

## PHYSIQUE

**Durée : 4 heures**

**(ce sujet est destiné aux candidats de l'option du DEUG  
Sciences de la Matière (SM))**

*L'usage d'une calculatrice est autorisé pour cette épreuve  
L'usage de tables et d'abaques est interdit pour cette épreuve*

*Les parties 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes*

On se propose, dans ce problème, de s'intéresser à l'illustration de quelques phénomènes d'interaction entre les ondes électromagnétiques et la matière, pour différents domaines de longueur d'onde de ces ondes.

Rappels utiles pour tout le problème :

permittivité diélectrique du vide =  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$

célérité des ondes électromagnétiques dans le vide =  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

perméabilité magnétique du vide =  $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H.m}^{-1}$

de plus :  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$

### **1 UTILISATION DE MICRO-ONDES POUR UN FOUR :**

Dans un four à micro-ondes, une antenne émet des ondes électromagnétiques de fréquence  $f = 3 \text{ GHz} = 3 \cdot 10^9 \text{ Hz}$ , destinées à être absorbées par les molécules d'eau contenues dans les aliments à réchauffer.

- 1.1 Déterminer la longueur d'onde (dans le vide) de l'onde utilisée. Comparer cette longueur d'onde aux longueurs d'onde des ondes lumineuses visibles et des ondes radio. Comment se situent, en terme de fréquence ou de longueur d'onde, les micro-ondes par rapport aux ondes lumineuses visibles et aux ondes radios ? On fera un schéma avec un axe gradué soit en fréquence soit en longueur d'onde.

*Tournez la page SVP*

Le mécanisme de chauffage des aliments par les micro-ondes est un mécanisme d'interaction entre le champ électrique de l'onde électromagnétique et les molécules contenues dans les aliments et possédant un moment dipolaire. On va tout d'abord étudier d'un point de vue électrique une molécule d'eau.

- 1.2 Proposer une interprétation physico-chimique très qualitative du fait que ce sont les molécules d'eau qui vont essentiellement absorber l'énergie de l'onde électromagnétique (et non, par exemple, des molécules de graisse...).

Une molécule d'eau a la géométrie suivante : c'est une molécule coudée, l'angle entre les deux liaisons O-H étant :  $\alpha_{\text{HOH}} = 104,5^\circ$  et la distance entre un atome d'hydrogène et un atome d'oxygène étant :  $d = 9,6 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ . Un modèle électrostatique de cette molécule est constitué par une distribution de trois charges centrées sur les atomes :  $-q$  sur l'atome d'oxygène et  $+q/2$  sur chacun des deux atomes d'hydrogène.

- 1.3 Montrer à l'aide de développements limités que cette distribution est équivalente à un dipôle électrique, de moment  $\vec{\mu}$ , pour un point M suffisamment éloigné du point O où se trouve l'atome d'oxygène et situé dans le plan de la molécule d'eau.

Exprimer  $\mu = \|\vec{\mu}\|$  en fonction de  $q$ ,  $d$  et  $\alpha_{\text{HOH}}$ .

La détermination expérimentale de  $\mu$  fournit une valeur de 1,85 debye (on rappelle que : 1 debye =  $3,3 \cdot 10^{-30} \text{ C.m}$ ). Déterminer la valeur de  $q$  en coulombs et en fraction de charge d'électron (on rappelle que la valeur absolue de la charge d'un électron est :  $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ).

## 2 ÉTUDE SIMPLIFIÉE DE L'ACTION D'UNE MICRO-ONDE SUR UN DIPÔLE ÉLECTRIQUE :

On va considérer le modèle simplifié de dipôle électrique suivant (modèle dit du « dipôle oscillant »), qui représente, par exemple, un atome d'hydrogène : la charge positive  $+e$  du dipôle est fixe, placée au point O, origine du référentiel considéré. Le référentiel d'étude est supposé galiléen. La charge négative  $-e$ , de masse  $m$ , est par contre mobile. Ce dipôle est soumis, dans le vide, à une onde électromagnétique dont le champ électrique est de la forme :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y \quad \text{où } E_0 \text{ est une constante}$$

On utilise le modèle de "la charge élastiquement liée", dans lequel on considère que s'exercent sur la charge mobile, outre les forces électrique et magnétique :

- une force de rappel :  $\vec{F}_{\text{rappel}} = -k\vec{r} = -m\omega_0^2\vec{r}$  ( $k = \text{constante positive}$  et  $\vec{r} = \vec{OM}$ )
- une force de frottement fluide :  $\vec{F}_{\text{frottement}} = -m\frac{\tau}{\tau_0}\frac{d\vec{r}}{dt}$  ( $\tau = \text{constante positive}$ )

On néglige la pesanteur.

2.1 Pourquoi cette onde peut-elle être qualifiée de sinusoïdale ou monochromatique ?

2.2 Écrire l'équation régissant le mouvement de l'électron.

2.3 Montrer que, dans l'équation précédente :

- a. on peut toujours négliger l'action du champ magnétique devant celle du champ électrique.
- b. on peut, dans l'expression du champ électrique, remplacer, de façon approchée, la position M de l'électron, par la position O fixe du noyau de l'atome ( par exemple ). Pour cela, on fera une évaluation numérique en se basant par exemple sur les valeurs des longueurs d'onde dans le domaine de l'optique visible et sur les dimensions usuelles des atomes.

En déduire que l'équation régissant le mouvement de l'électron peut donc s'écrire, de façon approchée :

$$m \ddot{\mathbf{r}} + m \frac{\dot{\mathbf{r}}}{\tau} + m \omega_0^2 \mathbf{r} = -e \mathbf{E}_0 \cos(\omega t)$$

En déduire la forme générale de l'expression de  $\mathbf{r}(t)$  pour la charge mobile. On pourra éventuellement faire un calcul complexe et se contenter de fournir une expression complexe  $\underline{\mathbf{r}}(t)$  dont la partie réelle est  $\mathbf{r}(t)$  cherché. Représenter l'allure de  $\|\mathbf{r}(t)\|$  en fonction de la pulsation  $\omega$  de l'onde. Commenter et conclure qualitativement.

Établir un lien qualitatif entre le résultat précédent, établi pour un atome, et l'élévation de la température de l'aliment soumis à une onde électromagnétique.

### 3 ÉTUDE DE L'ONDE UTILISÉE DANS LE FOUR À MICRO-ONDES :

#### 3-A STRUCTURE DE L'ONDE UTILISÉE DANS LE FOUR À MICRO-ONDES :

Dans un modèle approché simplifié, on considérera le four à micro-ondes comme un parallélépipède d'arêtes parallèles aux axes Ox, Oy et Oz, Oz étant la verticale ascendante, et de faces d'équations :

$x = 0$  et  $x = d$  ;  $y = 0$  et  $y = d'$  ;  $z = 0$  et  $z = d''$ .

L'onde étant émise depuis la face horizontale supérieure ( $z=d''$ ) et se propageant verticalement vers la face horizontale inférieure ( $z=0$ ), l'onde créée dans le four possède le champ électrique suivant :

$$\underline{\mathbf{E}}(x, y, z, t) = E_0(x) \cos(\omega t - kz) \underline{\mathbf{u}}_y \quad (1)$$

*Tournez la page SVP*

où  $E_0(x)$  est une fonction de  $x$  qui dépend effectivement de  $x$ , c'est-à-dire qui n'est pas égale à une constante.

Dans toute cette partie 3-A, on pourra indifféremment utiliser la notation réelle indiquée ci-dessus pour le champ électrique ou bien introduire le champ électrique complexe  $\underline{\underline{E}}$  associé à  $\underline{\underline{E}}$  sous la forme suivante :  $\underline{\underline{E}}(z, t) = E_0(x) \exp[i(\omega t - kz)] \underline{\underline{u}}_y$  (où  $i^2 = -1$ ).

Dans toute cette partie 3-A, on supposera le four vide, c'est-à-dire sans aliments et donc rempli d'air, de caractéristiques assimilables avec une excellente approximation à celles du vide.

3-A-1)

3-A-1-1) Rappeler les équations de Maxwell dans le vide en l'absence de charges et de courants.

3-A-1-2) Dédurre des équations de Maxwell l'équation aux dérivées partielles du deuxième ordre, c'est-à-dire l'équation de propagation (EP), vérifiée par le champ électrique. On rappelle que :

$$\text{rot}(\text{rot}(\underline{\underline{a}})) = \text{grad}(\text{div}(\underline{\underline{a}})) - \Delta \underline{\underline{a}}$$

3-A-1-3) Dans la partie 3-A-1-3, on ne prendra pas en compte le fait que le four a une hauteur finie. On ne considérera donc pas le fait que l'onde considérée ci-dessus va nécessairement se réfléchir sur la face inférieure du four et on ne prendra pas en considération non plus les conditions qu'imposent à l'onde électromagnétique la présence éventuelle d'un plan conducteur en  $z = 0$  et d'un plan conducteur en  $z = d$ . Dans cette partie 3-A-1-3, l'onde étudiée est donc celle dont le champ électrique est donné par (1).

3-A-1-3-a) Déterminer l'équation différentielle que doit nécessairement vérifier la fonction  $E_0(x)$ .

3-A-1-3-b) On rappelle que, dans un conducteur idéal, le champ électrique est nul et le champ magnétique est nul (à un éventuel champ magnétostatique près, qu'on néglige ici). Rappeler les conditions aux limites (CL) que doivent satisfaire les champs électrique et magnétique à la surface séparant le vide d'un conducteur idéal.

3-A-1-3-c) On suppose que les plans situés en  $x = 0$  et  $x = +d$  ( $d > 0$ ) sont deux plans parfaitement

conducteurs. Montrer que cela entraîne :  $E_0(x) = A \cdot \sin\left(n\pi \frac{x}{d}\right)$ , avec  $A = \text{constante}$ ,  $n$  entier naturel et  $\omega$ ,  $k$  et  $n$  étant reliés par une relation (ED) (l'équation de dispersion de l'onde) qu'on déterminera.

On supposera dans la suite que  $n = 1$ .

3-A-1-3-d) A-t-on le droit d'utiliser la "formule" :  $\underline{\underline{B}} = \frac{1}{c} \underline{\underline{u}}_z \wedge \underline{\underline{E}}$  pour déterminer le champ magnétique  $\underline{\underline{B}}$  de l'onde ? Pourquoi ?

Déterminer le champ magnétique  $\underline{\underline{B}}$  de l'onde, à d'éventuels champs magnétostatiques près. Ce champ est-il transverse, c'est-à-dire orthogonal à la direction de propagation de l'onde ?

**3-A-2) NB : Cette question est entièrement qualitative : on ne demande aucun calcul ; on demande des raisonnements physiques.**

On prend maintenant en compte le fait que le four a une hauteur finie et que, donc, l'onde considérée ci-dessus va nécessairement se réfléchir sur la face inférieure du four.

3-A-2-1) Que peut-on dire de la fréquence et de la direction de propagation de l'onde réfléchie ? On justifiera la réponse.

3-A-2-2) On peut montrer alors que la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie crée une onde stationnaire (qu'on ne demande en aucun cas de déterminer !). Rappeler la définition d'une onde stationnaire et indiquer quelles sont les différences fondamentales entre une onde progressive et une onde stationnaire.

### **3-B) PROTECTION DE L'EXTÉRIEUR PAR RAPPORT A LA MICRO-ONDE :**

On va prendre en compte ici le fait que le conducteur qui constitue la structure parallélépipédique n'est pas un conducteur idéal mais qu'il possède une conductivité grande mais finie. Typiquement, ce sera de l'aluminium, de conductivité électrique :  $\gamma = 2.10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$ . On appellera  $e$  l'épaisseur de la paroi d'aluminium.

3-B-1) À partir des équations de Maxwell écrites cette fois dans un milieu conducteur de conductivité  $\gamma$ , obtenir l'équation aux dérivées partielles du deuxième ordre (EP''), c'est-à-dire l'équation de propagation, vérifiée par le champ électrique dans le conducteur. On rappelle que :

$$\text{rot}(\text{rot}(\underline{a})) = \text{grad}(\text{div}(\underline{a})) - \Delta \underline{a}$$

3-B-2) On veut maintenant savoir si une onde électromagnétique de champ électrique donné par :  $\underline{E}(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \underline{u}_y$  (où  $E_0 = \text{constante}$ ) peut se propager dans le milieu conducteur de la paroi. Pour cela, on introduit le champ électrique complexe  $\underline{\underline{E}}$  associé à  $\underline{E}$  sous la forme suivante :  $\underline{\underline{E}}(z, t) = E_0 \exp[i(\omega t - kz)] \underline{u}_y$  (où  $i^2 = -1$ )

3-B-2-a) En utilisant la notation complexe  $\underline{\underline{E}}(z, t)$  pour le champ électrique, obtenir l'équation de dispersion de l'onde, c'est-à-dire le lien entre  $k$  et  $\omega$ , lien qui fait intervenir certaines constantes.

3-B-2-b) Montrer alors, en utilisant les valeurs numériques de  $f$ ,  $\mu_0$ ,  $\gamma$  et  $c$ , que :  $\mu_0 \gamma c^2 \gg \omega$ .

Montrer que  $k$  est nécessairement non réel. En introduisant la partie réelle  $k'$  de  $k$  et la partie imaginaire  $k''$  de  $k$ , établir les deux équations vérifiées par  $k'$  et  $k''$ .

Interpréter physiquement l'existence de  $k''$  (non nul) et expliquer pourquoi on a nécessairement :  $k' > 0$  et  $k'' < 0$ .

***Tournez la page SVP***

Déduire du fait que  $\mu_0 \gamma c^2 \gg \omega$  les valeurs approchées de  $k'$  et  $k''$ .

3-B-3) Commenter la forme du champ électrique de l'onde dans le conducteur (on reviendra pour cela à une notation réelle). Cette onde est-elle plane ? Est-elle progressive ?

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$$

On introduit la grandeur :  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$ , appelée profondeur de pénétration (de l'onde dans le conducteur). Vérifier que  $\delta$  est bien homogène à une longueur. Justifier l'expression "profondeur de pénétration" ou "épaisseur de peau" donnée à  $\delta$ . Que devient  $\delta$  lorsque la conductivité tend vers l'infini ? A quel cas cela correspond-il ? En déduire un ordre de grandeur  $e_{\min}$  de la valeur minimale de l'épaisseur  $e$  que doit avoir la feuille d'aluminium pour qu'elle assure une bonne protection de l'extérieur (et surtout des personnes situées au voisinage du four !) par rapport à la micro-onde. On admettra que l'épaisseur  $e_{\min}$  correspond à une atténuation de l'amplitude du champ électrique de l'onde par un facteur  $10^4$ .

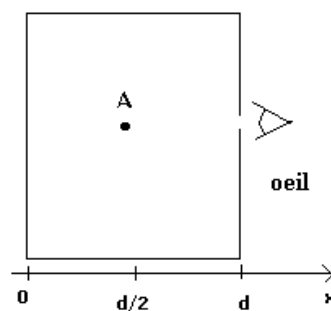
3-B-4) Application numérique :  $f = 3 \text{ GHz}$  ;  $\gamma = 2.10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .

Calculer numériquement  $\delta$  ; calculer numériquement  $e_{\min}$ .

3-B-5) Pour pouvoir voir à l'intérieur du four, on perce l'écran métallique situé en façade de trous de rayon  $a$  de l'ordre de quelques millimètres.

3-B-5-a) Pourquoi cela ne remet-il pas en cause la protection ?

3-B-5-b) Le four a une profondeur (parallèlement à l'axe  $Ox$ )  $d = 20 \text{ cm}$ . On souhaite pouvoir voir aisément un aliment situé dans le four. Pour cela, on veut que, lorsque l'observateur place son œil juste devant le four, il voie sans accommoder un aliment  $A$  de petite taille situé, en profondeur, au milieu du four, comme représenté ci-dessous :



Peut-on pour cela coller une lentille divergente juste devant le four ? Si oui, quelle doit être sa distance focale ?

Peut-on pour cela coller une lentille convergente juste devant le four ? Si oui, quelle doit être sa distance focale ?

3-B-5-d) On utilise la ou les méthode(s) précédente(s) possible(s) pour voir l'aliment situé au milieu du four, avec la (les) condition(s) imposée(s) par cette (ces) méthode(s). Un « œil normal

moyen » étant capable, en accommodant, de voir nettement un objet situé à une distance comprise entre  $\Delta_m = 25 \text{ cm}$  et l'infini, pourra-t-il voir nettement un aliment de petite taille B situé à une position de profondeur quelconque dans le four, soit en avant soit en arrière de l'aliment A précédent ? On discutera de tous les cas possibles.

## 4 COMPARAISON ENTRE UN FOUR TRADITIONNEL ET UN FOUR À MICRO-ONDES :

On se propose dans cette partie de comparer de façon approchée l'efficacité d'un four à micro-ondes à celle d'un four traditionnel, en terme de durée de chauffage des aliments. Dans les deux cas, on supposera que les aliments à chauffer sont de taille suffisamment petite pour que, à un instant donné, la température à l'intérieur des aliments soit la même en tout point (ce qui revient à dire qu'on néglige les transferts thermiques conductifs à l'intérieur de l'aliment).

### 4.1 ÉTUDE DU FOUR TRADITIONNEL :

Le four est supposé allumé depuis assez longtemps pour qu'on puisse considérer sa température  $T_{\text{four}}$  comme uniforme. A l'instant  $t=0$ , on introduit l'aliment, de température initiale (uniforme) égale à  $T_0$ , dans le four. On appellera  $T(t)$  la température à l'instant  $t$  de l'aliment à chauffer. On supposera que l'aliment étudié est homogène et a une forme cubique de côté  $L$ .

On admettra qu'il se produit à travers les cinq faces de l'aliment qui ne sont pas en contact avec le sol du four, par transfert thermique conducto-convectif, un transfert de puissance depuis le four vers l'aliment égal, par unité de surface de la surface de séparation, à :  $h(T_{\text{four}} - T(t))$ , où  $h$  est une constante positive et on négligera tout transfert thermique à travers la face de l'aliment qui est en contact avec le sol du four.

4-1-1) Déterminer la dimension du coefficient  $h$ , appelé coefficient d'échange (on donnera son unité dans le système international d'unités).

4-1-2) En appelant  $c$  la capacité thermique massique de l'aliment et  $\mu$  sa masse volumique, effectuer un bilan énergétique et en déduire l'équation différentielle vérifiée par la fonction  $T(t)$ . Intégrer cette équation différentielle.

4-1-3) Déduire de l'étude précédente le temps  $t_1$  au bout duquel la température de l'aliment devient égale à  $T_1 = T_{\text{four}} - 0,1(T_{\text{four}} - T_0)$ .

APPLICATION NUMÉRIQUE :

*Tournez la page SVP*

$\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  ;  $c = 4,0.10^3 \text{ J.K}^{-1}\text{kg}^{-1}$  ;  $L = 4,0.10^{-2} \text{ m}$  ;  $h = 14 \text{ SI}$  ;  $T_0 = 300 \text{ K}$

Calculer numériquement  $t_1$ .

4-1-4) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par  $T(t)-T_0$  est analogue à l'équation différentielle vérifiée par la charge d'un condensateur par un générateur de tension idéal à travers une résistance. Représenter ce circuit électrique. Établir alors l'analogie entre les grandeurs du problème thermique et celles du problème électrique.

## 4.2 ÉTUDE DU FOUR À MICRO-ONDES :

4-2-1) Montrer que, si les dimensions de l'aliment sont assez petites, on peut considérer le champ électrique de l'onde électromagnétique résultante existant dans le four comme approximativement uniforme. Donner une évaluation littérale, puis numérique des dimensions maximales de l'aliment pour que ceci soit vérifié. On se placera dans cette hypothèse par la suite.

4-2-2) Dans l'hypothèse précédente, le champ électrique de l'onde peut donc se mettre, de façon approchée, sous la forme :  $E = E_0 \cos \omega t$ . On appellera  $p$  la valeur moyenne temporelle de la puissance par unité de volume que l'onde électromagnétique peut fournir à la matière qu'elle atteint.

Justifier le fait que, pour faire un bilan énergétique de la puissance fournie par l'onde à l'aliment, on utilise des grandeurs moyennes temporelles.

4-2-3) On suppose que la température du four à micro-ondes reste constamment égale à la température initiale  $T_0$  de l'aliment qu'on veut échauffer. Comme dans l'étude du four traditionnel (paragraphe 4.1), on admettra qu'il se produit à travers la surface de séparation entre l'aliment et le four (à l'exception de la face de l'aliment en contact avec le sol), par transfert thermique conducto-convectif, un transfert de puissance entre le four et l'aliment, transfert caractérisé par le même coefficient  $h$  que dans la question 4.1. Préciser le sens de ce transfert et exprimer en fonction des données nécessaires ce transfert par unité de temps et de surface.

En appelant  $c$  la capacité thermique massique de l'aliment et  $\mu$  sa masse volumique, effectuer un bilan énergétique. En déduire l'équation vérifiée par la fonction  $T(t)$ .

4-2-4) Déduire de l'étude précédente le temps  $t_2$  au bout duquel la température de l'aliment devient égale à une température  $T_2$  donnée.

### APPLICATION NUMERIQUE :

$\mu = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  ;  $c = 4,0.10^3 \text{ J.K}^{-1}\text{kg}^{-1}$  ;

$L = 4,0.10^{-2} \text{ m}$  ;  $h = 14 \text{ SI}$  ;

$$T_0 = 288 \text{ K} ; T_2 = 368 \text{ K} ; p = 2,2 \cdot 10^6 \text{ W.m}^{-3} ;$$

Calculer numériquement  $t_2$ . Le résultat obtenu vous semble-t-il réaliste ?

4-2-5) Le résultat précédent ne fait intervenir la nature chimique de l'aliment qu'à travers sa capacité thermique volumique, comme dans le cas du chauffage par un four traditionnel, alors que le mécanisme de chauffage par micro-ondes fait intervenir les propriétés électriques des molécules de l'aliment chauffé. Expliquer pourquoi on a implicitement tenu compte du fait que la molécule étudiée est sensible aux micro-ondes.

4-2-6) En reprenant l'analogie électrique développée à la question 4-1-4), représenter de nouveau le circuit électrique équivalent. Y a-t-il une différence entre les deux cas étudiés ?

**FIN**

***Tournez la page SVP***