{dt} = e$.

En posant $\tau = L_s / R_s$, il vient : $\frac{di_e}{dt} + \frac{i_e}{\tau} = \frac{e}{R_s} \Rightarrow i_e = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{e}{R_s}$. Soit i_m le courant à $t = 0$, la condition $i_e(0) = i_m$ permet d'établir l'expression du courant :

$$t \in [0, \alpha T], i_e(t) = i_m \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{e}{R_s}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

Pour $t \in [\alpha T, T], u(t) = 0$, le courant $i_e(t)$ est solution de l'équation $i_e + \tau \frac{di_e}{dt} = 0$. La résolution sur cette intervalle donne un courant de la forme $i_e = i_0' \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$. La constante i_0' se détermine par la continuité du courant à l'instant αT. On obtient ainsi :

$$i_0' = i_m + \frac{e}{R_s}\left(\exp\left(\frac{\alpha T}{\tau}\right) - 1\right) \Leftrightarrow$$

$$t \in [\alpha T, T], i_e(t) = i_m \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{e}{R_s}\left(\exp\left(\frac{t-\alpha T}{\tau}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

Pour déterminer la constante i_m, il suffit d'expliciter la périodicité de i_e :

$$i_e(0) = i_e(T) \Rightarrow i_m = \frac{e}{R_s}\exp\left(-\frac{(1-\alpha)T}{\tau}\right)\frac{1-\exp\left(-\frac{\alpha T}{\tau}\right)}{1-\exp\left(-\frac{T}{\tau}\right)}$$

. En posant $\theta = T/\tau$, les grandeurs i_m et i_M ont pour expression :

$$i_M = \frac{e}{R_s}\frac{1-\exp(-\alpha\theta)}{1-\exp(-\theta)} \quad i_m = i_M \exp(-(1-\alpha)\theta)$$

La forme générale de l'équation différentielle satisfaite par le courant i_e sur les deux intervalles est $R_s i_e + L_s \frac{di_e}{dt} = u$. Les valeurs moyennes de i_e et u vérifient donc $R_s \langle i_e \rangle + L_s \left\langle \frac{di_e}{dt} \right\rangle = \langle u \rangle$.

Or $\langle u \rangle = \alpha e$, $\langle i_e \rangle = i_{moy}$ et $\left\langle \frac{di_e}{dt} \right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{di_e}{dt} dt = \frac{1}{T}(i_e(T) - i_e(0)) = 0$; le courant moyen s'exprime ainsi : $i_{moy} = \frac{\langle u_{moy} \rangle}{R_s} = \frac{\alpha e}{R_s}$. On en déduit le taux d'ondulation :

$$\frac{i_M - i_m}{i_{moy}} = \frac{1}{\alpha}\frac{(1-\exp(-(1-\alpha)\theta))(1-\exp(-\alpha\theta))}{1-\exp(-\theta)}$$

Lorsque $T/\tau << 1 \Leftrightarrow \theta << 1$, ce rapport est équivalent à $(1-\alpha)\theta = (1-\alpha)T$.

II A 8

Application numérique : $\alpha = 0,5$; $\tau = 5\,ms$; $(1-\alpha)T < 0,01 \Rightarrow T < 0,1\,ms$.

$\alpha = 0,5$ correspond à la fois au milieu de la plage de régulation et au maximum de l'ondulation absolue.

II B RÉGULATION DE LA TENSION DE SORTIE DE LA GENERATRICE

II B 1 a

Les relations caractérisant le fonctionnement des dispositifs sont $i_e = i_{moy} = \alpha \frac{e}{R_s}$ et $U = E_0 = \beta \Omega i_e$.

II B 1 b

Le point de fonctionnement de consigne est caractérisé par :

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 \\ U = U_0 \\ \Omega = \Omega_0 \end{cases} \Leftrightarrow i_e = i_{e0} \Rightarrow \begin{cases} \Delta U = 0 \\ U_0 = \beta \Omega_0 i_{e0} \\ i_{e0} = \alpha_0 \frac{e}{R_s} \end{cases}$$

Pour un point quelconque on peut écrire :

$$\alpha = k \frac{\Delta U}{U_0} + \alpha_0 \qquad U = \beta \Omega i_e \qquad i_e = \alpha \frac{e}{R_s}$$

La relation demandée peut s'établir par le calcul suivant :

$$U_0 - U = \beta \Omega_0 i_{e0} - \beta \Omega i_e = \beta \Omega_0 \alpha_0 \frac{e}{R_s} - \beta \Omega \frac{e}{R_s} \left(k \frac{\Delta U}{U_0} + \alpha_0 \right)$$

$$\Delta U = \beta \alpha_0 \frac{e}{R_s} (\Omega_0 - \Omega) - \beta \Omega k \frac{e}{R_s} \frac{\Delta U}{U_0}$$

$$\Delta U \left(1 + \beta \Omega k \frac{e}{U_0 R_s} \right) = \beta \alpha_0 \frac{e}{R_s} (\Omega_0 - \Omega) = U_0 \frac{\Delta \Omega}{\Omega_0}$$

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\Delta \Omega}{\Omega_0} \left(1 + \frac{U}{U_0} \frac{k}{\alpha} \right)^{-1}$$

Lorsque $\Delta U << U_0$, on a alors $U \approx U_0$ et $\alpha \approx \alpha_0$. Compte tenu des ces ordres de grandeur, le résultat précédent s'écrit :

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\alpha_0}{k} \frac{\Delta \Omega}{\Omega_0}$$

II B 1 c

Application numérique : $\frac{\Delta \Omega}{\Omega_0} = 0{,}1 \quad \frac{\Delta U}{U_0} = 0{,}01 \quad \alpha_0 = 0{,}5 \Rightarrow \quad k = 50$

II B 1d

Afin d'annuler l'erreur de position, il suffit d'insérer un correcteur intégral.

II B 2 Régulation en charge

II B 2 a

En tenant compte du terme RI, les calculs précédents se modifient suivant les expressions :

$$U_0 - U = \beta\Omega_0 i_{e0} - \beta\Omega i_e + RI = \beta\Omega_0\alpha_0\frac{e}{R_s} - \beta\Omega\frac{e}{R_s}\left(\alpha_0 + \frac{\Delta U}{U_0}\right) + RI$$

$$\Delta U = \beta\alpha_0\frac{e}{R_s}(\Omega_0 - \Omega) - \beta\Omega k\frac{e}{R_s}\frac{\Delta U}{U_0} + RI$$

$$\Delta U\left(1 + \beta\Omega k\frac{e}{U_0 R_s}\right) = \beta\alpha_0\frac{e}{R_s}(\Omega_0 - \Omega) + RI$$

Les ordres de grandeurs précédents sont respectés, 1 est négligeable devant $\beta\Omega k\frac{e}{U_0 R_s}$.

$$\frac{\Delta U}{U_0} = \frac{\alpha_0}{k}\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0} + \frac{RR_s}{\beta\Omega e k}I = \frac{\alpha_0}{k}\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0} + \frac{\alpha}{k}I\frac{R}{E_0}$$

II B 2 b

En désignant par $I_{\max} = \frac{E_0}{R}$, le courant maximal délivré par la génératrice, le terme supplémentaire s'écrit $\frac{\alpha}{k}\frac{I}{I_{\max}}$.

AN : $\alpha \approx \alpha_0 = 0{,}5$; $k = 50$; $\frac{I}{I_{\max}} = 0{,}8$, $\frac{\alpha}{k}\frac{I}{I_{\max}} = 0{,}8\ \%$

La précision globale passe à environ $2\ \%$ en charge.

II C Stockage de l'énergie

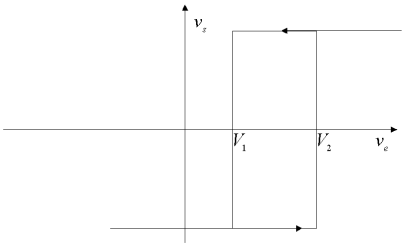
II C 1

La diode de protection évite la décharge de la batterie à travers la génératrice dans le cas d'un arrêt accidentel.

II D 1

Lorsque $i_a > 0$ et $u_a = e_a - r_a i_a = u_d$, l'ouverture de K_d annule i_a. Ainsi, u_a redevient alors supérieur à u_d ce qui provoque (pour un comparateur simple) la fermeture de K_d.

L'A.O. fonctionne en régime saturé. En posant $V_1 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)V_{ref} - \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$ et $V_2 = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)V_{ref} + \frac{R_1}{R_2}V_{sat}$, la caractéristique est la suivante :



II D 3

La condition imposée se traduit par $V_2 - V_1 = 2\frac{R_1}{R_2}V_{sat} = 0{,}12\,u_0$. Ce qui donne numériquement $\frac{R_1}{R_2} = \frac{0{,}12\,u_0}{2V_{sat}} = 0{,}0115$.

II D 4

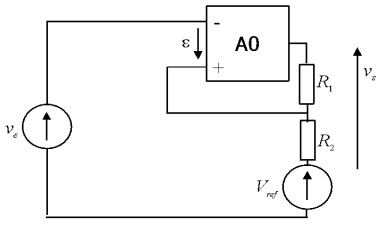
$$\begin{cases} V_1 = \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)V_{ref} - \frac{R_1}{R_2}V_{sat} = 2{,}3 \\ \frac{R_1}{R_2} = 0{,}0115 \end{cases} \Rightarrow V_{ref} = 2{,}41\,V$$

II D 5

Lorsque $i_a < 0$ et $u_a = e_a - Ri_a = u_c$ (tension de fin de charge), l'ouverture de K_c annule i_a. La tension diminue et redevient inférieure à u_c. Le problème se présente de façon analogue mais lors d'une phase de croissance de u_a, alors qu'il s'agissait d'une phase de décroissance dans le cas de la décharge.

II D 6

La remarque précédente suggère d'utiliser un cycle « symétrique » ou « inverse » du précédent tel que celui fournit par le comparateur à hystérésis.



II E Alimentation d'une installation électrique

II E 1

Le dipôle de charge constitué par (R_c, L_c) en série, permet d'écrire :

$\underline{u_c} = (R_c + jL_c\omega)\underline{i_c} \Rightarrow \quad \frac{\underline{i_c}}{\underline{u_c}} = \frac{1}{R_c + jL_c\omega}$. Il s'agit d'un filtre passe bas du premier ordre. Le courant sera insensible aux variations hautes fréquences de la tension.

II E 2

La fonction transistor se définit comme un interrupteur parfait (sans dissipation de puissance) se commandant à l'ouverture et à la fermeture.

II E 3

La nouvelle origine peut-être choisie en $\theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\delta}{2}$ (milieu de l'alternance positive). On obtient le développement :

$$u_c(\theta) = \frac{4}{\pi} U_0 \sum_p \frac{1}{2p+1} \sin(2p+1)\left(\frac{\pi - \delta}{2}\right) \cos\left((2p+1)\omega t\right)$$

Après avoir corrigé l'erreur d'énoncé !

II E 4

Le circuit récepteur étant un filtre passe bas, en annulant l'harmonique 3, les harmoniques de rang supérieurs seront filtrés.

II E 5

L'harmonique 3 sera nul si $\frac{3\pi}{2} - \frac{3\delta}{2} = \pi \Rightarrow \quad \delta = \frac{\pi}{3}$

II E 6

Le calcul de la valeur efficace conduit au résultat :

$$U_{ceff} = U_0 \sqrt{1 - \frac{\delta}{\pi}} = U_0 \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0{,}81\, U_0$$

La valeur efficace du fondamental est $U_{1eff} = U_0 \frac{\sqrt{6}}{\pi} \approx 0{,}78 U_0$. On commet une erreur de $3{,}7\ \%$. On peut donc assimiler la tension à son fondamental.

II E 7

$U_0 \sqrt{\frac{2}{3}} = 220 \Rightarrow \quad U_0 = 269{,}4\ V$. Il faut donc 135 accumulateurs.

Remarque :l'énoncé conduit à penser que l'on est sensé raisonner sur le fondamental et non pas la totalité du signal, ce qui donne plutôt Uo*sqrt(6)/pi = 220

II E 8

$Ptot = 4\ kW$

Soit I, I_R et I_M les valeurs efficaces des courants circulant respectivement dans le circuit total, les résistances (lampes) et le moteur.

L'association en parallèle permet d'écrire :

$I = \sqrt{(I_R + I_M \cos\varphi_m)^2 + (I_M \sin\varphi_m)^2}$ avec $I_R = 1000/220$ et $I_M = 3000/220 * 0{,}8$

On obtient $I = 20{,}86\ A$.

Ce circuit est équivalent à R_c, L_c série, dissipant la puissance :

$Ptot = R_C I^2 \Rightarrow \quad R_c = 9{,}2\ \Omega$

L_c s'obtient par la relation $Ptot = UI \dfrac{R_c}{\sqrt{R_c{}^2 + L_c{}^2 \omega^2}} \Rightarrow \quad L_c = 0{,}29 H$